

*М.М. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСЬКИЙ, М.А. ТКАЧУК, В.І. СЕРИКОВ,
І. О. ВОЛОШИНА, А. В. АНДРУСЕНКО*

МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ СКЛАДНОПРОФІЛЬНИХ ТІЛ ІЗ УРАХУВАННЯМ ЗАЛЕЖНОСТІ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРІАЛУ ПРОМІЖНИХ ШАРІВ ВІД ІСТОРІЇ НАВАНТАЖЕННЯ

У роботі описано удосконалені методи аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл та напружено-деформованого стану із нелінійними проміжними шарами, властивості яких залежать від історії навантаження. Ці методи побудовані на основі розвитку варіаційного принципу Калькера у частині розширення множини варійованих чинників за рахунок параметрів історії навантаження. Для цього побудовано удосконалену дворівневу модель контактної взаємодії складнопрофільних тіл, яка поєднує, на відміну від традиційних однорівневих підходів, мікро- та макромоделі. Ці моделі є взаємопов'язаними та більш адекватно описують поведінку матеріалів нелінійних шарів при багаточислових навантаженнях. Додаткові параметри напружено-деформованого стану, які долучені до множини внутрішніх змінних, більш адекватно описують залежність фізико-механічних властивостей від поточного стану та історії навантаження, чим у традиційних підходах нехтують. Ці додаткові параметри створюють можливості для удосконалення концепції формування розв'язувальних співвідношень для аналізу контактної взаємодії тіл. На основі доповненої системи розв'язувальних співвідношень встановлені закономірності зміни розподілу контактного тиску і напружено-деформованого стану складнопрофільних тіл залежно від геометричної форми на мікро- та макрорівнях та фізико-механічних властивостей матеріалів.

Ключові слова: контактна взаємодія; напружено-деформований стан; проміжний шар; гідроб'ємна передача; контактний тиск; область контакту

*Н. Н. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, М. А. ТКАЧУК, В. И. СЕРИКОВ,
И. А. ВОЛОШИНА, А. В. АНДРУСЕНКО*

МЕТОДЫ, МОДЕЛИ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫХ ТЕЛ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА ПРОМЕЖУТОЧНЫХ СЛОЕВ ОТ ИСТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ

В работе описаны усовершенствованные методы анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел и напряженно-деформированного состояния с нелинейными промежуточными слоями, свойства которых зависят от истории нагружения. Эти методы построены на основе развития вариационного принципа Калькера в части расширения множества варьируемых факторов за счет параметров истории нагружения. Для этого построена усовершенствованная двухуровневая модель контактного взаимодействия сложнопрофильных тел, которая объединяет, в отличие от традиционных одноуровневых подходов, микро- и макромоделей. Эти модели являются взаимосвязанными и более адекватно описывают поведение материалов нелинейных слоев при многоцикловых нагружениях. Дополнительные параметры напряженно-деформированного состояния, которые включены в множество внутренних переменных, более адекватно описывают зависимость физико-механических свойств от текущего состояния и истории нагружения, чем в традиционных подходах пренебрегают. Эти дополнительные параметры создают возможность для совершенствования концепции формирования разрешающих соотношений для анализа контактного взаимодействия тел. На основе дополненной системы разрешающих соотношений установлены закономерности изменения распределения контактного давления и напряженно-деформированного состояния сложнопрофильных тел в зависимости от геометрической формы на микро- и макроуровне и физико-механических свойств материалов.

Ключевые слова: контактное взаимодействие; напряженно-деформированное состояние; промежуточный слой; гидрообъемная передача; контактное давление; область контакта

M. M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, M. A. TKACHUK, V. SIERYKOV, I. VOLOSHYNA, A. ANDRUSENKO

METHODS, MODELS AND RESULTS OF RESEARCH OF COMPLEX SHAPE BODIES CONTACT INTERACTION TAKING INTO ACCOUNT THE DEPENDENCE OF INTERMEDIATE LAYERS MATERIAL CHARACTERISTICS FROM LOAD HISTORY

The paper describes improved methods for the analysis of complex shaped bodies contact interaction and the stress-strain state with nonlinear intermediate layers, the properties of which depend on the load history. These methods are based on the development of the Calker variation principle in terms of expanding the set of variable factors due to the parameters of the load history. To do this, an improved two-level model of complex shaped bodies contact interaction is built, which combines, in contrast to traditional one-level approaches, micro- and macromodels. These models are interrelated and more adequately describe the behavior of nonlinear layer materials under multicycle loads. Additional parameters of the stress-strain state, which are attached to a set of internal variables, more adequately describe the dependence of physical and mechanical properties on the current state and the history of the load than in traditional approaches are neglected. These additional parameters create opportunities to improve the concept of forming solving relations for the analysis of bodies contact interaction. On the basis of the supplemented system of solving relations the regularities of change of distribution of contact pressure and stress-strain state of complex shaped bodies depending on a geometrical form on micro- and macrolevels and physical and mechanical properties of materials are established.

Keywords: contact interaction; stress-strain state; intermediate layer; hydrovolume transmission; contact pressure; contact area

Вступ. Для сучасних машинобудівних конструкцій реалізуються тенденції до інтенсифікації експлуатаційних навантажень. При цьому необхідно забезпечувати зростання їхніх технічних і тактико-технічних характеристик (ТХіТТХ). У багатьох випадках на заваді цього зростання – високі контактні навантаження. Для забезпечення високих ТХіТТХ машин у сучасних умовах існують конструктивні рішення, які призводять до модифікації форми деталей, що перебувають у контакті. Вони набувають форми складнопрофільних тіл (СПТ), тобто із малим зором

між контактуючими майже конгруентними поверхнями. Як приклади – модифікація робочих поверхонь зубців різних зубчастих передач та роликопідшипників, бігових доріжок гідропердач танкових трансмісій і погонів танкових башт, профілювання поршнів двигунів внутрішнього згоряння за висотою і в окружному напрямку, їх

© М.М. Ткачук, А.В. Грабовський, М.А. Ткачук,
В.І. Сериков, О. С. Льозний, А. В. Андрусенко, 2020
корундування або дискретне зміцнення тощо. Разом із

тим мова може йти також про комплекс технологічних прийомів із підвищення трибомеханічних властивостей деталей машинобудівних конструкцій. Це і різні види зміцнення (дискретне, континуальне, комбіноване), і напилення, і півки, а також різні варіанти термохімічного та механічного впливів на поверхні відповідальних деталей машин військового та цивільного призначення. Отже, приходимо до ситуації контакту СПТ із малим зазором та проміжним шаром із складним законом поведінки. Її аналіз на основі існуючих підходів, методів та моделей неможливий.

У результаті виникає проблема аналізу контактної взаємодії системи складнопрофільних тіл із фізично нелінійним шаром, поведінка якого залежить від історії навантаження. При цьому виокремлюються два пласти проблеми. Перший – мікромеханічний рівень. Він передбачає дослідження мікрооб'єму випадкового профілю мікронерівностей у контакті зі спряженим. Зі зростанням навантажень зростають напруження, відбувається пластичне деформування мікроступів. При багатоцикловому навантаженні це призводить до різної поведінки при навантаженнях–розвантаженнях. Інший пласт – макромеханічний. Він якраз формує і рівень, і розподіл навантажень між складнопрофільними тілами. Разом із тим цей розподіл залежить від властивостей, сформованих на мікрорівні. У підсумку приходимо до проблем контактної взаємодії СПТ, яка поєднує два рівні (мікро- та макро-). Основна нова методологічна проблема при цьому – поєднання цих різнорівневих підмоделей. Інша сторона проблеми – урахування ефекту впливу історії навантаження на розподіл контактної тиску. І, нарешті, основним аспектом проблеми є відсутність методів розв'язання сформованої системи рівнянь та нерівностей.

Вирішення всіх перерахованих проблемних питань повною мірою та у завершеному вигляді дотепер відсутнє. У свою чергу, потреби практики у розробці методів розв'язання описаного типу задач переоцінити важко. У результаті склалося протиріччя між потребами машинобудування, з одного боку, і можливостями механіки – з іншого. Усунення цього протиріччя передбачає вирішення масштабної науково-практичної проблеми, яка полягає в розробці і реалізації методів розв'язання фізично і структурно нелінійних задач визначення напружено-деформованого стану (НДС) та контактної взаємодії, що залежать від історії навантаження, для забезпечення конструкційної міцності складнопрофільних елементів машинобудівних конструкцій.

Аналіз існуючих моделей та методів дослідження контактної взаємодії пружних тіл. Контактна механіка склалася як один із розділів механіки, що охоплює певні класи задач, моделей та методів. Застосовувані моделі та методи описані у роботах багатьох авторів [1–35]. Це – різноманітні аналітичні, напіваналітичні методи, граничні інтегральні рівняння тощо. Разом із тим останніми десятиліттями набули розвитку методи варіаційних нерівностей та скінченних і граничних елементів. Зокрема, привертають увагу роботи Р. Мартиняка, І. Прокопишина [1, 2] та низки інших авторів [3–6]. Деякі

із робіт присвячені розвитку мікромеханічних моделей, наприклад, на рівні множини мікронерівностей на поверхнях контактуючих тіл [3–8]. Проте наявний арсенал моделей та методів не вичерпує усієї множини задач, доступних до розв'язання із їх залученням. Це стосується, у першу чергу, відсутності універсальних формулювань для генерування розв'язувальних співвідношень аналізу контактної взаємодії тіл із урахуванням різних чинників, а, крім того, механізмів індентації мікромеханічних моделей властивостей поверхневих і проміжних шарів у ці співвідношення та урахування їх залежності від історії навантаження. Разом із тим певні формулювання у роботах [9, 10], природним чином адаптовані до розвитку у напрямках, що складають інтерес. Так, варіаційні принципи, які можуть бути сформовані на розвиток принципу Калькера [9, 10], володіють певною універсальністю щодо властивостей контактуючих тіл. Це дає змогу, використовуючи принцип Калькера як початкове «ядро», нарощувати його за рахунок доданків, у яких зосереджені різні характерні властивості тих чи інших досліджуваних об'єктів. Це уможливорює урахування нелінійних властивостей поверхневих шарів матеріалів тіл, які піддані технологічним операціям зміцнення, напилення, термообробки тощо. Вплив цих ефектів є суттєвим, тому потрібно розробляти фізично адекватні та математично строгі моделі, які передбачають, зокрема, залежність поведінки матеріалів досліджуваних об'єктів від історії навантаження. Проте на сьогодні такі розробки, які повною мірою націлені на перелічені проблемні аспекти, у літературі відсутні. Отже, склалося протиріччя між потребами практики промислового виробництва у нових методах і моделях аналізу контактної взаємодії та можливостями механіки.

На противагу існуючим розробкам [11–20], підходи, які описані у роботах [21–28], продемонстрували суттєвий прогрес у напрямку розвитку моделей та методів аналізу контактної взаємодії СПТ. Це є основою для урахування нових чинників, зокрема, залежності властивостей матеріалів контактуючих об'єктів від історії навантаження. На вирішення цих актуальних і важливих проблем спрямовані дослідження, описані у роботі на розвиток підходів [21–28].

Метою роботи є дослідження напружено-деформованого стану та забезпечення міцності шляхом створення і застосування у розрахунковій практиці нелінійних моделей поведінки матеріалу поверхневих шарів контактуючих складнопрофільних деталей машин на основі нових нелінійних мікро-макромоделей, що враховують історію навантаження, та нових методів досліджень.

Для досягнення поставленої мети в роботі передбачено розв'язання таких завдань досліджень:

1. Розроблення удосконалених методів і моделей для опису контактної взаємодії СПТ з урахуванням мікромеханічних властивостей поверхневих шарів матеріалів та їхньої залежності від історії навантаження.

2. Розроблення нових моделей мікромеханіки контактної взаємодії на мікрорівні.

3. Розроблення нових моделей на макрорівні із урахуванням залежності від історії навантаження.

4. Установлення закономірностей залежностей характеристик контактної взаємодії тіл від співвідношення їх «локальних» та «глобальних» деформативних властивостей.

5. Визначення усталених режимів НДС та розподілу контактних зусиль при багатоцикловому навантаженні.

6. Розв'язання прикладних задач дослідження напружено-деформованого стану та забезпечення конструкційної міцності елементів машин.

Варіаційна постановка задачі на основі теорії варіаційних нерівностей. Якщо звернутися до розгляду контактної взаємодії складнопрофільних тіл за наявності між ними нелінійного проміжного шару, то принциповими моментами (на прикладі двох тіл – 1 і 2) є наступні особливості (рис. 1): при взаємодії цих тіл, які займають області простору Ω_i (у цьому випадку $\rho = 1, 2$; у загальному – $\rho = 1, 2, \dots, N$, де N – кількість контактуючих тіл), використовуються відомі співвідношення:

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_{ij} &= \partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i; \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl}; \quad \delta \sigma_{ij} / \delta x_j = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_i^{(p)} \Big|_{S_u^p} &= \bar{u}_*^{(p)}; \quad \bar{\sigma}_i^{(p)} \Big|_{S_\sigma^p} = \bar{\sigma}_*^{(p)}; \\ \left(u_\rho + u_h + u_{\rho h} \right) \Big|_{S_C} &\geq \delta_{\rho h}, \end{aligned} \quad (2)$$

де u, ε, σ – вектори переміщень, тензори деформацій та напружень тіл із номерами ρ ; C – тензор модулів пружностей контактуючих тіл; u_*, σ_* – задані на частинах S_u та S_σ переміщення та напруження відповідно; u_{*v} – нормальні переміщення на поверхнях S_C можливого контакту тіл; $u_{\rho h}$ – величини обтискання нелінійного проміжного шару між тілами ρ та h ; $\delta_{\rho h}$ – первинний зазор між тілами ρ, h .

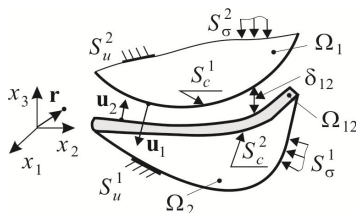


Рисунок 1 – До контактної взаємодії СПТ 1 і 2

Відштовхуючись від підходів теорії варіаційних нерівностей [29–31], можна стверджувати, що локальна постановка (1), (2) еквівалентна проблемі мінімізації функціонала повної внутрішньої енергії

$$I(u) = \frac{1}{2} \sum_{\rho} \int_{(\Omega_\rho)} \sigma_{ij}^{(u)} \varepsilon_{ij}^{(u)} d\Omega - \sum_{\rho} \int_{(S_\sigma^{(\rho)})} \sigma_* \cdot u ds + \sum_{\rho} \sum_h I_{\rho h}, \quad (3)$$

де $I_{\rho h}$ – енергія деформування проміжних шарів між тілами із номерами ρ, h , на множині розподілів u , які задовольняють нерівностям у співвідношеннях (2).

Якщо проміжні шари лінійні, то справедливі

співвідношення

$$u_{\rho h} = \lambda q_{\rho h}; \quad q_{\rho h} = c u_{\rho h}, \quad (4)$$

де λ, c – податливість та жорсткість проміжного шару, $q_{\rho h}$ – контактний тиск у сполученні ρ, h .

Тоді

$$I_{\rho h} = \frac{1}{2} \int_{(S_C^{\rho h})} \lambda q_{\rho h}^2 ds. \quad (5)$$

Якщо проміжні шари є фізично нелінійними, то

$$I_{\rho h} = \int_{(S_C^{\rho h})} \left[\int_0^{q_{\rho h}} u_{\rho h} dq_{\rho h} \right] ds, \quad (6)$$

де $q_{\rho h} = q_{\rho h}(u_{\rho h})$ – визначена фізично нелінійна залежність тиску від обтискання проміжного шару.

Для випадку залежності $q_{\rho h}$ не тільки від $u_{\rho h}$, але й від історії навантаження, тобто деякого внутрішнього параметра τ , маємо залежність у прирошеннях:

$$dq_{\rho h} = C^\wedge(\tau, u_{\rho h}) \cdot du_{\rho h}. \quad (7)$$

У цій залежності поточна жорсткість C^\wedge залежить не тільки від поточного стану системи, але й від історії навантаження. При цьому до прирошень навантажень можна застосувати такий самий підхід, що і в системі (3), (5), але не у переміщеннях, а у їх прирошеннях:

$$dJ = J(du) \rightarrow \min. \quad (8)$$

Таким чином, на кожному етапі навантаження розв'язується система співвідношень із лінеаризованими залежностями (7).

При переході до скінченних прирошень маємо:

$$\Delta J = J(\Delta u) \rightarrow \min, \quad (9)$$

а (7) набуває вигляду:

$$\Delta q_{\rho h} \approx C^\wedge(\tau, u_{\rho h}) \cdot \Delta u_{\rho h}. \quad (10)$$

Розбиваючи історію навантаження на деяку скінченну кількість етапів, із певною похибкою отримуємо покроковий алгоритм розв'язання задачі про визначення поточного стану досліджуваної системи контактуючих тіл за наявності проміжного шару, поведінка якого залежить від історії навантаження.

Варіаційна постановка задачі на основі модифікації принципу Калькера. Для розв'язання задач про контактну взаємодію СПТ (рис. 2) у багатьох випадках доцільно залучати варіаційний принцип Калькера [15, 16, 21–25]

$$\begin{cases} \Phi(q) = \frac{1}{2} \int_{(S)} q u_z dS + \int_{(S)} q(h - \delta) dS + \\ + \int_{(S)} \left[\int_0^p u_{\rho h} dq_{\rho h} \right] dS \rightarrow \min; \quad q(\xi, \eta) \geq 0 \text{ в } S. \end{cases} \quad (11)$$

Тут третій доданок у виразі $\Phi(q)$ описує енергію

деформування нелінійно пружного шару (для окремого випадку лінійно пружного шару маємо для цього вираз

$$\frac{1}{2} \int_{(S)} \lambda q^2 dS).$$

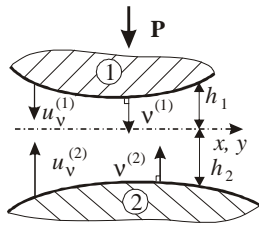


Рисунок 2 – Контактна взаємодія тіл 1 і 2

Застосовуючи до залежності $u_{ph} = u_{ph}(q_{ph})$ той самий підхід, що і у співвідношеннях (4)–(7), приходимо до лінеаризації задачі на прирошеннях навантажень, які описуються параметром τ :

$$du_{ph} = \lambda^{\wedge}(\tau, q_{ph}) \cdot dq_{ph}, \quad (12) \quad \Phi(dq) \rightarrow \min. \quad (13)$$

У скінченних прирошеннях маємо:

$$\Delta u_{ph} \approx \lambda^{\wedge}(\tau, q_{ph}) \cdot \Delta q_{ph}, \quad (14)$$

$$\Phi(\Delta q) \rightarrow \min. \quad (15)$$

Таким чином, на кожному кроці навантажень маємо лінеаризовані залежності (14), задача при цьому зводиться до мінімізації квадратичного функціонала (15), визначеного на прирошеннях контактної тиску, таких, що

$$q_{ph} + \Delta q_{ph} \geq 0. \quad (16)$$

Отже, вихідна задача зводиться до послідовності задач про контактну взаємодію складнопрофільних тіл за наявності неоднорідного лінійного проміжного шару, фізико-механічні властивості якого залежать від поточного стану та історії навантаження.

Дискретизація задачі за методом скінченних елементів. Для розв'язання задачі (9) пропонується застосувати метод скінченних елементів (МСЕ). Приймаючи до уваги, що властивості проміжного шару на кожному етапі лінеаризуються, а для апроксимації полів переміщень u (а, відтак, і їхніх прирошень Δu) застосовується метод Рітца із локальними базисними функціями, визначеними в околі вузлів скінченно-елементної розбивки, маємо:

$$I(\Delta U) \rightarrow \min, \quad (17)$$

$$I = \frac{1}{2} \Delta U^T K(\tau, U) \cdot \Delta U - \Delta U^T \cdot \Delta f(\tau, u_{ij}),$$

де I – функціонал (3) із дискретизацією на множині базисних функцій, у яких основними шуканими змінними є вузлові переміщення, що формують масив U .

У (17) матриця жорсткості K та масив навантажень Δf залежать від поточного стану досліджуваної системи та історії навантаження. Таким чином, на кожному етапі (17) мінімізується квадратичний функціонал на множині односторонніх лінійних обмежень типу

$$r_{\theta} \cdot \Delta U_{\theta} - r_{\chi} \cdot \Delta U_{\chi} \geq \Delta \delta_{\theta\chi}, \quad (18)$$

де θ, χ – номери вузлових параметрів, r_{θ}, r_{χ} – деякі коефіцієнти, $\Delta \delta_{\theta\chi}$ – зазор по нормалі між вузлами θ, χ на поточному кроці розв'язання.

Для мінімізації (17) із урахуванням (18) можуть бути застосовані відомі методи квадратичного програмування або напряму задіяні можливості програмних комплексів типу ANSYS, Femap, Abaqus.

Дискретизація задачі за методом граничних елементів. Для розв'язання задачі (15) пропонується застосування методу граничних елементів (МГЕ). Його суть полягає у тому, що для обчислення функціонала Φ шуканий розподіл контактної тиску апроксимується на трикутній сітці, яка покриває область можливого контакту S_C (рис. 3) за допомогою лінійних базисних функцій (рис. 4).

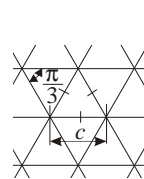


Рисунок 3 – Регулярна трикутна сітка

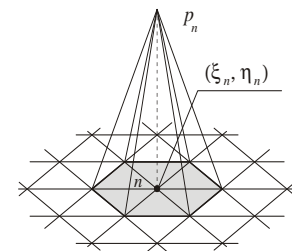


Рисунок 4 – Пропонована базисна функція – пірамідальний елемент тиску

Тоді принцип Кальєра

$$\begin{cases} \Phi(q) = \frac{1}{2} \int q(u_{z_1} + u_{z_2}) dS + \int q(h - \delta) dS \rightarrow \min; \\ q(\xi, \eta) \geq 0 \text{ в } S, \end{cases} \quad (19)$$

при використанні базисних функцій (див. рис. 4) призводить до наступної задачі квадратичного програмування:

$$\begin{cases} \Phi_n \left(\{p_n\}_{n=1}^N \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} c^2 \times \\ \times \left[\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N C_{nm} p_n p_m + \sum_{m=1}^N p_m (h_m - \delta) \right] \rightarrow \min; \\ p_m \geq 0, m = 1, N. \end{cases} \quad (20)$$

Розширення вихідної постановки задачі про контакт гладких тіл може бути здійснено у багатьох напрямках. Зокрема, для шорстких тіл можливе застосування різних аналітичних моделей контакту [21, 22, 32–34]. Так, проста модель типу Вінклера:

$$u_z^{\wedge} = \lambda q, \quad (21)$$

описує властивості пружного шару з податливістю λ .

Приймаючи модель (21), одержуємо:

$$\begin{cases} \sum_m C_{nm}^{\Sigma} p_m + h_n - \delta = 0, \\ \text{вузол } J_n \text{ – у контакті;} \\ \sum_m C_{nm}^{\Sigma} p_m + h_n - \delta > 0, \\ \text{вузол } J_n \text{ – поза зоною контакту.} \end{cases} \quad (22)$$

Тут модифіковані коефіцієнти матриці впливу

$C_{nm}^{\Sigma} = C_{nm} + \lambda \delta_{nm}$ визначаються з урахуванням підсумовування «глобальної» податливості гладких тіл (розглядаються як напівпростори) та «локальної» – шару Вінклера, що моделює, наприклад, властивості шорсткості. У підсумку маємо:

$$\begin{cases} \sum_{m_c \in N_c} C_{n_c m_c}^{\Sigma} p_{m_c} - \delta = -h_{n_c}, n_c \in N_c; \\ \sum_{m_c \in N_c} \sqrt{3} c^2 p_{m_c} / 2 = P. \end{cases} \quad (23)$$

Переходячи до формулювань у прирощеннях, отримуємо ту ж систему, що і (23), але відносно Δq_{ph} : $\Phi(\Delta q_{ph}) \rightarrow \min$ за умов (16). Для розв'язання систем лінійних рівнянь та нерівностей можуть бути застосовані розроблені раніше [23–25] методи додаткових зазорів та змінних параметрів податливості.

Таким чином, вихідна задача перетворюється на низку послідовно виконуваних задач про контактну взаємодію складнопрофільних тіл із лінійно пружним проміжним шаром, розподіл властивостей якого (тобто податливостей) на область можливого контакту залежить від поточного стану та історії навантаження.

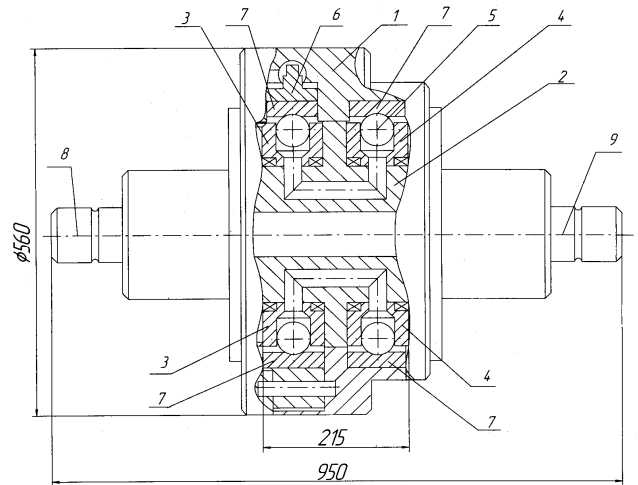
Із задачами аналізу тісно пов'язані задачі обґрунтування геометричної форми поверхонь взаємодіючих тіл. Вони є оберненими до них та можуть формулюватися на тих же системах співвідношень (1)–(23), проте у яких невідомими шуканими є зазори δ_{ph} .

Розв'язання тестових задач. При розв'язанні тестових задач про напружено-деформований стан складнопрофільних тіл із урахуванням контактної взаємодії за наявності проміжних шарів основна увага була приділена прикладу реальної конструкції – гідропередачі ГОП-900 для оснащення перспективних танкових трансмісій, що розроблена Державним підприємством «Харківське конструкторське бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова» [35]. Цей об'єкт є типовим для дослідження контактної взаємодії СПТ. Одним із чинників, які стримують досягнення високих робочих режимів роботи ГОП, є міцність кулькового поршня під час взаємодії із профільованою біговою доріжкою статора (рис. 5).

У роботах [21, 22] описані деякі аспекти дослідження контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою ГОП-900. Визначався розподіл контактної тиску у цьому sprzęженні залежно від низки конструктивних, технологічних та експлуатаційних параметрів. Зокрема, мова йшла про форму зазору між поршнем та біговою доріжкою, про шорсткість поверхневих шарів sprzęжених деталей, а також притискне зусилля поршня до бігової доріжки (залежно від величини внутрішнього тиску робочої рідини у циліндрі ГОП-900).

Разом із тим, вплив шорсткості поверхневих шарів здійснено у недостатньому обсязі та тільки у рамках лінійно пружної моделі проміжного шару. Крім того, потребує додаткового дослідження НДС поршня та бігової доріжки ГОП-900, що визначає їх міцність та

було раніше частково здійснено [36]. Зокрема, ставляться завдання:



1 – корпус; 2 – блок цапфових розподільвачів; 3 – блок циліндрів насоса (ротор); 4 – блок циліндрів гідромотора (ротор); 5 – кульковий поршень; 6 – статор насоса; 7 – обойми (бігові доріжки) насоса та гідромотора; 8 і 9 – вхідний і вихідний вали гідропередачі
Рисунок 5 – Гідропередача ГОП-900 із кульковими поршнями [35]

- дослідження впливу контактної жорсткості проміжного шару на закон розподілу та рівень контактної тиску між кульковим поршнем та біговою доріжкою ГОП-900 (задача про контакт без тертя кулькового поршня та бігової доріжки гідропередачі);
- аналіз напружено-деформованого стану кулькового поршня гідрооб'ємної передачі ГОП-900 (табл. 1);
- вплив нелінійного характеру залежності величини змінання проміжного шару від контактної тиску на розподіл цього тиску у sprzęженні поршня з біговою доріжкою гідрооб'ємної передачі ГОП-900 (на рис. 6 та у табл. 1 наведені результати досліджень зміни розподілу контактної тиску за варіювання властивостей фізично нелінійного проміжного шару між кульковим поршнем та біговою доріжкою ГОП-900).

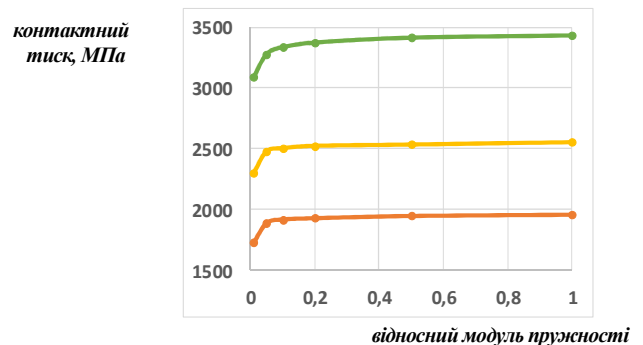


Рисунок 6 – Розподіли контактної тиску між кульковим поршнем та біговою доріжкою ГОП-900

Для лінійно-жорсткого закону залежності «змінання – контактний тиск» набуває розподілу, який є проміжним між випадком лінійного шару та

контактом гладких тіл. Відповідно, це впливає на рівень контактної тиску. У досліджуваному випадку

мова йде про відмінність на рівні 15–20 % між крайніми випадками.

Таблиця 1 – Розподіли повних переміщень (мм) та еквівалентних напружень за Мізесом (МПа) у гідрооб'ємній передачі ГОП-900 (1/4 частина моделі) за різних значень притискної сили

Притискна сила, кН	Значення	Розподіл повних переміщень, мм	Значення	Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом, МПа
<i>за значень контактної жорсткості, що відповідає шару сталі товщиною 0,1 мм (базова)</i>				
50	0,08392t 0,075 0,066 0,057 0,048 0,038 0,029 0,019 0,01 0 Min		1185,6 M 1100 920 800 700 550 410 270 130 0,002937	
100	0,13488 t 0,12 0,11 0,09 0,08 0,06 0,05 0,03 0,02 0 Min		1570,8 M 1400 1200 1000 800 600 450 300 150 0,007001j	
200	0,22315 t 0,2 0,18 0,15 0,13 0,1 0,08 0,05 0,02 0 Min		2366,4 M 2000 1750 1500 1250 1000 750 500 250 0,016193j	
<i>за значень контактної жорсткості, у 10 разів нижчої базової</i>				
50	0,084801 t 0,075 0,066 0,057 0,048 0,038 0,029 0,019 0,01 0 Min		1961,5 Max 1100 920 800 700 550 410 270 130 0,002943j	
100	0,13584 M 0,12 0,11 0,09 0,08 0,06 0,05 0,03 0,02 0 Min		2613 Max 1400 1200 1000 800 600 450 300 150 0,006996j	
200	0,22433 M 0,2 0,18 0,15 0,13 0,1 0,08 0,05 0,02 0 Min		3466,4 t 2000 1750 1500 1250 1000 750 500 250 0,01616i	

Докладний аналіз контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою статорного кільця радіальної гідрооб'ємної передачі ГОП-900 був здійснений на основі розрахункової схеми, наведеної на рис. 7. Було прийнято: радіус бігової доріжки статорного кільця $R_{sp} = 0,128$ м, радіус поршня $R_p = 0,03175$ м, поперечний профіль бігової доріжки статорного кільця у площині zy (див. рис. 7) утворений дугами кіл із радіусами R_t , $R_c = R_t / 2$ із кутом спряження $\theta = \pi / 12$. Модулі пружності матеріалів сталевих поршня та статорного кільця E прийняті рівними $2 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнти Пуасона – 0,3. Притискне зусилля $P_r = 20 \cdot r$ (кН), $r = 1, \dots, 10$.

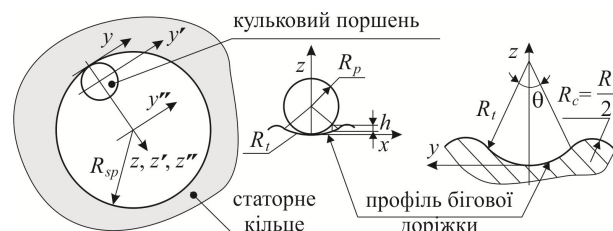


Рисунок 7 – До розрахункової схеми контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою статорного кільця радіальної гідрооб'ємної передачі ГОП-900

Між взаємодіючими тілами введено проміжний шар (моделює шорсткість поверхні), проміжні властивості якого описуються нелінійною характеристикою «величина зм'яття w – контактний

тиск p », яка зображена на рис. 8. Тут прийнято для визначеності: $p_I = 2 \cdot 10^8$ Па, $p_{II} = 2 \cdot 10^9$ Па, $p_{III} = \infty$. Таким чином, отримуємо два лінійно-жорстких шари I, II та один пружний III, який має характеристику $w = \lambda p$, де коефіцієнт податливості λ_β приймає у дослідженнях наступні чотири варіанти значень: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 10^{-15}$ м³/Н, $\lambda_3 = 10^{-14}$ м³/Н, $\lambda_4 = 10^{-13}$ м³/Н.

З огляду на можливі варіанти вибору радіуса кривизни досліджені наступні варіанти співвідношень радіусів дуги центральної частини поперечного профілю бігової доріжки R_t та радіуса кола кулькового поршня: $R_t^a = 1,05 R_p$, $R_t^b = 1,01 R_p$, $R_t^c = 0,99 R_p$. Отже, варіант розрахункової схеми \bar{V} можна ідентифікувати трьома індексами: $\bar{V} = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, де $\alpha = I, II, III$; $\beta = 1 \div 4$; $\gamma = \{a, b, c\}$. Для чисельної дискретизації області можливого контакту у площині xu побудоване розбиття на правильні трикутники із розміром сторони $c = 2,5 \cdot 10^{-4}$ м та кількістю вузлів $N \times M = 48 \times 20$.

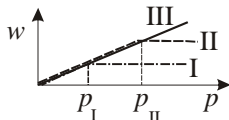


Рисунок 8 – До визначення нелінійної характеристики «величина змінання w – контактний тиск p »

На рис. 9 наведено розподіл зазору h (див. рис. 7) як функції координат дотичної площини x, y (у різних проекціях та у поперечному розрізі). Для цього випадку розподілу зазору одержані розподіли та залежності максимального контактної тиску p від величини притискового зусилля ($P = 20 \div 200$ кН із кроком 20 кН). На рис. 10 наведені залежності $p_{\max}(P, \beta)$.

На рис. 11 наведені залежності максимального контактної тиску p_{\max} (МПа) від притискового зусилля P (кН) для $\lambda_4 = 10^{-13}$ м³/Н. На рис. 12 – аналогічна інформація для λ_3 , а на рис. 13 – те саме для λ_2 . Подібний комплект розподілів та залежностей для випадку варіанта розподілу зазору $\gamma = b$ (тобто $R_t^b = 1,01 R_p$) наведено на рис. 14–19. Комплект розподілів та залежностей для випадку варіанта розподілу зазору $\gamma = c$ (тобто $R_t^c = 0,99 R_p$) зібрано на рис. 20–23.

Загальна тенденція зміни розподілів p для варіанту $\gamma = a$ (тобто радіус $R_t^a = 1,05 R_p$) полягає у тому, що для лінійно пружного шару спостерігається монотонне зростання тиску від притискового зусилля. Для нелінійно пружного шару відбувається злам характеру розподілу p при зростанні його рівнів понад p_I, p_{II} відповідно. Разом із тим зменшення коефіцієнту податливості згладжує різницю між розподілами із різними значеннями p_α , де $\alpha = I, II, III$ (у цьому випадку – при $\lambda = 10^{-15}$ м³/Н різниця

практично зникає). Подібні тенденції – також і для випадку $\gamma = b$ (тобто $R_t^b = 1,01 R_p$).

Для випадку $\gamma = c$ (тобто $R_t^c = 0,99 R_p$) спостерігається така сама за характером тенденція, проте якщо для випадків $R_t > R_p$ відбувається поступове зміщення точки максимуму контактної тиску від центру до периферії зі зростанням притискового зусилля, то для випадку $R_t < R_p$ він із самого початку опиняється на периферії області контакту. Також загальною тенденцією для випадків $\gamma = \{a, b, c\}$ є те, що збільшення коефіцієнту податливості призводить до зростання області контакту та зниження рівня контактної тиску.

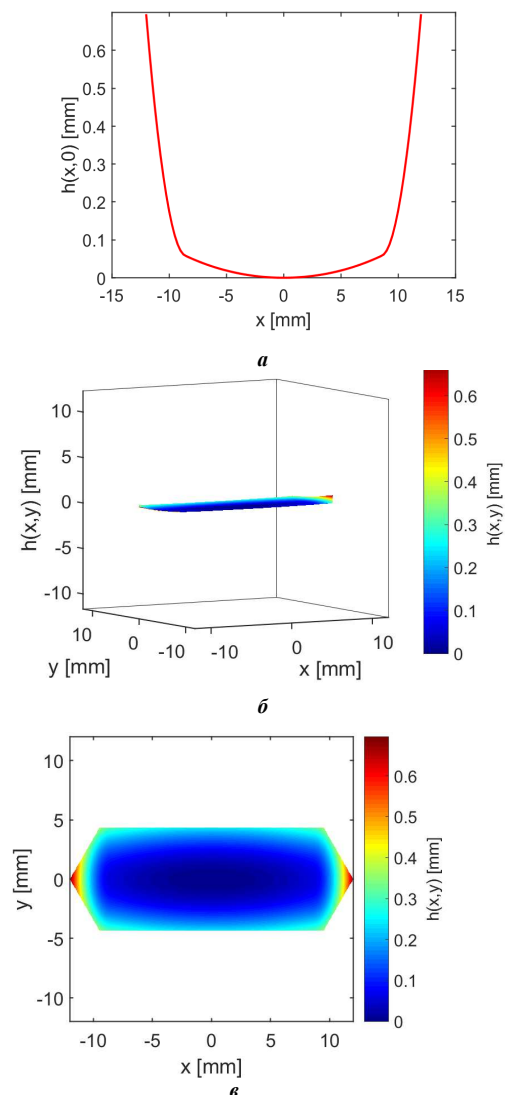


Рисунок 9 – Розподіл зазору між кульковим поршнем та біговою доріжкою статорного кільця гідропередачі ГОП-900 (варіант розподілу зазору $\gamma = a$):

a – уздовж осі x ; b – у площині x, y ; \bar{v} – ізометрія

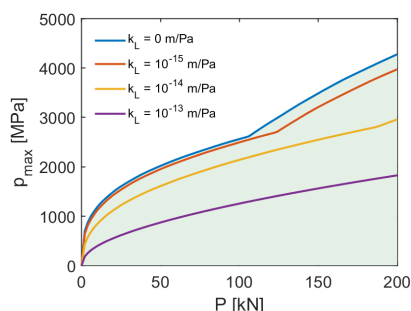


Рисунок 10 – Залежності максимального контактного тиску p_{\max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН) для лінійно пружного проміжного шару ($\alpha = III$) із різними коефіцієнтами податливості (варіант розподілу зазору $\gamma = a$)

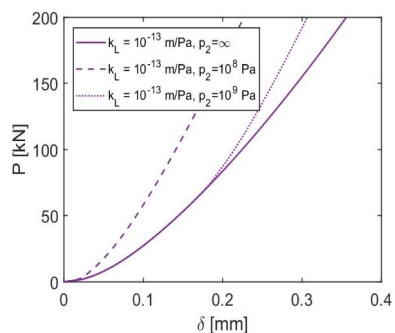
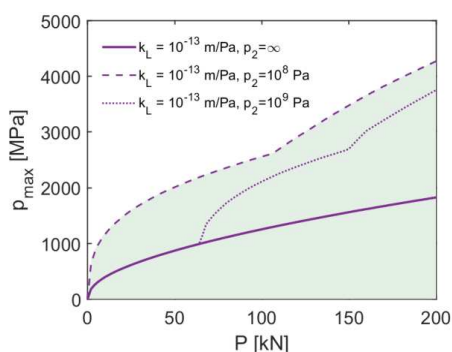


Рисунок 11 – Залежності максимального контактного тиску p_{\max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів p_{α} (для варіанту λ_4 , $\gamma = a$)

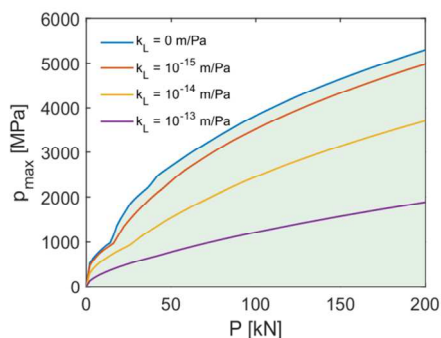


Рисунок 12 – Залежності максимального контактного тиску p_{\max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН) для лінійно пружного проміжного шару ($\alpha = III$) із різними коефіцієнтами податливості (варіант розподілу зазору $\gamma = b$)

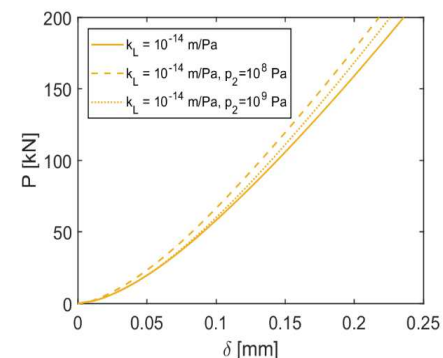
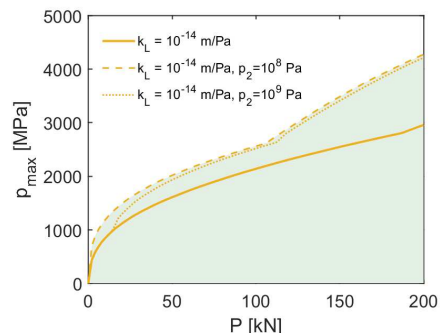


Рисунок 13 – Залежності максимального контактного тиску p_{\max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів p_{α} (для варіанту λ_3 , $\gamma = a$)

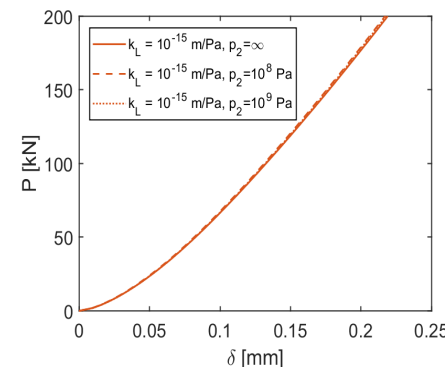
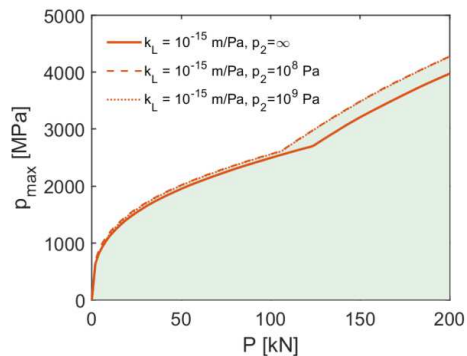


Рисунок 14 – Залежності максимального контактного тиску p_{\max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів p_{α} (для варіанту λ_2 , $\gamma = a$)

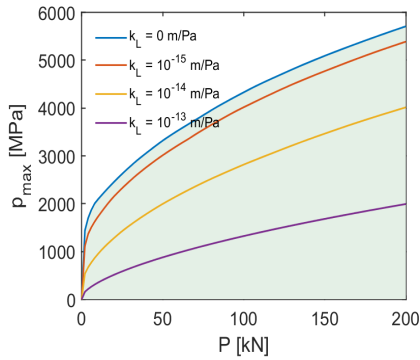
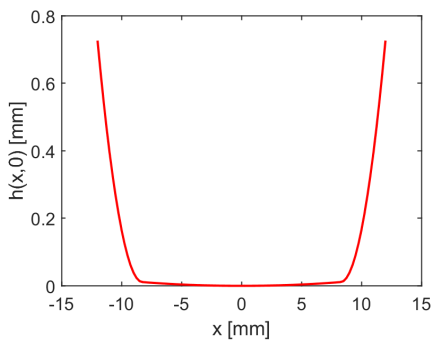
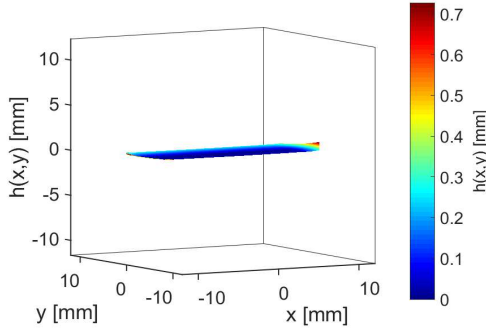


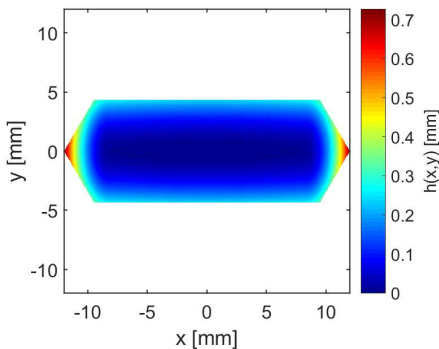
Рисунок 15 – Залежності максимального контакт-ного тиску P_{max} (МПа) від величини притиск-ного зусилля P (кН) для лінійно пружного проміжного шару ($\alpha = III$) із різними коефі-цієнтами податливості (варіант розподілу зазору $\gamma = c$)



a



б



в

Рисунок 16 – Розподіл зазору між кульковим поршнем та біговою доріжкою статорного кільця гідропередачі ГОП-900 (варіант розподілу зазору $\gamma = b$):

a – уздовж осі x , $б$ – ізометрія, $в$ – у площині x, y

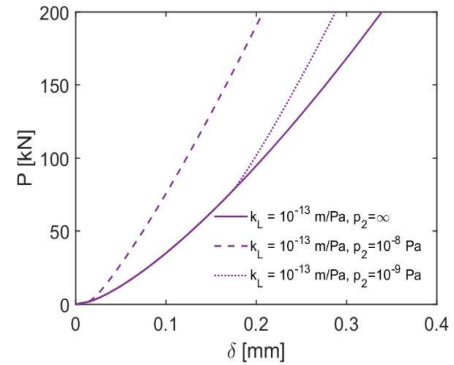
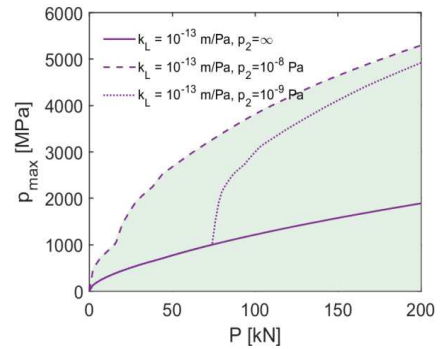


Рисунок 17 – Залежності максимального контакт-ного тиску P_{max} (МПа) від величини притиск-ного зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів p_2 (для варіанту $\lambda_4, \gamma = b$)

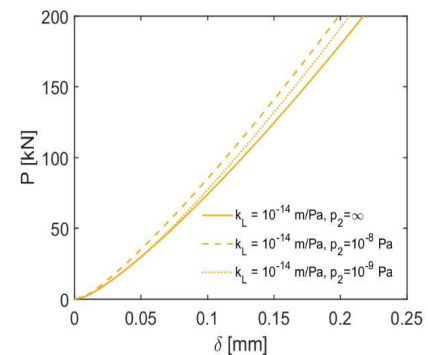
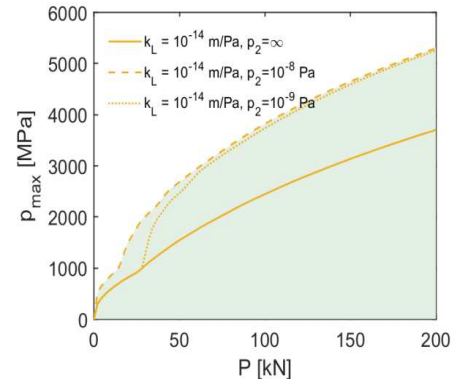


Рисунок 18 – Залежності максимального контакт-ного тиску P_{max} (МПа) від величини притиск-ного зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів p_i (для варіанту $\lambda_3, \gamma = b$)

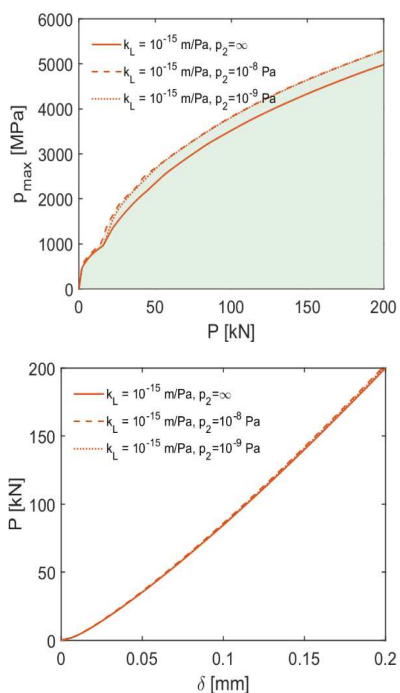


Рисунок 19 – Залежності максимального контактного тиску p_{max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів ρ_α (для варіанту $\lambda_2, \gamma = b$)

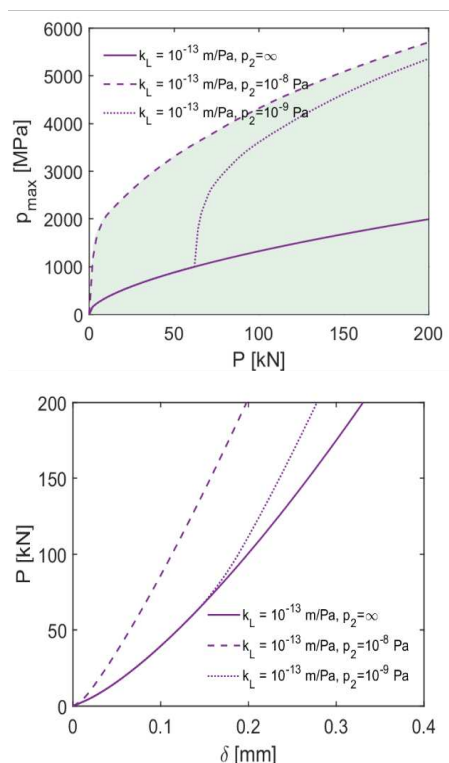


Рисунок 20 – Залежності максимального контактного тиску p_{max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів ρ_α (для варіанту $\lambda_4, \gamma = c$)

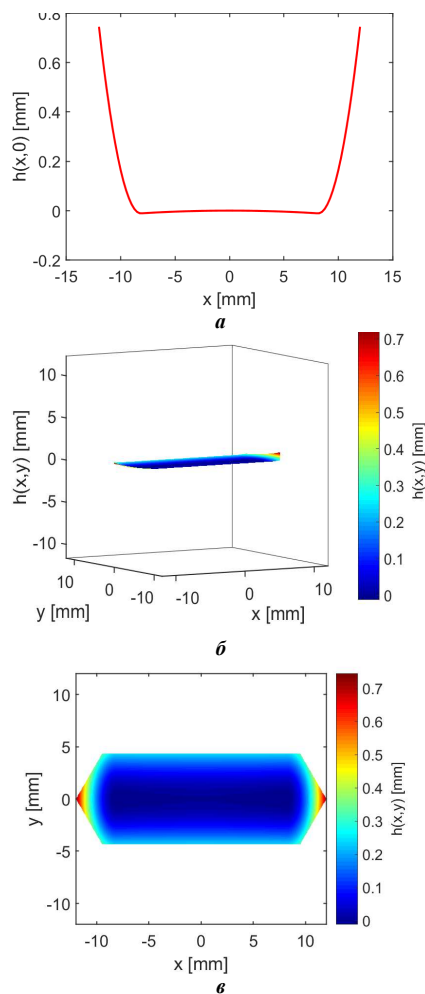


Рисунок 21 – Розподіл зазору між кульковим поршнем та біговою доріжкою статорного кільця гідропередачі ГОП-900 (варіант розподілу зазору $\gamma = c$):

a – уздовж осі x ; b – ізометрія; v – у площині x, y

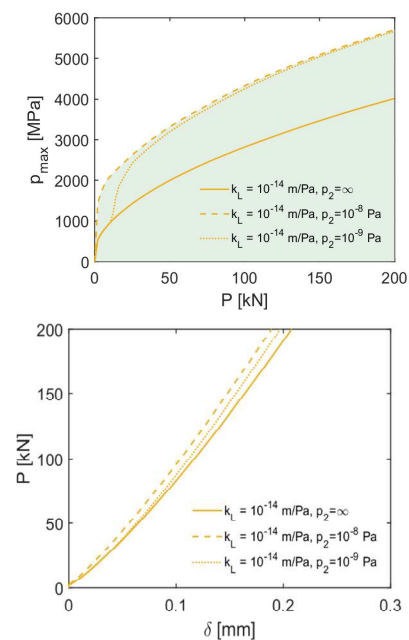


Рисунок 22 – Залежності максимального контактного тиску p_{max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів ρ_α (для варіанту $\lambda_3, \gamma = c$)

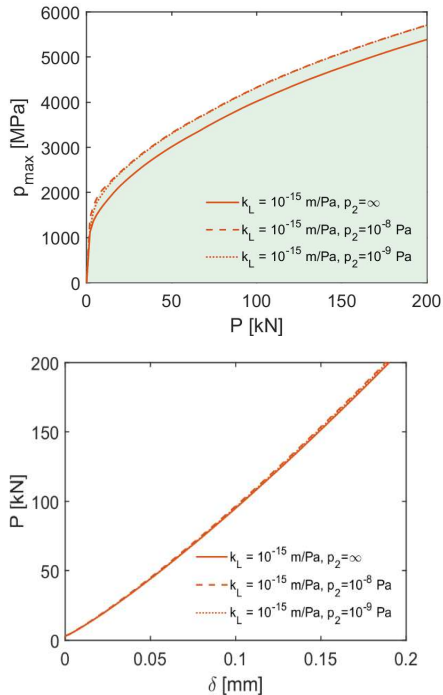


Рисунок 23 – Залежності максимального контактної тиску P_{\max} (МПа) від величини притискового зусилля P (кН), а також P (кН) від величини зближення тіл δ (мм) для різних варіантів p_{α} (для варіанту $\lambda_2, \gamma = c$)

Принциповою відмінністю між випадками $R_t > R_p$ та $R_t < R_p$ є те, що для першого варіанту для будь-яких $p_{\alpha} > 0$ ($i = I, II, III$) знайдеться така величина притискового зусилля, що область контакту буде овальною, а в її центрі досягатиметься p_{\max} . Для другого ж варіанту за малих P контактна область є двома ізольованими каплевидними підобластями (на периферії області можливого контакту), які зі зростанням P можуть перетворюватися у гантелевидне їх об'єднання.

При цьому характер розподілу $p(x, y)$ сильно залежать від рівня p_{α} , де $\alpha = I, II, III$. Проте спільними для різних p_{α} є те, що у центральній частині області контакту досягається локальний мінімум, а два максимуми досягаються на периферії на осі x поблизу зони переходу профіля із дуги R_t на дугу R_c (див. рис. 7), тобто при кутовому розхилі дуги, що приблизно дорівнює θ . Розрахунок для більшої сукупності варіантів α, β, γ із застосуванням розроблених моделей, створеного методу та реалізованого засобу досліджень дає можливість одержати більше інформації щодо поведінки розподілів $p_{\max}(P, \alpha, \beta, \gamma)$, а, відповідно, більш докладний масив інформації для обґрунтування технічних рішень за критерієм зниження контактної тиску, рівня напружень чи інтенсивності зношування кулькового поршня та статорного кільця радіальної гідروоб'ємної передачі ГОП-900.

Скінченно-елементне моделювання контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою

гідропередачі. Для сумісного урахування впливу нелінійних властивостей проміжного шару та притискової сили на напружено-деформований стан і контактний тиск у сполученні кулькового поршня та бігової доріжки ГОП-900 (рис. 5) було здійснено скінченно-елементне моделювання. Варіювалися: дотичний модуль пружності проміжного шару (від $2 \cdot 10^{10}$ до $4 \cdot 10^{11}$ Па).

Для більш повного дослідження контактної взаємодії елементів гідропередачі ГОП-900 для перспективної танкової трансмісії була побудована модель системи «кульковий поршень–бігова доріжка» («КП–БД») із нелінійним пружно-пластичним проміжним шаром. Геометрична модель системи із нелінійно-пружним проміжним шаром товщиною 0,1 мм наведена на рис. 24, діаграми деформування матеріалів – на рис. 25.

Основний матеріал елементів системи – сталь із характеристиками на рис. 25 (модуль пружності $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт Пуасона $\nu = 0,3$). Варіювалося притисне зусилля – 50, 100, 200 кН. Скінченно-елементна модель системи наведена на рис. 26, схема прикладання сили – на рис. 27 (1/4 частини із урахуванням умов симетрії).

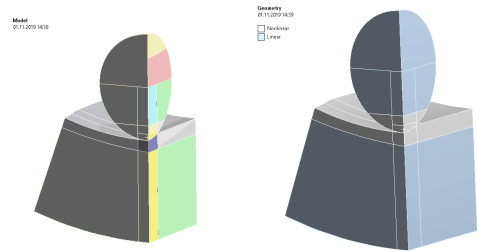


Рисунок 24 – Геометрична модель системи «кульковий поршень–бігова доріжка» гідропередачі ГОП-900

Розв'язувалися наступні задачі:

- 1) пружна задача ($\nu = 0,3$ – матеріал шару);
- 2) пружна задача з пластичним шаром, границя текучості шару 500 МПа ($\nu = 0,3$ – матеріал шару);
- 3) пружна задача з пластичним шаром, границя текучості шару 500 МПа ($\nu = 0,01$ – матеріал шару);
- 4) пружна задача з пластичним шаром, границя текучості шару 500 МПа ($\nu = 0,15$ – матеріал шару);
- 5) пружно-пластична задача з границею текучості шару/навколо шару 500/1000 МПа ($\nu = 0,3$ – матеріал шару);
- 6) пружно-пластична задача з границею текучості шару/навколо шару 500/1500 МПа ($\nu = 0,3$ – матеріал шару);
- 7) пружно-пластична задача з границею текучості шару/навколо шару 500/1000 МПа ($\nu = 0,01$ – матеріал шару).

Із рис. 29–33 видно, що контактний тиск та еквівалентні напруження за Мізесом зосереджені переважно у центральній частині області контакту.

Із наведених на рис. 35–39 результатів випливає, що отримані дані (задача 2) корелюють із даними для задачі 1, проте є певна корекція, зумовлена властивостями проміжного шару.

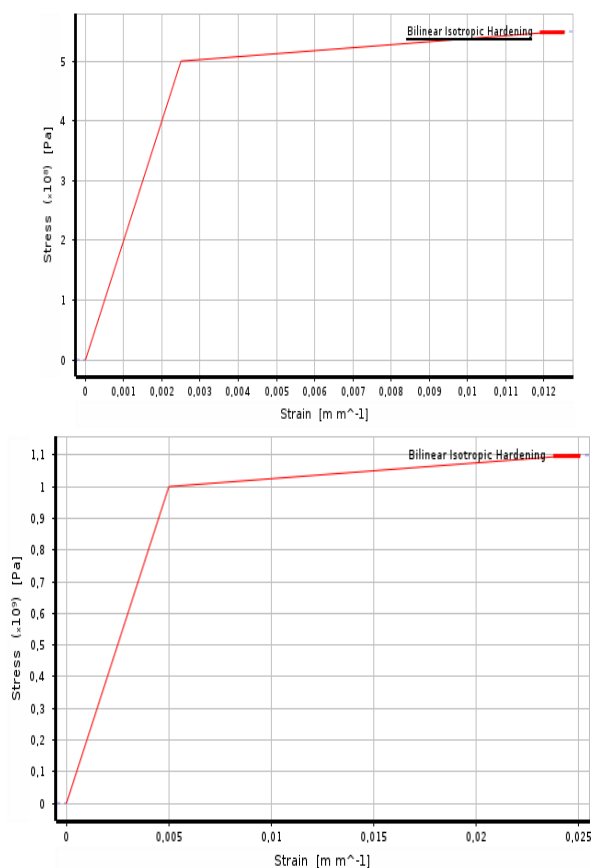


Рисунок 25 – Діаграми деформування матеріалів:
а – проміжного шару; б – основного матеріалу поршня та статорного кільця (бігова доріжка)

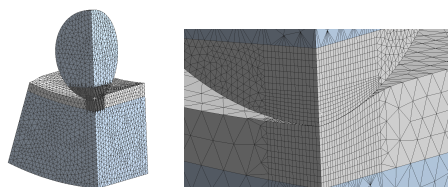


Рисунок 26 – Скінченно-елементна модель системи «КП-БД»

Дані, наведені на рис. 40–44 (задача 3), за характеристиками розподілів та рівнем компонент НДС відповідають аналогічним для задачі 2.

Як видно із рис. 45–49 (задача 4), одержані результати є за характером проміжними між результатами розв'язання задач 2 і 3.

Дані, отримані для задачі 5 (рис. 50–57), свідчать про зміну характеристик та рівнів величин компонент напружено-деформованого стану контактуючих тіл.

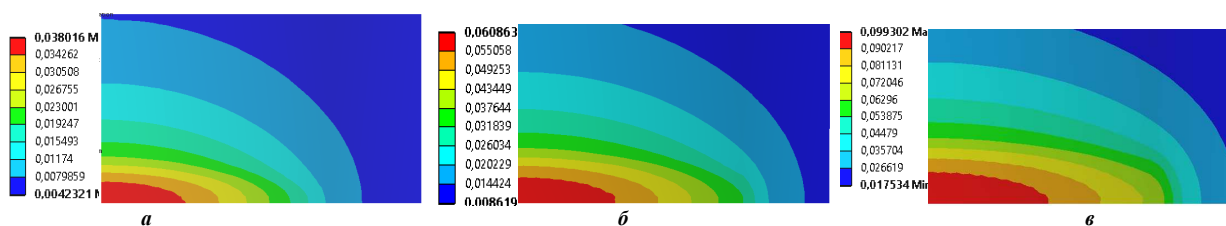


Рисунок 29 – Повні переміщення у шарі (задача 1), мм, для етапів навантаження (див. рис. 28):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

Крім того, видно, що при багатоциклового навантаженні процес усталюється через невелику кількість (2–3) циклів.

На рис. 28–70 наведені історії навантаження та ілюстративні матеріали із результатами розрахунків.

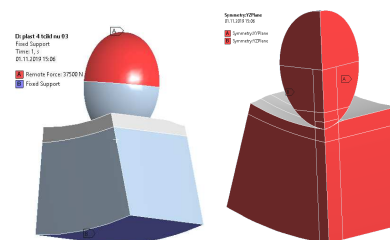


Рисунок 27 – Місця прикладання закріплення та навантаження системи «КП-БД»

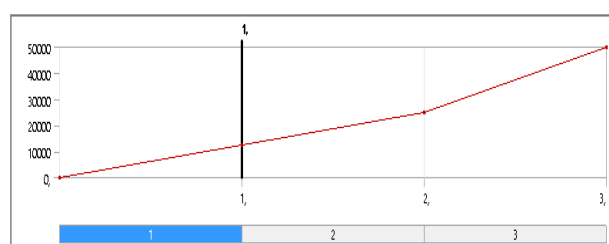


Рисунок 28 – Історія навантаження (задача 1), Н, для 1/4 моделі

Тенденції, подібні до встановлених при розв'язанні задачі 5, притаманні для випадків задач 6 рис. 58–64), 7 (рис. 65–70). Проте відбувається чисельне коригування розподілів контрольованих величин.

Аналіз результатів розв'язання пробних тестових задач про напружено-деформований стан у системі «кульковий поршень–бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 дає підстави для висновку про те, що чинник історії навантаження є суттєвим. Він впливає на розподіл і контактних зон, і контактного тиску, і компонент напружено-деформованого стану. При цьому циклічний характер навантаження призводить до повторюваності розподілів цих полів після декількох перших циклів.

Загальним висновком із здійснених досліджень є твердження про необхідність урахування властивостей проміжного шару, у т.ч. – фізичної нелінійності, при дослідженні НДС контактуючих СПГ та проектно-технологічному забезпеченні необхідних технологічних і тактико-технічних характеристик машин військового та цивільного призначення.

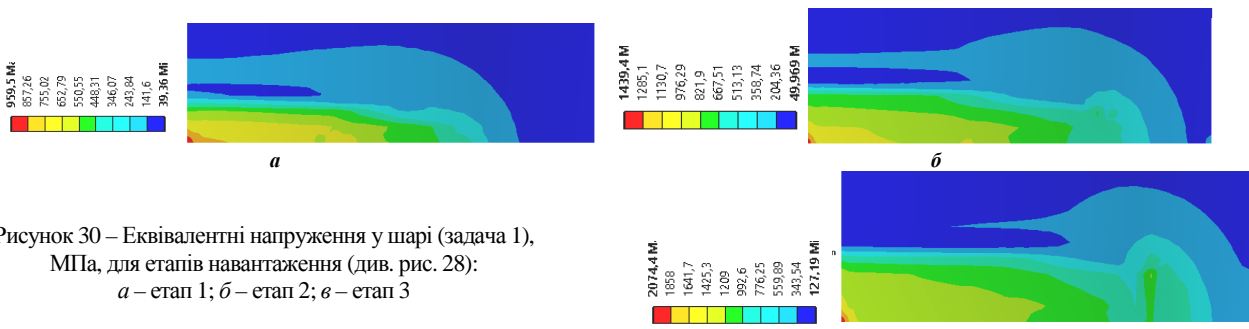


Рисунок 30 – Еквівалентні напруження у шарі (задача 1), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 28): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

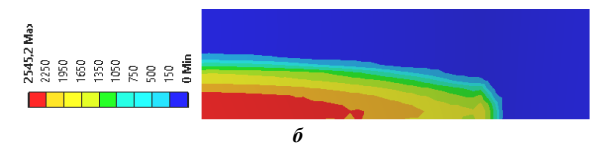
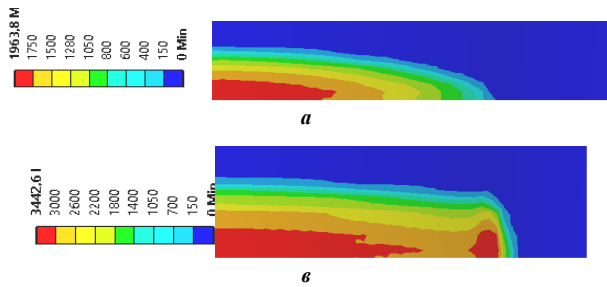


Рисунок 31 – Контактний тиск у шарі (задача 1), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 28): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

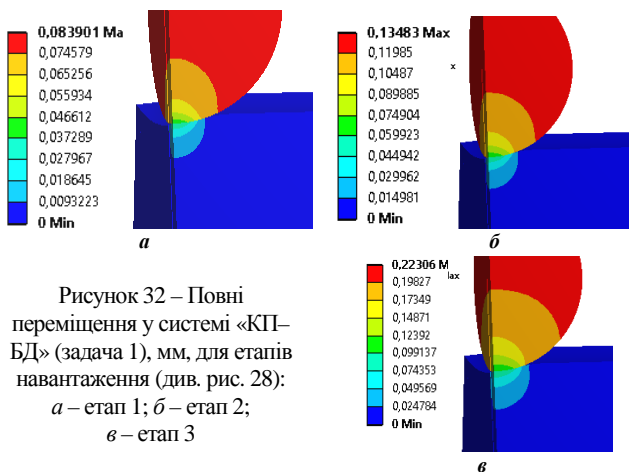


Рисунок 32 – Повні переміщення у системі «КП-БД» (задача 1), мм, для етапів навантаження (див. рис. 28): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

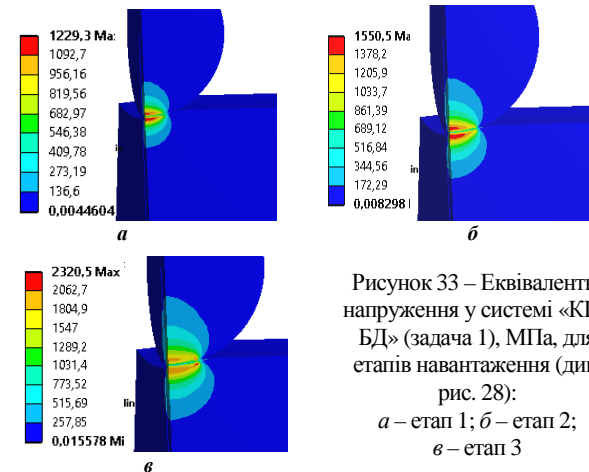


Рисунок 33 – Еквівалентні напруження у системі «КП-БД» (задача 1), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 28): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

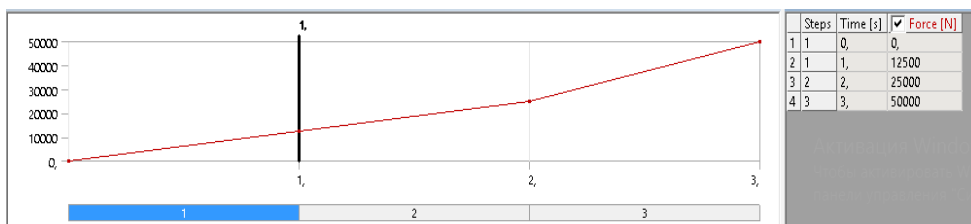


Рисунок 34 – Історія навантаження (задачі 2–4), Н

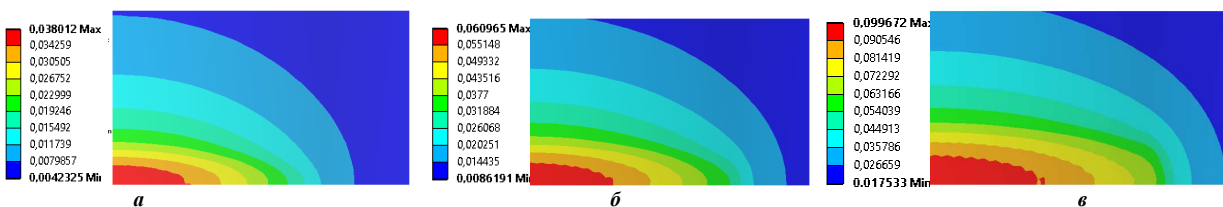


Рисунок 35 – Повні переміщення у шарі (задача 2), мм, для етапів навантаження (див. рис. 34): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

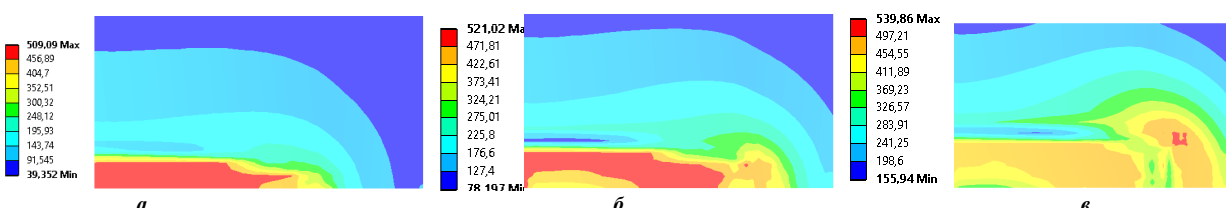


Рисунок 36 – Еквівалентні напруження у шарі (задача 2), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

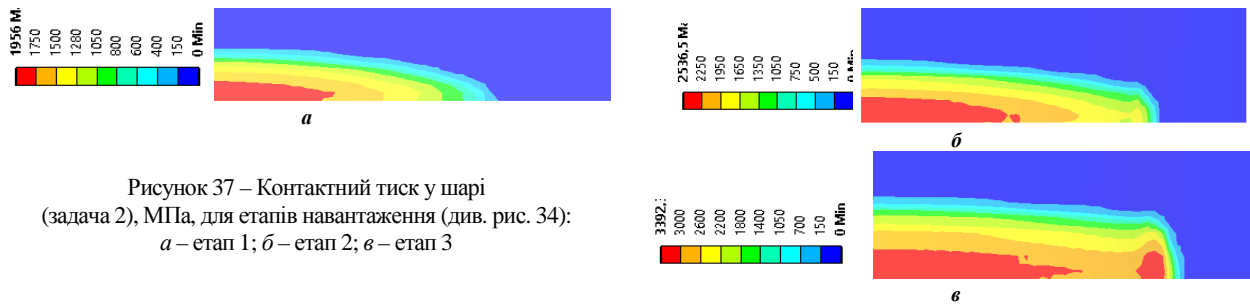


Рисунок 37 – Контактний тиск у шарі (задача 2), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

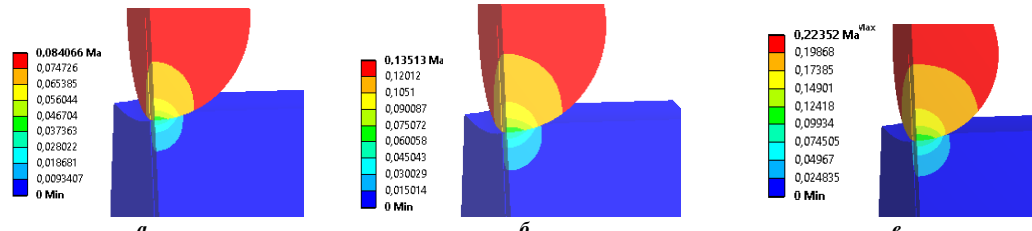


Рисунок 38 – Повні переміщення у системі «КП–БД» (задача 2), мм, для етапів навантаження (див. рис. 34):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

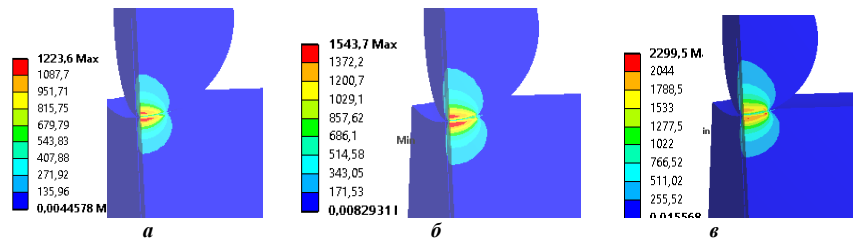


Рисунок 39 – Еквівалентні напруження у системі «КП–БД» (задача 2), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

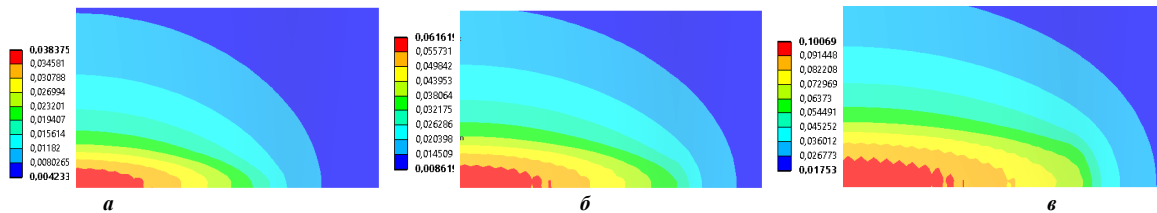


Рисунок 40 – Повні переміщення у шарі (задача 3), мм, для етапів навантаження (див. рис. 34):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

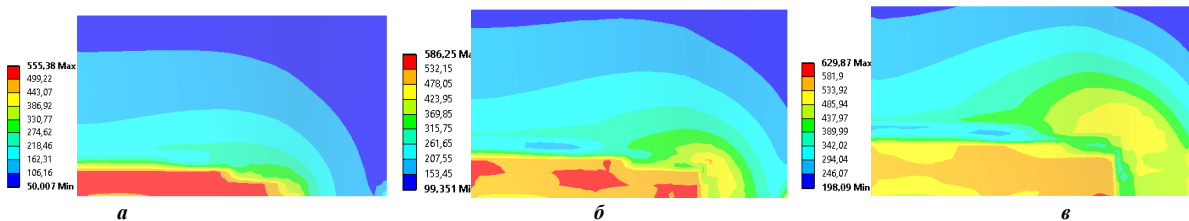


Рисунок 41 – Еквівалентні напруження у шарі (задача 3), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

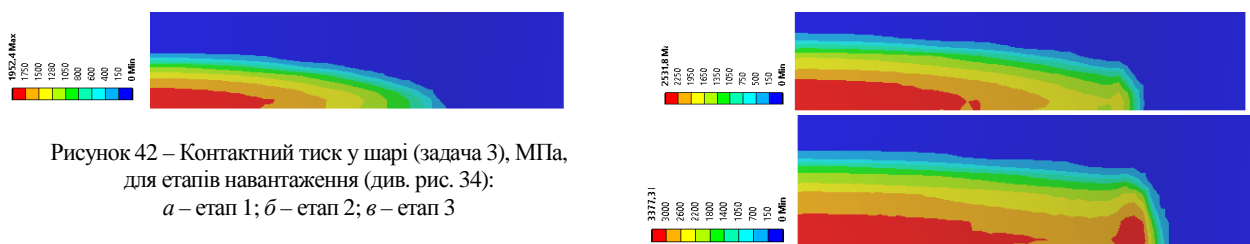


Рисунок 42 – Контактний тиск у шарі (задача 3), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

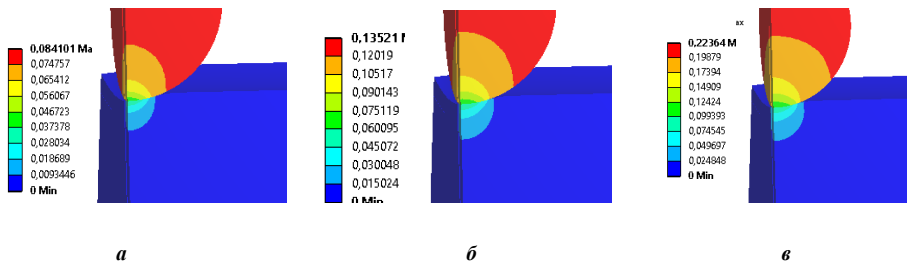


Рисунок 43 – Повні переміщення у системі «КП-БД» (задача 3), мм, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

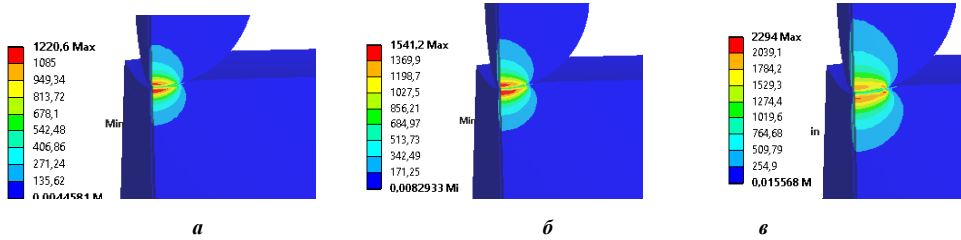


Рисунок 44 – Еквівалентні напруження у системі «КП-БД» (задача 3), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

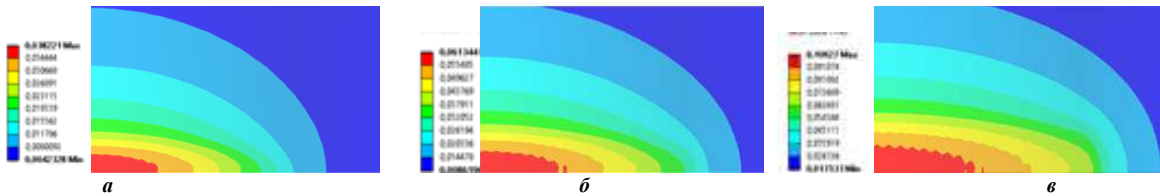


Рисунок 45 – Повні переміщення у шарі (задача 4), мм, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

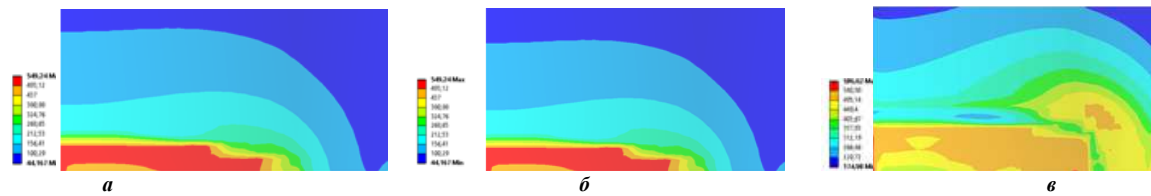


Рисунок 46 – Еквівалентні напруження у шарі (задача 4), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

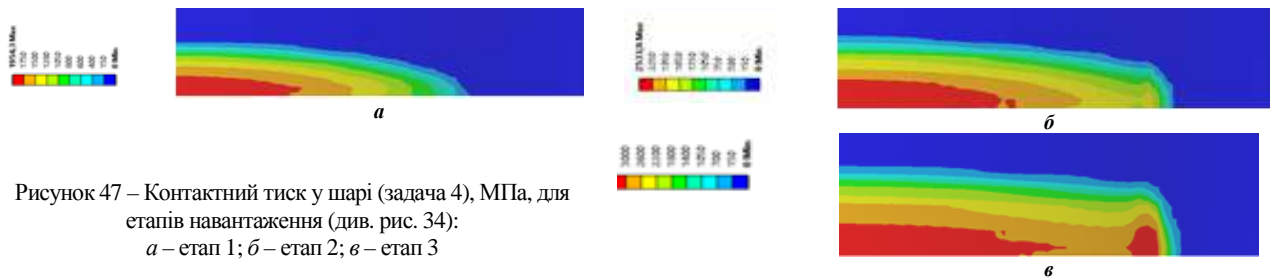


Рисунок 47 – Контактний тиск у шарі (задача 4), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

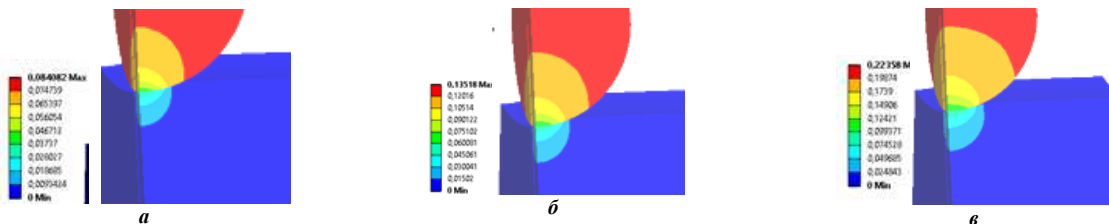


Рисунок 48 – Повні переміщення у системі «КП-БД» (задача 4), мм, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

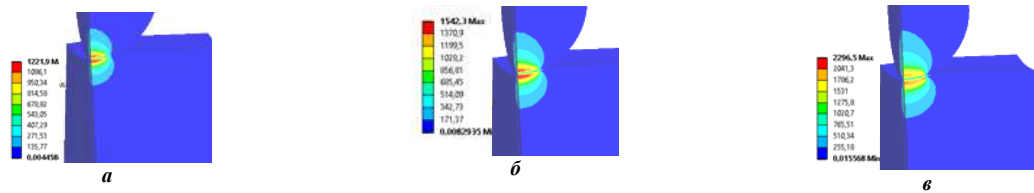


Рисунок 49 – Еквівалентні напруження у системі «КП–БД» (задача 4), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 34):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3

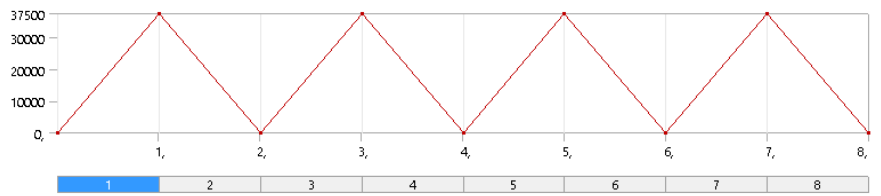


Рисунок 50 – Історія навантаження (задачі 5–7), Н

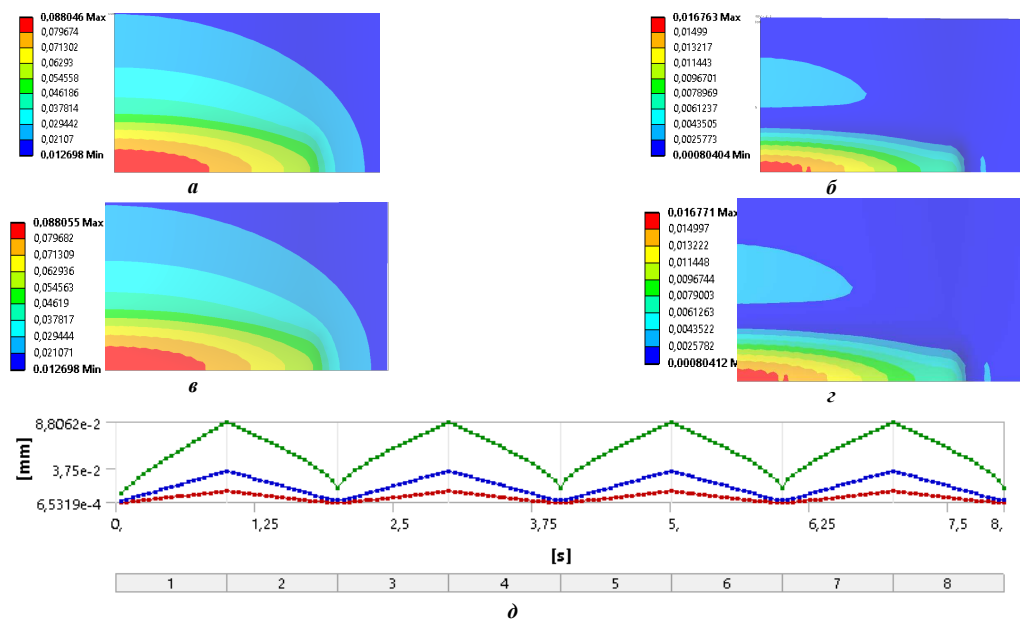


Рисунок 51 – Повні переміщення у шарі (задача 5), мм для етапів навантаження (див. рис. 50):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

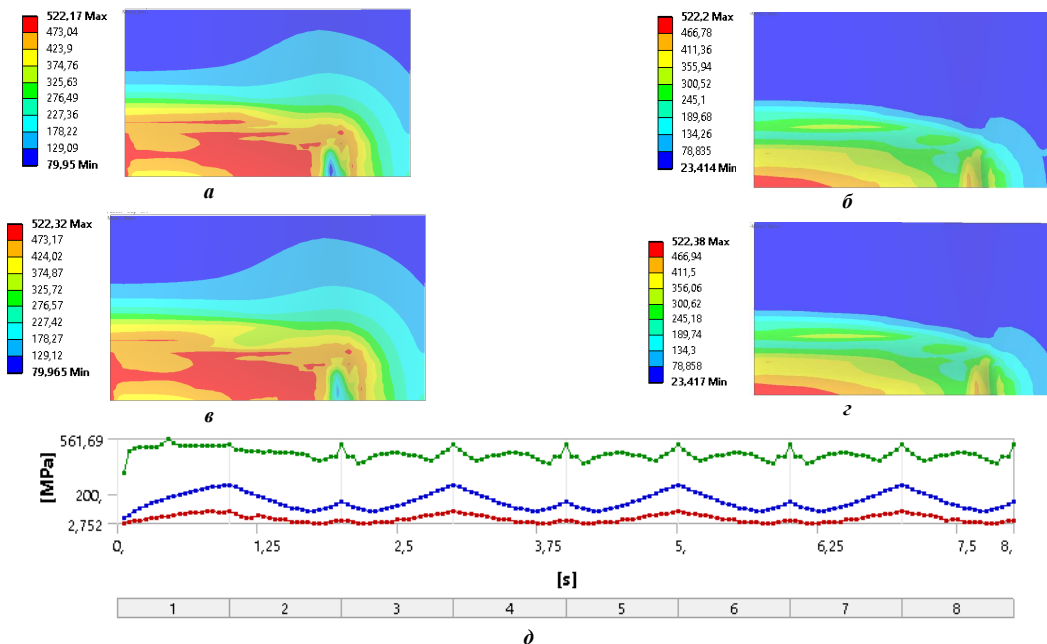


Рисунок 52 – Еквівалентні напруження у шарі (задача 5), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

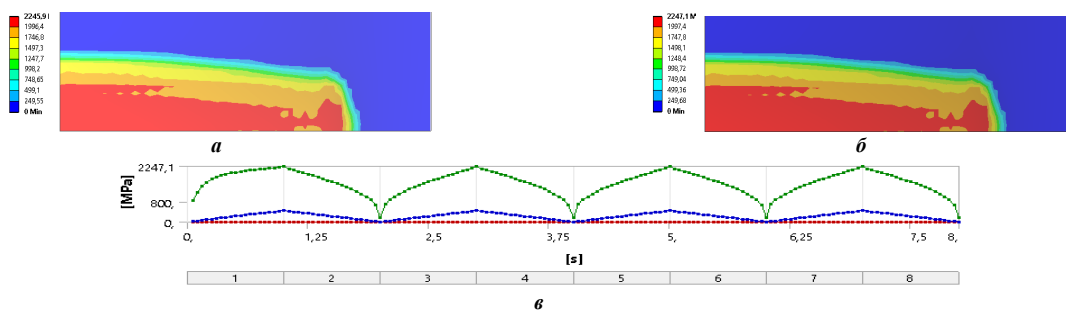


Рисунок 53 – Контактний тиск у шарі (задача 5), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 3; в – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

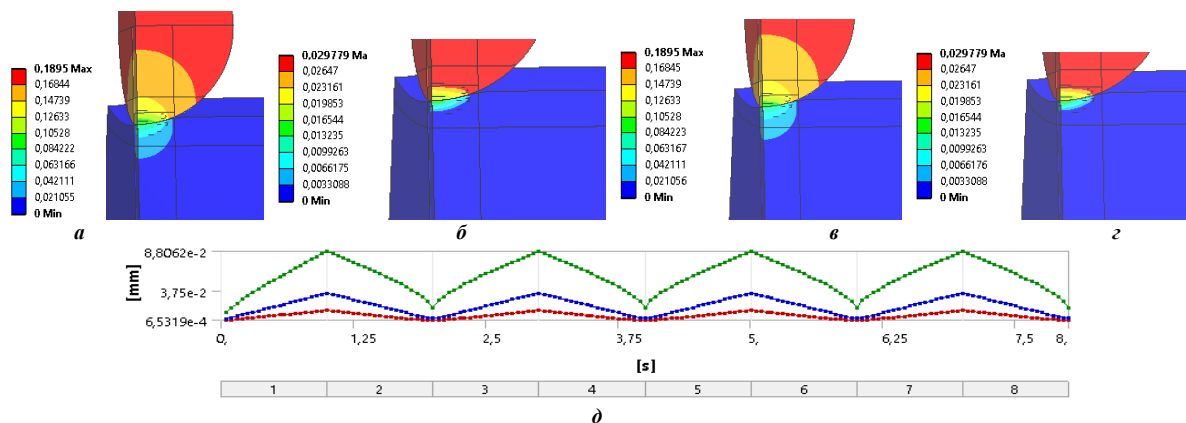


Рисунок 54 – Повні переміщення у системі «КП–БД» (задача 5), мм, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

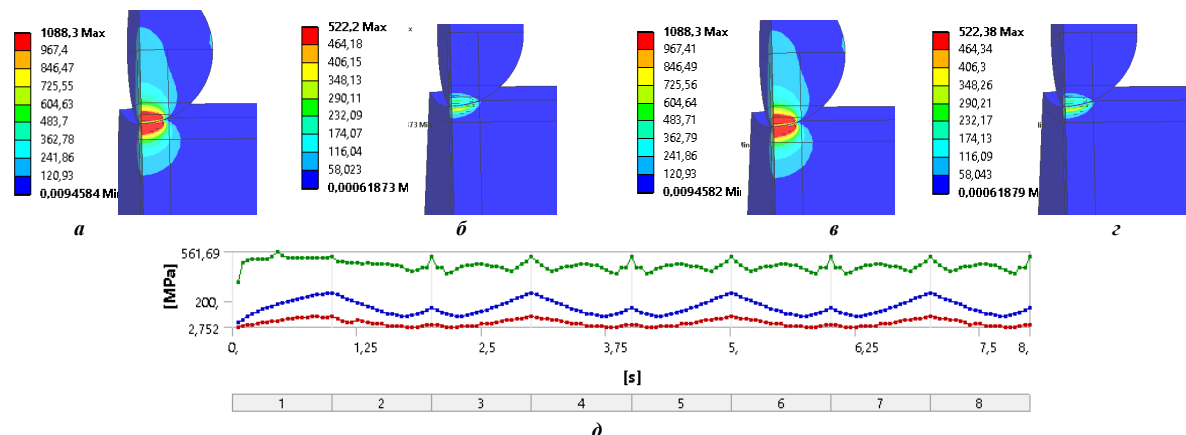


Рисунок 55 – Еквівалентні напруження у системі «КП–БД» (задача 5), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

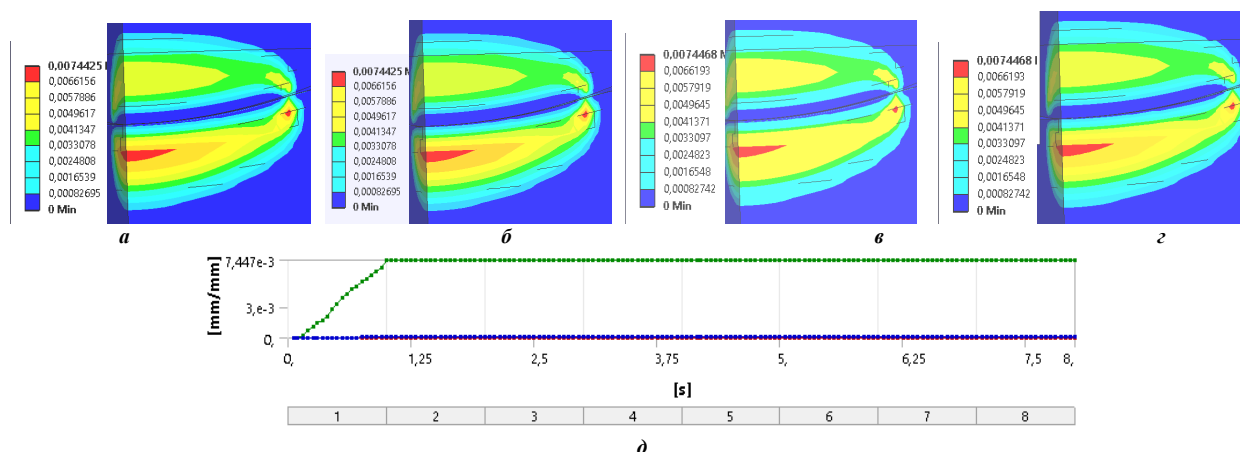


Рисунок 56 – Еквівалентні пластичні деформації у системі «КП–БД» (задача 5) для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

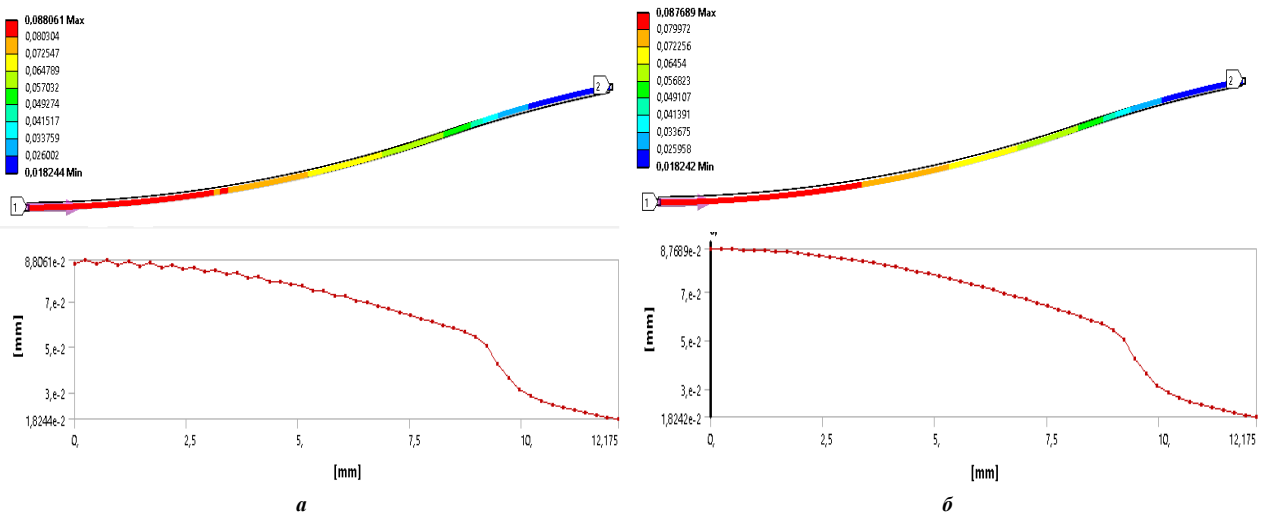


Рисунок 57 – Обтиснення шару у системі «КП–БД» (задача 5), мм: *a* – верхній профіль шару; *б* – нижній профіль шару

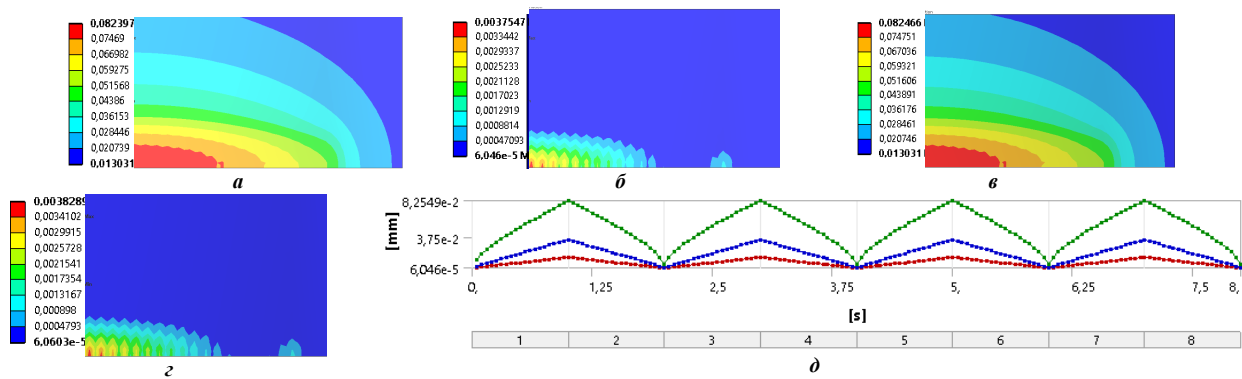


Рисунок 58 – Повні переміщення у шарі (задача б), мм, для етапів навантаження (див. рис. 50):
a – етап 1; *б* – етап 2; *в* – етап 3; *г* – етап 4; *д* – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

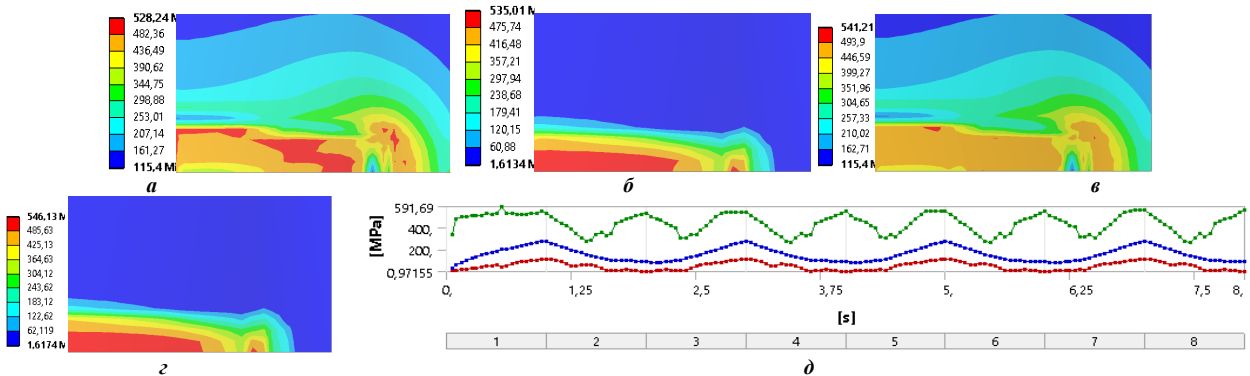


Рисунок 59 – Еквівалентні напруження у шарі (задача б), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50):
a – етап 1; *б* – етап 2; *в* – етап 3; *г* – етап 4; *д* – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

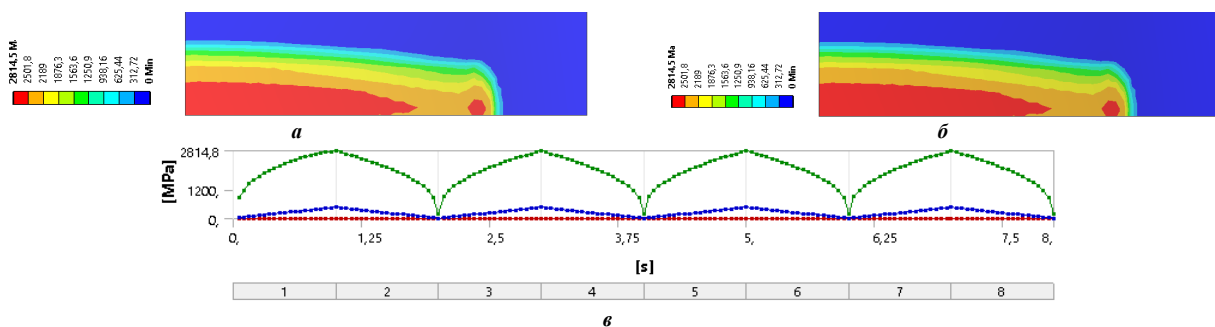


Рисунок 60 – Контактний тиск у шарі (задача б), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50):
a – етап 1; *б* – етап 3; *в* – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

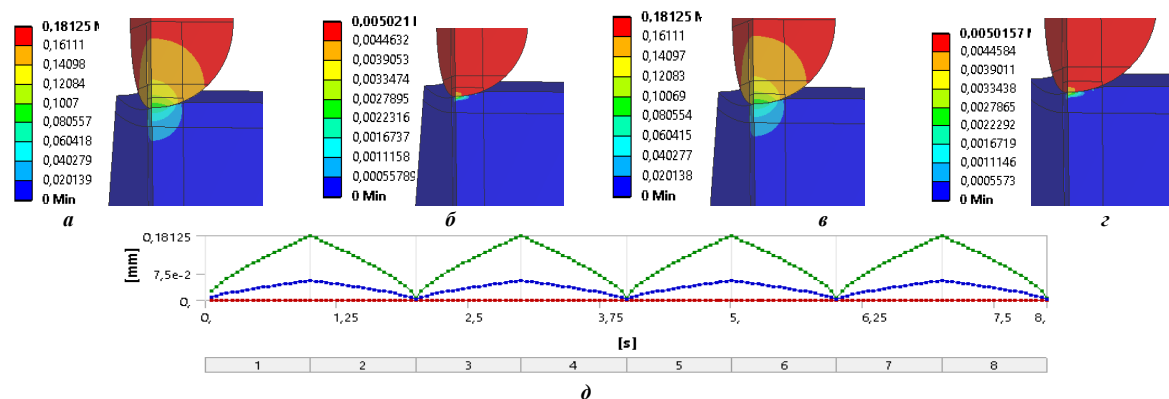


Рисунок 61 – Повні переміщення у системі «КП-БД» (задача 6), мм, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

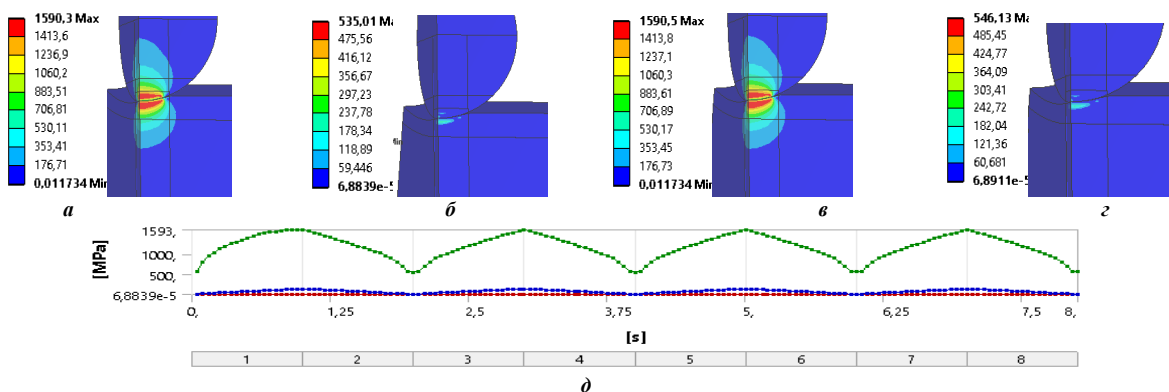


Рисунок 62 – Еквівалентні напруження у системі «КП-БД» (задача 6), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

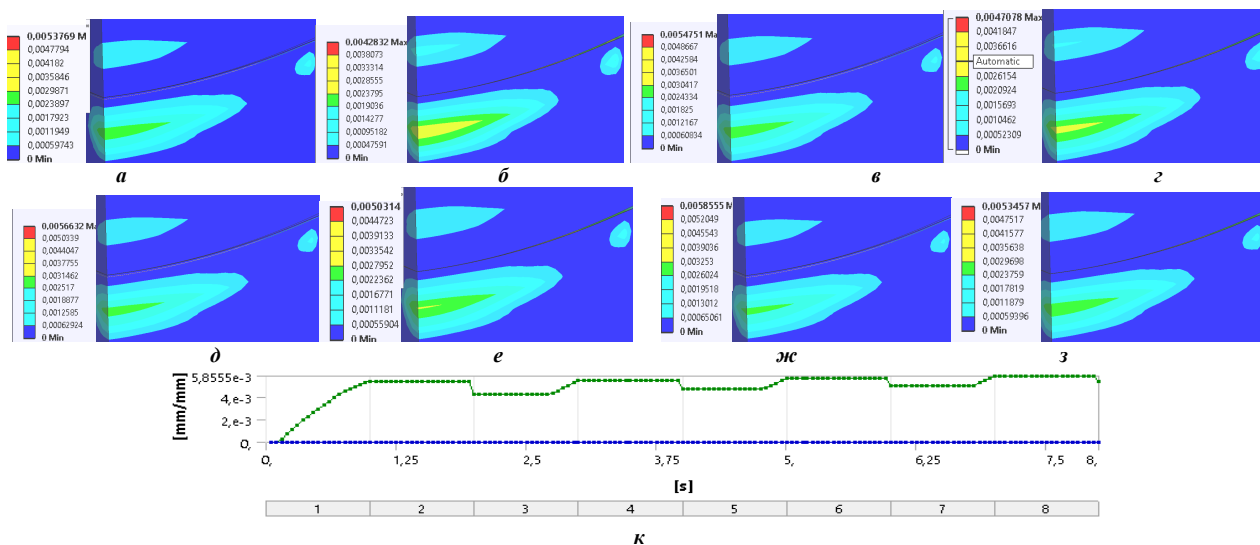


Рисунок 63 – Еквівалентні пластичні деформації у системі «КП-БД» (задача 6) для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – етап 5; е – етап 6; ж – етап 7; з – етап 8; к – зміна рівня за етапами

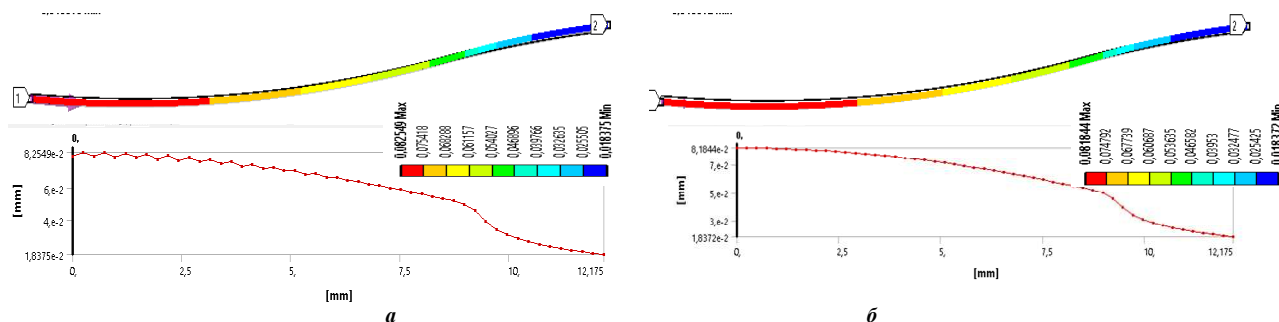


Рисунок 64 – Обтиснення шару у системі «КП-БД» (задача 6), мм: а – верхній профіль шару; б – нижній профіль шару

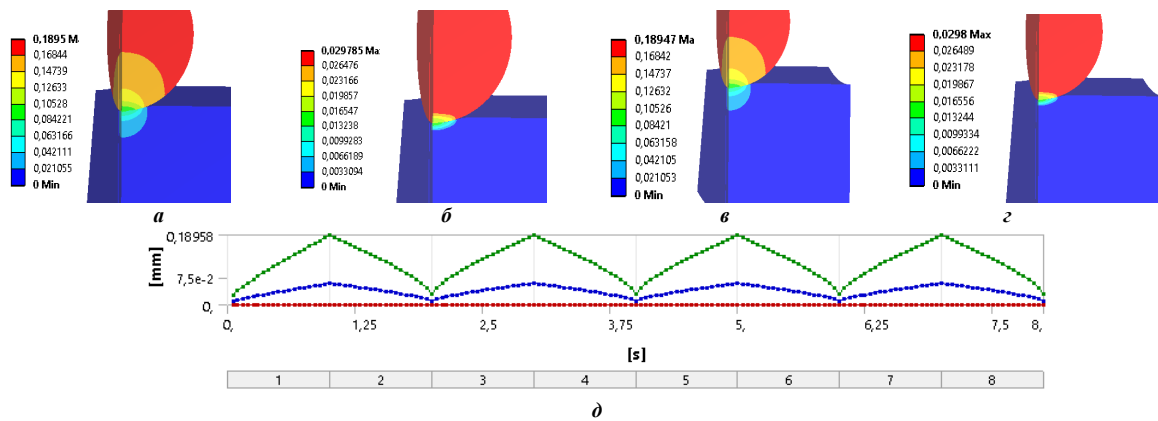


Рисунок 65 – Повні переміщення у системі «КП-БД» (задача 7), мм, для етапів навантаження (див. рис. 50):
 а – етап 5; б – етап 6; в – етап 7; з – етап 8; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

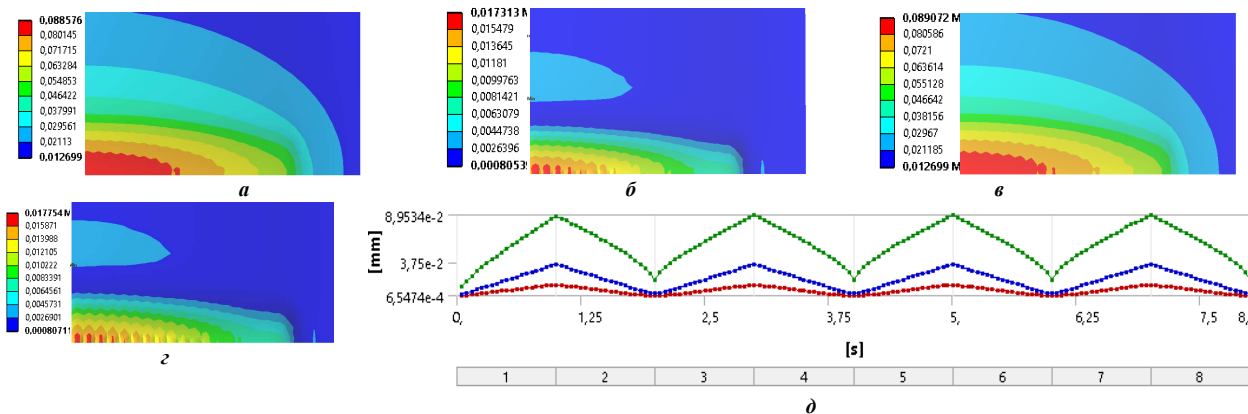


Рисунок 66 – Повні переміщення у шарі (задача 7), мм, для етапів навантаження (див. рис. 50):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; з – етап 4; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

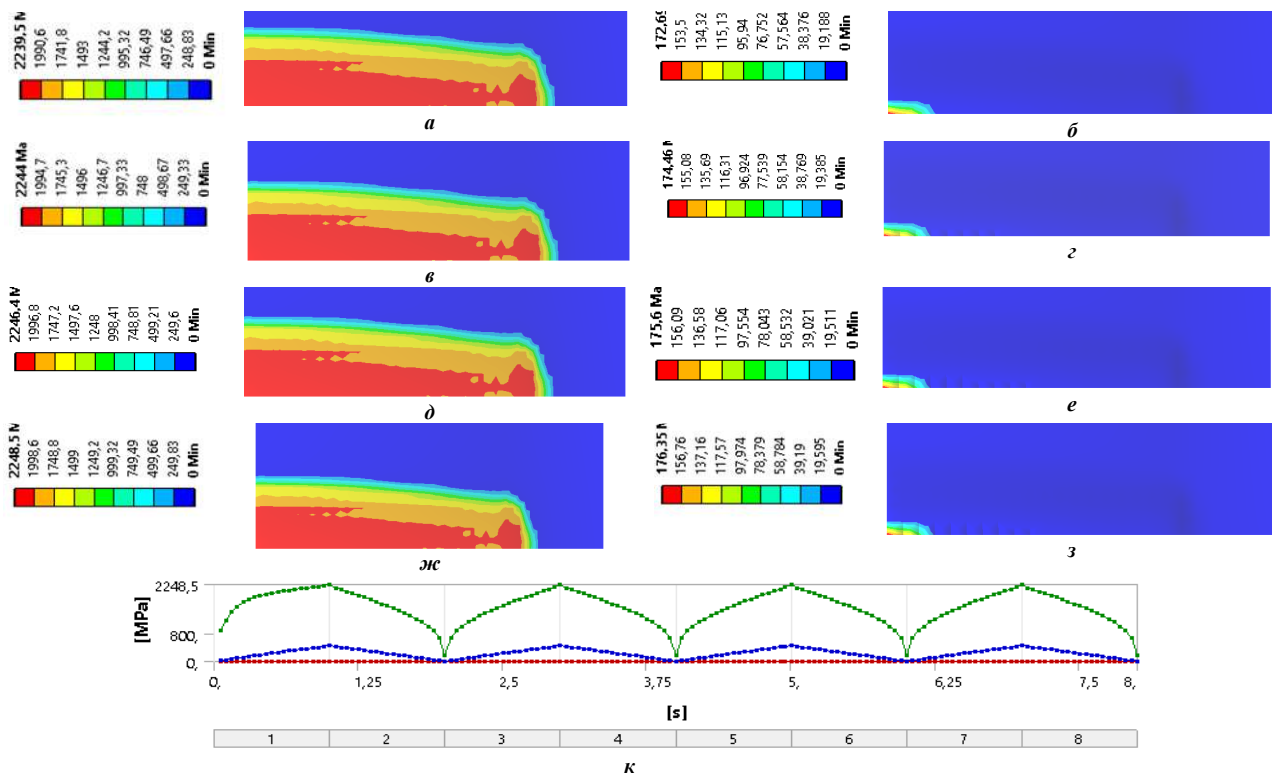


Рисунок 67 – Контактний тиск у шарі (задача 7), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50):
 а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; з – етап 4; д – етап 5; е – етап 6; ж – етап 7; з – етап 8; к – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

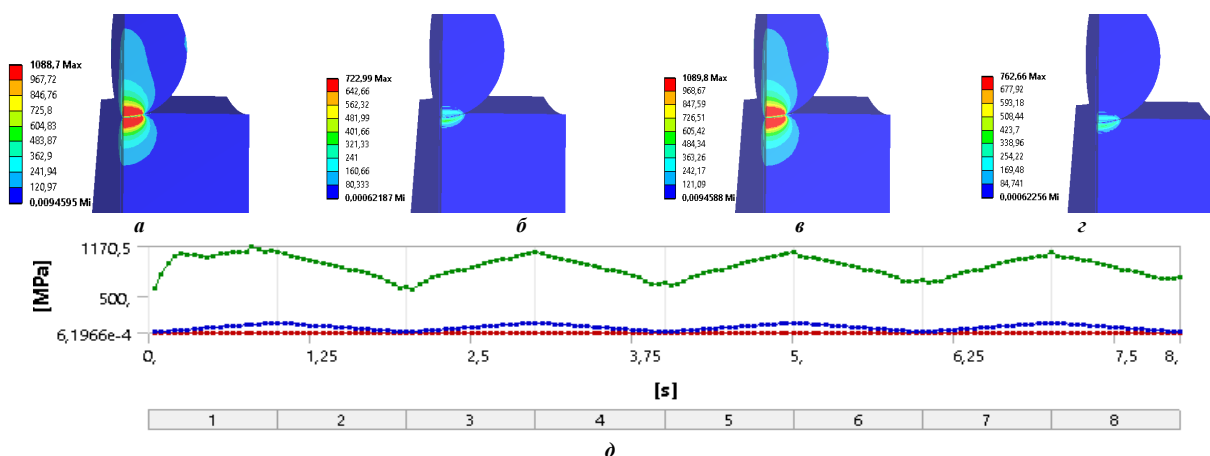


Рисунок 68 – Еквівалентні напруження у системі «КП–БД» (задача 7), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 5; б – етап 6; в – етап 7; г – етап 8; д – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

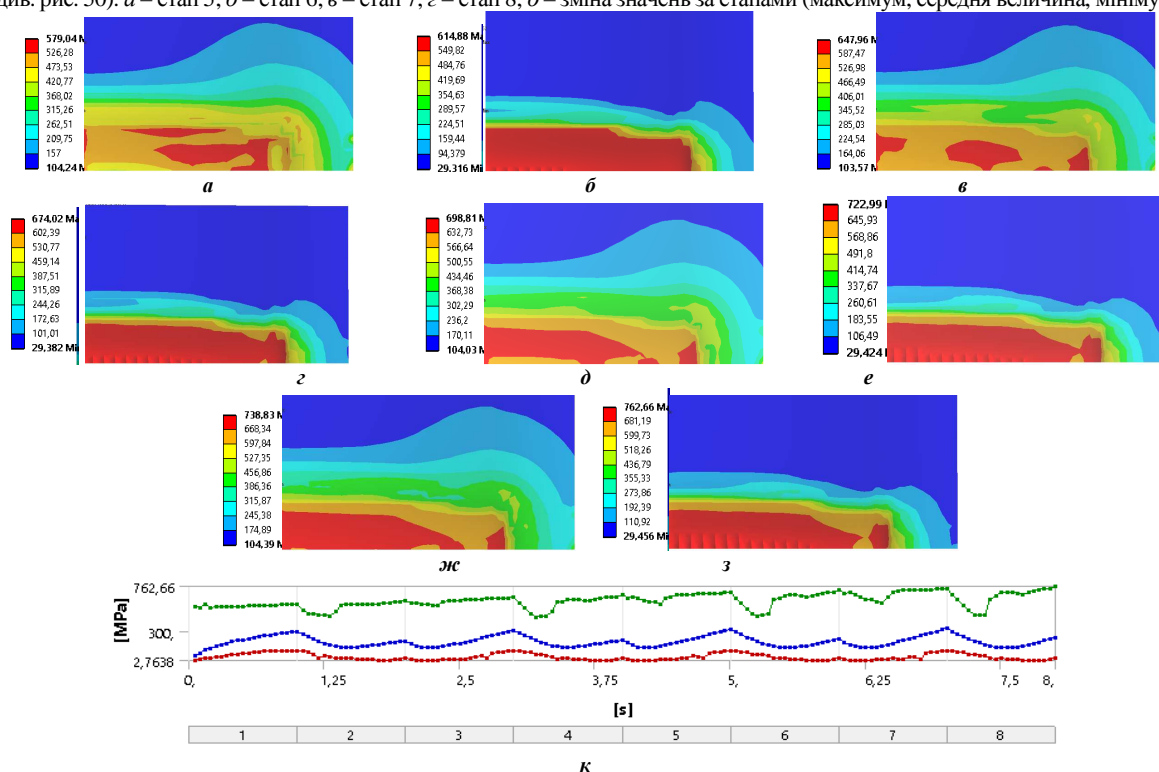


Рисунок 69 – Еквівалентні напруження у шарі (задача 7), МПа, для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 1; б – етап 2; в – етап 3; г – етап 4; д – етап 5; е – етап 6; ж – етап 7; з – етап 8; к – зміна значень за етапами (максимум, середня величина, мінімум)

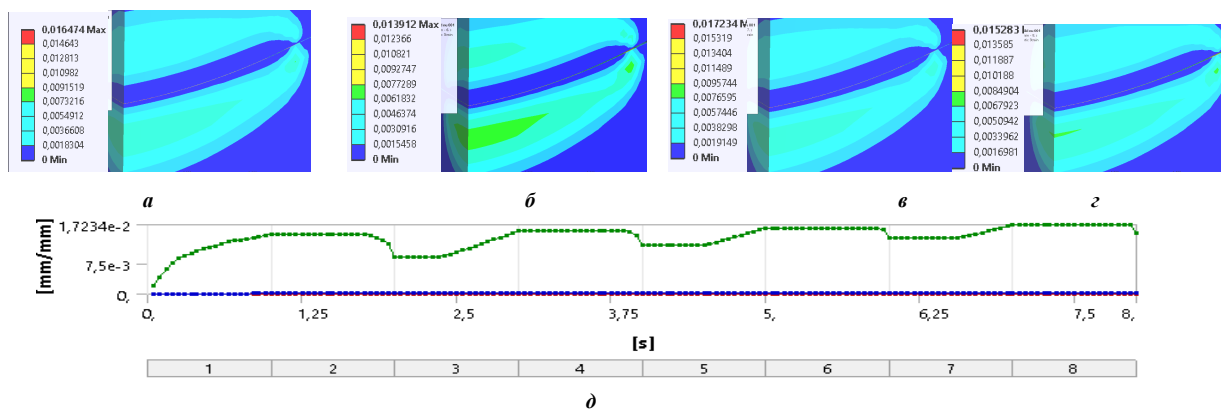


Рисунок 70 – Еквівалентні пластичні деформації у системі «КП–БД» (задача 7), мм для етапів навантаження (див. рис. 50): а – етап 5; б – етап 6; в – етап 7; г – етап 8; д – зміна значень за етапами

Висновки. У статті поставлені та розв’язані наступні задачі.

1. Розроблені методи дослідження контактної взаємодії СПТ із урахуванням залежності характеристик

матеріалу проміжних шарів від історії навантаження.

2. Розроблена структура та наповнення єдиної системи розв'язувальних рівнянь та нерівностей для аналізу контактної взаємодії СПТ із урахуванням залежності характеристик матеріалу проміжних шарів від історії навантаження.

3. Розроблені загальні підходи до розв'язання системи рівнянь та нерівностей на основі дискретизації за методами скінченних і граничних елементів та модифікованого варіанту варіаційного принципу Калькера.

4. Розв'язана низка тестових задач про контактну взаємодію складнопрофільних тіл на прикладі кулькових поршнів гідропередачі ГОП-900 для оснащення перспективної вітчизняної танкової трансмісії.

Новизна отриманих результатів полягає у розробці теоретичних основ дослідження НДС, забезпечення конструкційної міцності та синтезу властивостей матеріалів і форми поверхонь СПТ, що перебувають у механічному контакті через нелінійний шар, властивості якого залежать від історії навантаження, за критеріями міцності, працездатності, навантажувальної здатності, а також у розв'язанні наступних задач та отриманні таких нових результатів: розробка нової нелінійної моделі властивостей матеріалу проміжного шару, яка, на відміну від традиційної однорівневої, дає змогу пов'язувати його властивості на мікро- та макрорівні; створення нової моделі поведінки СПТ у процесі контактної взаємодії, яка, на відміну від традиційних, містить додаткові параметри, що описують залежність властивостей від історії навантаження; розвиток варіаційного принципу Калькера на випадок більш загального закону зміни властивостей матеріалу системи контактуючих тіл, ніж традиційні лінійні або нелінійні залежності; розвиток методу граничних елементів у частині апроксимації не тільки шуканого розподілу контактної тиску, але й додаткових змінних, які фіксують історію навантаження у різних частинах області контактної взаємодії; розвиток методів розв'язання системи нелінійних співвідношень, які, з одного боку, на відміну від традиційних, формуються не відносно змінних, а їхніх прирощень, а, з іншого, – мають не постійні, а змінювані умови контактної взаємодії у кожній точці області контакту залежно від поточного стану та історії навантаження; нові закономірності розподілу контактної тиску залежно від впливу властивостей матеріалів проміжних шарів, а також зміна компонент НДС контактуючих тіл та характеристик їх міцності; обґрунтовані на основі досліджень рекомендації щодо обґрунтування форми та властивостей матеріалів СПТ, які забезпечують сприятливі умови їх роботи за критеріями міцності.

Розроблені методи та моделі є основою для подальшого аналізу контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій та обґрунтування технічних рішень при їх проектних дослідженнях за критеріями міцності, довговічності та навантажувальної здатності.

Список літератури

- Slobodyan B.S., [...], Martyniak R.M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *J. of Mathematical Sciences*, 2016. Vol. 215(1), 110-112.
- Slobodyan B.S., [...], Martyniak R.M. Моделювання контактної взаємодії періодично текстурованих тіл з урахуванням фрикційного проковзування. *Мат. мет. та фіз.-мех. поля*. 2014, 57(2).
- Popov, V. L., Pohrt, R., & Li, Q. (2017). Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*, 5(3), 308-325. DOI: 10.1007/s40544-017-0177-3
- Li Q., VL Popov. Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*. 2018, vol. 16 (1), pp. 1-8.
- Pastewka L., Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*, 2016, vol. 108(22). P. 221601
- Ciavarella M., Papangelo A. A modified form of Pastewka-Robbins criterion for adhesion. *The Journal of Adhesion*, 2018, v. 94 (2), pp. 155-165.
- Papangelo A., N. Hoffmann, Ciavarella M. Load-separation curves for the contact of self-affine rough surfaces. *Scientific reports*, 2017, 7 (1), 6900.
- Ciavarella M. Adhesive rough contacts near complete contact. // 2015, *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 104, pp.104-111
- Zhao J., E. Vollebregt, C. Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016,21 (1), pp. 119-141
- Vollebregt E., G. Segal. Solving conformal wheel-rail rolling contact problems. *Vehicle System Dynamics*, vol 52, pp. 455-468, 2014
- Аргатов И.И. Асимптотические модели упругого контакта. С–П.: Наука, 2005. 448 с.
- Механика контактных взаимодействий. Под редакцией Воронича И.И., Александрова В.М. М.: Физматлит, 2001. 671 с.
- Ciavarella, M., Joe, J., Papangelo, A., Barber, J. R. (2019). The role of adhesion in contact mechanics. *Journal of the Royal Society Interface*, 16(151), 20180738.
- Pohrt R., Popov V. L. Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behavior. *Advances in Tribology*, 2013.
- Vollebregt G. Segal. Solving conformal wheel-rail rolling contact problems. *Vehicle System Dynamics*. 2014. Vol. 52. P. 455–468.
- Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. P. 199–221.
- Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987. 464 p.
- Kozachok O. P., B. S. Slobodyan, R. M. Martyniak Interaction of two elastic bodies in the presence of periodically located gaps filled with a real gas. *J. Math. Sci.* 2017. Vol. 222. № 2. P. 131–142.
- Козачок О. П., Б. С. Слободян, Мартыняк Р. М. Вплив реального газу у міжконтактних просвітах на взаємодію тіла та жорсткої основи з періодичною системою прямокутних виїмок. *Прикладні проблеми механіки і математики*. 2016. Вип. 14. С. 69–75.
- Огар П. М., Д.Б. Горохов, Елсуков В. К. Упругий контакт жесткой шероховатой поверхности с низкомолекулярным полупространством. *Системы. Методы. Технологии*. 2017. № 2 (34). С. 7–12.
- Ткачук Н.Н., Скрипченко Н.Б., Ткачук Н.А., Грабовский А.В. Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей машиностроительных конструкций с учетом локальной податливости поверхностного слоя. Харьков: ФОП Панов А.Н., 2017. 148 с.
- Ткачук Н.Н. Контактное взаимодействие сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями. Харьков: ФОП Панов А.Н., 2017. 188 с.
- Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 3/7(93). P. 34–41.
- Tkachuk M.M., Skripchenko N., Tkachuk M.A., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 5/7(95). P. 22–31.
- Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Hrechka I., Ishchenko O., Domina N. investigation of multiple contact interaction of elements of dividing stamps. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. No 4/7(100). P. 6–15
- Tkachuk M. M., A. Grabovskiy, M. A. Tkachuk, M. Saverska, Hrechka I. A semi-analytical method for analysis of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. 1/7 (103). Pp. 16-25.
- Атрошенко, О., Bondarenko, О., Ustinenko, О., Tkachuk, М., Diomina, N. (2016). A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a

- clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1 (7 (79)), 24.
28. Atroshenko O., Tkachuk M., Martynenko O., Tkachuk M., Saverska M., Hrechka I., Khovansky S. The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. No. 1/7 (97). P. 15–25.
 29. Кравчук А.С. Метод вариационных неравенств в контактных задачах. *Механика контактных взаимодействий*. 2001. С. 93–115.
 30. Дюво Г., Ж.–Л. Лионс *Неравенства в механике и физике*. Москва: Наука, 1980. 383 с.
 31. Hlavacek I., J. Haslinger, J. Necas [and oth.]. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer–Verlag, 1988. 327 p.
 32. Persson BNJ. Relation between interfacial separation and load: a general theory of contact mechanics. *Physical review letters*. 2007. Vol. 99(12). P. 125502.
 33. Pohrt R., Popov V. L. Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*, 2013. Vol. 3.
 34. Yang C., Persson BNJ. Contact mechanics: contact area and interfacial separation from small contact to full contact. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2008. Vol. 20(21). P. 215–214.
 35. Аврунин Г.А., Кабаненко И.В., Хавиль В.В., Истратов А.В. и др. Объемная гидродинамика с шариковыми поршнями ГОП-900: характеристики и технический уровень. *Механика та машинобудування*. 2004. №1. С.14–21.
 36. Ткачук М. М., А. В. Грабовський, А. І. Ліпейко, ..., Скриков В. І. Обґрунтування технічних рішень гідропередач перспективних танкових трансмісій на основі моделювання контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*. 2019. № 2. С. 68–77.
 - and Appl. 1977. vol. 20, pp. 199–221.
 17. Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987. 464 p.
 18. Kozachok O. P., B. S. Slobodyan, R. M. Martyniak Interaction of two elastic bodies in the presence of periodically located gaps filled with a real gas. *J. Math. Sci*. 2017. vol. 222, no. 2, pp. 131–142.
 19. Kozachok O. P., B. S. Slobodyan, Martyniak R. M. Vpliv realnogo gazu u mlzhkontaktnih prosvitah na vzaEmodlyu tla ta zhorstkoYi osnovi z perlodichnoy sistemoyu pryamokutnih viYimok. *Prikladni problemi mehaniki I matematiki*. 2016, vol. 14, pp. 69–75.
 20. Ogar P. M., D.B. Gorohov, Elskov V. K. Uprugiy kontakt zhestkoy sferohovatoy poverhnosti s nizkomodulnym poluprostranstvom. *Sistemyi. Metodyi. Tehnologii*. 2017. no. 2 (34), pp. 7–12.
 21. Tkachuk N.N., Skripchenko N.B., Tkachuk N.A., Grabovskiy A.V. *Kontaktne vzaimodeystvie slozhnoprofilnykh detaley mashinostroitelnykh konstruksiy s uchetom lokalnoy podatlivosti poverhnostnogo sloya*. Kharkov: FOP Panov A.N., 2017. 148 p.
 22. Tkachuk N. N. *Kontaktne vzaimodeystvie slozhnoprofilnykh elementov mashinostroitelnykh konstruksiy s kinematischei sopryazhennymi poverhnostyami*. Kharkov: FOP Panov A.N., 2017. 188 p.
 23. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 3/7(93), pp. 34–41.
 24. Tkachuk M.M., Skripchenko N., Tkachuk M.A., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. no. 5/7(95), pp. 22–31.
 25. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Hrechka I., Ishchenko O., Domina N. investigation of multiple contact interaction of dividing stamps. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. no. 4/7(100), pp. 6–15
 26. Tkachuk M. M., A. Grabovskiy, M. A. Tkachuk, M. Saverska, Hrechka I. A semi-analytical method for analys of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. no.1/7 (103), pp. 16–25.
 27. Atroshenko, O., Bondarenko, O., Ustinenko, O., Tkachuk, M., Diomina, N. (2016). A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, no.1/7 (79), 24.
 28. Atroshenko O., Tkachuk M., Martynenko O., Tkachuk M., Saverska M., Hrechka I., Khovansky S. The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. no. 1/7 (97), pp. 15–25.
 29. Кравчук А.С. Метод вариационных неравенств в контактных задачах. *Механика контактных взаимодействий*. 2001. pp. 93–115.
 30. Дюво Г., Ж.–Л. Лионс *Неравенства в механике и физике*. Москва: Наука, 1980. 383 с.
 31. Hlavacek I., J. Haslinger, J. Necas [and oth.]. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer–Verlag, 1988. 327 p.
 32. Persson BNJ. Relation between interfacial separation and load: a general theory of contact mechanics. *Physical review letters*. 2007. vol. 99(12), pp. 125502.
 33. Pohrt R., Popov V. L. Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*, 2013. Vol. 3.
 34. Yang C., Persson BNJ. Contact mechanics: contact area and interfacial separation from small contact to full contact. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2008. vol. 20(21), pp. 215–214.
 35. Аврунин Г.А., Кабаненко И.В., Хавиль В.В., Истратов А.В. и др. Объемная гидродинамика с шариковыми поршнями ГОП-900: характеристики и технический уровень. *Механика та машинобудування*. 2004, no. 1, pp. 14–21.
 36. Ткачук М. М., А. В. Грабовський, А. І. Ліпейко, Б. Я. Литвин, О. М. Рікунов, М. С. Саверська, Г. В. Ткачук, Серіков В. І. Обґрунтування технічних рішень гідропередач перспективних танкових трансмісій на основі моделювання контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою. *Вісник національного технічного університету «ХПИ»*. 2019. no. 2, pp. 68–77.

Надійшло (received). 12.04.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola) – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Andrey Grabovskiy) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Сериков Володимир Іванович (Сериков Владимир Иванович, Serykov Volodymyr) – кандидат технічних наук (PhD), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: serikovvi@tmm-sapr.org.

Волошина Ірина Олександрівна (Волошина Ирина Александровна, Voloshyna Iryna) – студентка гр. МІТ-218м, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; e-mail: s1802@tmm-sapr.org

Андрусенко Андрій Володимирович (Андрусенко Андрей Владимирович, Andrusenko Andrii) – студент гр. МІТ87Б(ТМ), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; e-mail: s1701@tmm-sapr.org