

O. P. СТРИЛЕЦЬ, В. О. МАЛАЩЕНКО, В. М. СТРИЛЕЦЬ

ДИНАМІКА ПРИСТРОЮ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ЗМІНАМИ ШВИДКОСТІ ІЗ ЗУБЧАСТОЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЮ ПЕРЕДАЧЕЮ І ЗАМКНУТОЮ ГІДРОСИСТЕМОЮ ЧЕРЕЗ СОНЯЧНЕ ЗУБЧАСТЕ КОЛЕСО

Розглянуті та досліджені динамічні процеси у пристрії для керування змінами швидкості з зубчастою диференціальною передачею і замкнutoю гідросистемою через сонячне зубчасте колесо, коли ведучою ланкою є водило, а ведено – епіцикл. Розроблена математична модель та розв’язані рівняння динаміки таких пристрій залежно від умов їх роботи. Отримані результати є підґрунттям для подальшого комп’ютерного моделювання та проведення кількісного аналізу з метою оцінки роботи гідромеханічного приводу та вибору необхідної замкнutoї гідросистеми для керування змінами швидкості.

Ключові слова: динаміка; пристрій для керування змінами швидкості; зубчаста диференціальна передача; замкнuta гідросистема; сонячне зубчасте колесо; епіцикл; водило; сателіт

O. P. СТРЕЛЕЦЬ, В. А. МАЛАЩЕНКО, В. Н. СТРЕЛЕЦЬ

ДИНАМИКА УСТРОЙСТВА ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЯМИ СКОРОСТИ С ЗУБЧАТОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ И ЗАМКНУТОЙ ГИДРОСИСТЕМОЙ ЧЕРЕЗ СОЛНЕЧНОЕ ЗУБЧАТОЕ КОЛЕСО

Рассмотрены и исследованы динамические процессы в устройстве для управления изменениями скорости с зубчатой дифференциальной передачей и замкнutoй гидросистемой посредством солнечного зубчатого колеса, когда ведущим звеном является водило, а ведомым – эпіцикл. Разработана математическая модель и решены уравнения динамики таких устройств в зависимости от условий их работы. Полученные результаты являются основой для дальнейшего компьютерного моделирования и проведения количественного анализа с целью оценки работы гидромеханического привода и выбора необходимой замкнutoй гидросистемы для управления скоростью.

Ключевые слова: динамика; устройство для управления изменениями скорости; зубчатая дифференциальная передача; замкнuta гидросистема; эпіцикл; солнечное зубчатое колесо; водило; сателлит

O. R. STRILETS, V. O. MALASHCHENKO, V. M. STRILETS

DYNAMICS OF THE SPEED CHANGES CONTROL DEVICE WITH DIFFERENTIAL GEAR AND CLOSED-LOOP HYDRAULIC SYSTEM THROUGH THE SUN GEAR

Dynamic processes in speed changes control device with differential gear transmission and closed loop hydraulic system have been considered and investigated for the case when the sun gear is a control link, carrier is a driving link and the ring gear is driven. The motion of the system has been modeled in a formalized form using the Lagrange’s equation of the second kind. For this purpose, the expression for the energy of such speed changes control device has been derived. Then, based on the Lagrange’s equation of second kind, a system of differential equations for the motion of the links has been obtained and solved. The solution of the system of equations of dynamics of such devices is the basis for further computer simulation and quantitative analysis in order to evaluate the operation of such devices and to select the necessary closed loop hydraulic system to control changes in speed, when the load changes periodically over a long time; or when the magnitude of the shock load after a sharp increase remains unchanged for either a long time or a small time; or the actuator stops immediately because of a significant overload.

Keywords: dynamic process; speed changes control device; differential gear; closed-loop hydraulic system; ring gear; sun gear; carrier; planet

Вступ. Пристрої зміни швидкості знайшли широке застосування в найрізноманітніших областях техніки. В даний час багато відомих пристрій у вигляді ступінчастих і безступінчастих коробок швидкостей використовують у транспортних, гірничих, будівельно-дорожніх, меліоративних і сільськогосподарських машинах, на судах, літальніх і підводних апаратах, у верстатах, на підйомно-транспортному устаткуванні тощо. Основними недоліками ступінчаторного керування швидкістю за величиною та напрямком є: складність конструкції пристрій, висока матеріаломісткість, великі динамічні навантаження, які виникають під час переходу з однієї швидкості на другу навіть зі синхронізаторами. Для безступінчаторного керування швидкістю основним недоліком є інтенсивне спрацювання деталей внаслідок тертя у фрикційних гальмах та блокувальних фрикційних муфтах. Вказані недоліки негативно впливають на довговічність і надійність деталей приводів і машин в цілому. Тому запропоновані нові пристрій для керування змінами швидкості на основі зубчастих диференціалів із замкнutoими гідросистемами [1]. Для згаданих пристрій керування змінами швидкості проведені широкі кінематичні [2] і енергетичні [3] дослідження.

Проектування та експлуатація таких пристрій вимагає широких знань про силові, особливо динамічні процеси, які виникають у них. Дослідження динамічних процесів у пристроях зміни швидкості з зубчастими диференціалами, де керування швидкістю здійснюється за допомогою замкнutoих гідросистем через сонячні зубчасті колеса, є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Доуваги взяті роботи, у яких виконані дослідження, присвячені пристроям із зубчастими диференціальними передачами [4–18]. Вплив зміни форми профілю зуба планетарної передачі на динаміку без урахування енергозатрат проаналізовано в [4]. У [5] запропонована і досліджена нелінійна динамічна модель двоступінчастого планетарного механізму на підставі аналітичного розв’язання динамічних рівнянь у програмі MATLAB, але при цьому не враховані втрати, які виражаються коефіцієнтом корисної дії (ККД). У [6] проведений спільній аналіз діапазонів ефективності та коефіцієнта передачі планетарних передач, який можна досягти усіма можливими конструктивними рішеннями.

© О. Р. Стрілець, В. О. Малащенко, В. М. Стрілець, 2020

Результати перевірки динамічної моделі приводу з редуктором, які проводилися на реальному об'єкті в різних умовах експлуатації, щоб визначити придатність моделі, але без урахування енергетичної ефективності, представлені в [7]. У [8] запропонований новий метод розрахунку кінематичних і силових параметрів на основі гіперграфу і матричної операції. Розрахунок ККД здійснюється, слідуючи потоку потужності, а рівняння втрат потужності на кожному вузлі виводяться через підхід, заснований на відносній силі самообертання.

Формули теоретичної ефективності для двохступінчастої диференціальної передачі, перевірені експериментальними дослідженнями, отримані у [9].

У [10] досліджується ККД складних зубчастих передач на основі теорії гвинтових пристрій, що дозволяють отримувати наближені значення.

Зменшення вартості конструкції багато швидкісних планетарних передач на основі системного синтезу з урахуванням таких вимог, як ступінь співвідношення, ефективність механізму та один перехідний зсув для важких вантажних транспортних засобів обґрунтуеться в [11]. У [12] представлена конструкція двопланетарного редуктора з розрахунком кінематики, статики та ефективності зачеплення зубчастих коліс. Розрахунки геометрії і міцності зубчастих коліс, валів і підшипників кочення опускаються, оскільки вони визнані типовими розрахунками конструкції. На основі обертального моменту рівнянь силового балансу і силового аналізу основних елементів у [13] проаналізовано розподіл потужностей багаступінчастого мікро планетарного редуктора 2К-Н.

У [14] автори пропонують алгоритм для вирішення завдання з виявлення виродженої планетарної зубчастої передачі, автоматизований за допомогою інтерактивної комп'ютерної програми. Алгоритм застосовується для передач з будь-якою кількістю ступенів свободи. В [15] звертається увага на повне розуміння базової механіки планетарних передач та оцінки їх механічної ефективності та робиться висновок, що для тих самих вхідних та

вихідних ланок втрата потужності має для кожної дійсної послідовності кутових швидкостей своєрідні математичні вирази. Причини, які стимулюють застосування плавно регульованої планетарної передачі внаслідок конструктивної складності механізму регулювання передаточного відношення, та варіанти з його спрощення запропоновано та проаналізовано у [16]. У [17] встановлено, що планетарні передачі використовуються в промисловості за багатьма перевагами. Вони мають підвищенну ефективність та компактний привод, складений з зубчастих коліс, і вихід з ладу однієї ланки впливає на всю передачу, тому необхідно знати основні причини.

Динамічна модель керування швидкості через епіцикл привода із зубчастою диференціальною передачею і замкнутою гідросистемою запропонована у [18].

Із аналізу цих публікацій випливає, що питанням динаміки нових пристрій керування зміни швидкості із зубчастим диференціалом за допомогою замкнутої гідросистеми приділено недостатньо уваги. Ці питання динаміки таких пристрій чекають свого розв'язку. Вивчення динаміки таких пристрій дозволить розробити методи зменшення впливу динамічних навантажень їхніх елементів.

Мета даної роботи полягає в дослідженні динамічних процесів у пристроях зміни швидкості за допомогою зубчастих диференціальних передач із замкнутими гідросистемами для випадку, коли ланкою керування є сонячне зубчасте колесо. Для досягнення даної мети поставлені такі завдання:

- розробити математичну модель динаміки передавання обертального моменту тоді, коли існує чотири характерні випадки зміни навантаження у вигляді обертальних моментів M виконавчого механізму [18] (рис. 1).

- проаналізувати алгоритм розв'язків складених рівнянь динаміки, які описують передачу обертального моменту за допомогою зубчастих диференціальних передач з замкнутими гідросистемами, коли ланкою керування є сонячне зубчасте колесо.

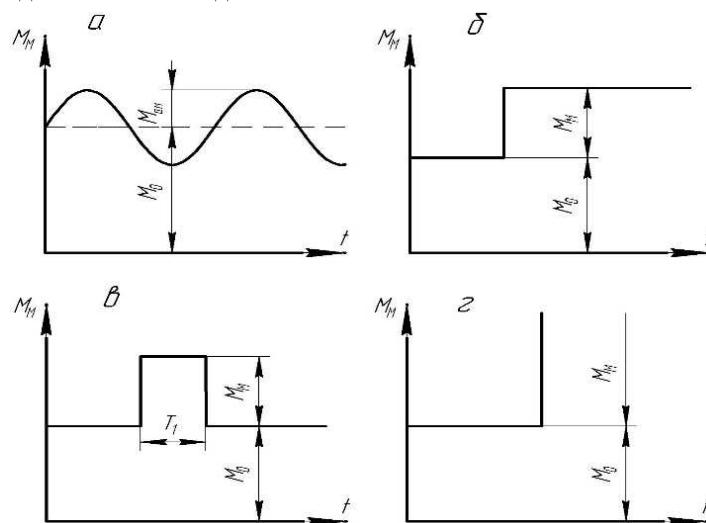


Рисунок 1 – Графіки зміни обертального моменту, коли:

а – навантаження змінюється періодично на протязі тривалого часу; б – величина ударного навантаження після різкого збільшення залишається незмінним на протязі тривалого часу; в – величина ударного навантаження після різкого збільшення зберігається на протязі малого часу; г – виконавчий механізм миттєво зупиняється внаслідок значного перевантаження

Основна частина. Для керування даним процесом

застосовується гідросистема (рис. 2), що складається із:

гідронасоса 1, трубопроводів 2, регулювального крана 3, зворотного клапана 4 і ємності 5 [18].

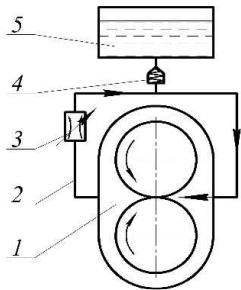


Рисунок 2 – Гіdraulічна схема замкнутої гідросистеми

Замкнута гідросистема працює наступним чином. При обертанні вала гідронасос перекачує рідину в замкнuttій гідросистемі, складений із трубопроводів, регулювального крана, зворотного клапана і ємності для рідини – коли регулювальний кран відкритий. Якщо регулювальний кран закритий, тобто гідронасос зупинений і при цьому сонячне зубчасте колесо, з яким з'єднаний гідронасос, буде зупинене. Цей принцип роботи замкнuttій гідросистеми використаний для керування кутовою швидкістю веденої ланки зубчастого диференціала через зміну швидкості однієї з ланок керування за рахунок пропускої здатності рідини, яка рухається в замкнuttій гідросистемі, через регулювальний кран. Тобто кутову швидкість ланки керування ω_1 можна змінювати від 0 до ω_{1max} .

Зубчастий диференціал (рис. 3) містить сонячне зубчасте колесо 1, сателіти 2, епіцикл 3 і водило 4, розміщені в корпусі 5. Його замкнута система 6 зв'язана з валом сонячного зубчастого колеса 1 зубчастою передачею 7.

Розглянемо випадок, коли ведучою ланкою буде водило, а веденою – епіцикл. Керування зміною веденої ланки – епіцикулу – здійснюється через сонячне зубчасте колесо. Якщо прийняти кутову швидкість ведучої ланки за $\omega_4 = \text{const}$, тоді за рахунок зміни швидкості сонячного зубчастого колеса ($\omega_1 = \text{var}$) за допомогою замкнuttій гідросистеми можна плавно змінювати швидкість веденої ланки – епіцикула (ω_3). Маємо те, що сонячне зубчасте колесо через зубчасту передачу приводить у рух шестеренчастий гідронасос, який перекачує рідину в замкнuttій гідросистемі, або зупинений, як пояснено вище. Таким чином, залежно від пропускої здатності регулювального крана, швидкість сонячного зубчастого колеса (ω_1) змінюється від 0 до ω_{1max} і при цьому змінюється швидкість епіцикула (ω_3). Подібно буде виконуватись зміна швидкості у зворотному напрямку, коли ведучою ланкою буде епіцикл, а веденою ланкою – водило.

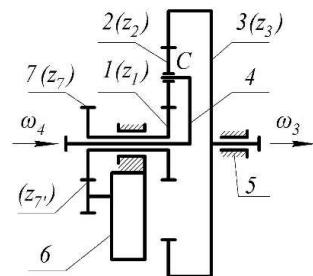


Рисунок 3 – Схема зубчастого диференціала з керуванням швидкістю за допомогою сонячного зубчастого колеса

Блок-схема керування змінами швидкості через сонячне зубчасте колесо показана на рис. 4.

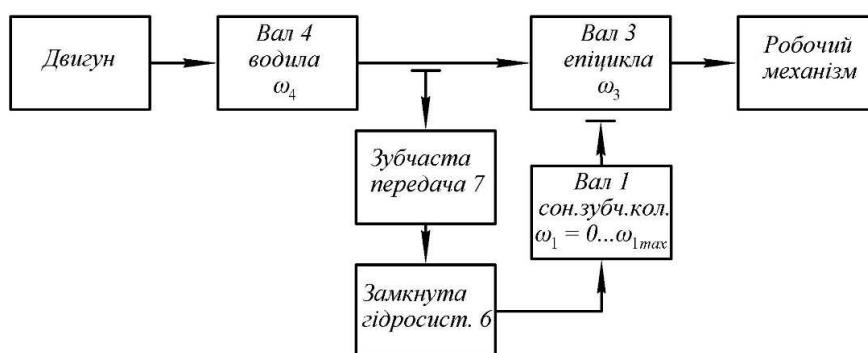


Рисунок 4 – Блок-схема передачі обертового моменту від водила до епіцикулу

Змоделюємо рух механічної системи (зубчастий диференціал плюс привод сонячного зубчастого колеса) у формалізованому вигляді, застосувавши рівняння Лагранжа II роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \omega} \right) = \sum M_i. \quad (1)$$

Для цього необхідно записати вираз для кінетичної енергії пристроя керування змінами швидкості, куди входять кінетичні енергії таких ланок:

$T_1 = 0,5(J_1 + J_7)\omega_1^2$ – сонячного зубчастого колеса з зубчастим колесом 7; $T_2 = 0,5k(J_2\omega_2^2 + m_2v_C^2)$ – блока сателітів; $T_3 = 0,5J_3\omega_3^2$ – епіцикулу; $T_4 = 0,5J_4\omega_4^2$ – водило; $T_7' = J_7'\omega_7'^2$ – зубчастого колеса 7' з замкнuttію гідросистемою. Тобто матимемо

$$2T = J_4\omega_4^2 + J_3\omega_3^2 + (J_1 + J_7)\omega_1^2 + k(J_2\omega_2^2 + m_2v_C^2) + J_7'\omega_7'^2, \quad (2)$$

де ω_i , J_i і m_2 – відповідно кутові швидкості, моменти інерції ланок відносно центрів мас і маса сателіта;

k – кількість сателітів;

$v_C = \omega_4 r_4$ – колова швидкість осі сателіта;

$r_4 = 0,5(d_{W_1} + d_{W_2})$ – радіус обертання водила (дорівнює сумі початкових радіусів сонячного зубчастого колеса і сателіта).

Зв'язок між швидкостями ланок у диференціалі через швидкості ведучої ланки ω_4 і веденої ланки ω_3 :

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \frac{\omega_3 - \omega_4(u_{34}^{(1)} - u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})}{u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)}}; \\ \omega_1 &= \frac{\omega_3 - \omega_4u_{34}^{(1)}}{u_{31}^{(4)}}; \quad \omega_7' = \omega_1/u_{7'7},\end{aligned}\quad (3)$$

де передаточні відношення для схеми зубчастого диференціала, що розглядається:

$$\begin{aligned}u_{31}^{(4)} &= -\frac{z_1}{z_3}; \quad u_{21}^{(4)} = -\frac{z_1}{z_2}; \quad u_{7'7} = -\frac{z_7'}{z_7}; \\ u_{24}^{(1)} &= 1 - u_{21}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_2}; \\ u_{34}^{(1)} &= 1 - u_{31}^{(4)} = 1 + \frac{z_1}{z_3}.\end{aligned}\quad (4)$$

Підставимо значення ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_7' і V_{C_2} в (2):

$$\begin{aligned}2T &= J_4\omega_4^2 + J_3\omega_3^2 + \frac{(J_1 + J_7)}{(u_{31}^{(4)})^2}(\omega_3 - \omega_4u_{34}^{(1)})^2 \cdot \\ &+ \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2}[\omega_3 - \omega_4(u_{34}^{(1)} - u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})]^2 \\ &+ km_2r_C^2\omega_4^2 + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}(\omega_3 - \omega_4u_{34}^{(1)})^2.\end{aligned}\quad (5)$$

Розкриємо дужки:

$$\begin{aligned}2T &= J_4\omega_4^2 + J_3\omega_3^2 + \frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2}[\omega_3^2 - 2\omega_3\omega_4u_{34}^{(1)} + \\ &+ \omega_4^2(u_{34}^{(1)})^2] + \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2}[\omega_3^2 - 2\omega_3\omega_4(u_{34}^{(1)} - \\ &- u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)}) + \omega_4^2(u_{34}^{(1)} - u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2] + \\ &+ km_2r_C^2\omega_4^2 + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}[\omega_3^2 - 2\omega_3\omega_4u_{34}^{(1)} + \\ &+ \omega_4^2(u_{34}^{(1)})^2].\end{aligned}\quad (6)$$

Зведемо члени з одинаковими швидкостями і згрупуємо:

$$\begin{aligned}2T &= [J_4 + \frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2}(u_{34}^{(1)})^2 + \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2}(u_{34}^{(1)})^2 - \\ &- u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2 + km_2r_C^2 + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}(u_{34}^{(1)})^2] \omega_4^2 - \\ &- [\frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2}2u_{34}^{(1)} + \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2}2(u_{34}^{(1)} - u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)}) \cdot \\ &\cdot + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}2u_{34}^{(1)}] \omega_3 \omega_4 + [J_3 + \frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2} + \\ &+ \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2} + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}] \omega_3^2.\end{aligned}\quad (7)$$

Після введення позначень:

$$\begin{aligned}J_{44} &= J_4 + \frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2}(u_{34}^{(1)})^2 + \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2}(u_{34}^{(1)})^2 - \\ &- u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2 + km_2r_C^2 + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}(u_{34}^{(1)})^2; \\ J_{43} &= [\frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2}u_{34}^{(1)} + \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2}(u_{34}^{(1)} - u_{24}^{(1)}u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)}) + \\ &+ \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}u_{34}^{(1)}] \omega_3 \omega_4;\end{aligned}$$

$$J_{33} = J_3 + \frac{J_1 + J_7}{(u_{31}^{(4)})^2} + \frac{kJ_2}{(u_{31}^{(4)}u_{21}^{(4)})^2} + \frac{J_{7'}}{(u_{31}^{(4)}u_{7'7})^2}$$

рівняння (7) приймає спрощений вигляд

$$2T = J_{44}\omega_4^2 - 2J_{43}\omega_4\omega_3 + J_{33}\omega_3^2. \quad (8)$$

Підставляючи вираз для кінетичної енергії (8) у рівняння Лагранжа II-го роду (1) і беручи частинні похідні за кутовими швидкостями ω_4 і ω_3 , отримаємо систему двох диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} J_{44}\dot{\omega}_4 + J_{43}\dot{\omega}_3 = M_{364}; \\ J_{43}\dot{\omega}_4 + J_{33}\dot{\omega}_3 = M_{363}, \end{cases} \quad (9)$$

де $M_{364} = M_4 + M_7u_{74}^{(4)}$, $M_{364} = -M_3 + M_3u_{71}^{(1)}$.

Зведений момент M_{364} визначаємо з рівності потужностей моментів сил при нерухомому водилі, а момент M_{363} – при нерухомому сонячному зубчастому колесі.

Оскільки момент $M_4 = M_4(\omega_4)$ є функцією від кутової швидкості водила, момент зміни навантаження

на валу епіциклу $M_3 = M_3(t)$ залежить від часу, а $M_7 = M_7(v_{pid})$ залежить від витрат рідини гідросистеми, то у загальному випадку отримана система (9) є нелінійною.

Таким чином, у роботі розроблено математичну модель руху диференціальної передачі з можливістю керування рухом епіцикли і замкнутою гідросистемою через сонячне зубчасте колесо з метою забезпечення необхідного закону зміни навантаження на ведучій ланці – водилі.

Для розв'язку приведемо систему (9) до зручнішого вигляду, а саме:

$$\begin{cases} a_1 \dot{\omega}_4 + b_1 \dot{\omega}_3 = c_1; \\ a_2 \dot{\omega}_4 + b_2 \dot{\omega}_3 = c_2, \end{cases} \quad (10)$$

де $a_1 = J_{44}$; $a_2 = b_1 = J_{43}$; $b_2 = J_{33}$; $c_1 = M_{361}$; $c_2 = M_{362}$.

Перемножим рівняння (10) на a_2 / a_1 , отримаємо:

$$a_2 \dot{\omega}_4 + \frac{b_1 a_2}{a_1} \dot{\omega}_3 = \frac{c_1 a_2}{a_1}. \quad (12)$$

Віднімемо від рівняння (11) рівняння (12), отримаємо:

$$b_2 \dot{\omega}_3 - \frac{b_1 a_2}{a_1} \dot{\omega}_3 = c_2 - \frac{c_1 a_2}{a_1}. \quad (13)$$

У виразі (13) зведемо подібні і визначимо $\dot{\omega}_3$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{c_2 - \frac{c_1 a_2}{a_1}}{b_2 - \frac{b_1 a_2}{a_1}} = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2}. \quad (14)$$

Подібно визначимо $\dot{\omega}_4$. Для цього перемножим рівняння (11) на b_2 / b_1 :

$$\frac{a_1 b_2}{b_1} \dot{\omega}_4 + b_2 \dot{\omega}_3 = \frac{c_1 b_2}{b_1}. \quad (15)$$

Далі від рівняння (11) віднімемо рівняння (10), отримаємо

$$a_2 \dot{\omega}_4 - \frac{a_1 b_2}{b_1} \dot{\omega}_4 = c_2 - \frac{c_1 b_2}{b_1}. \quad (16)$$

Після цього зведемо подібні і визначимо $\dot{\omega}_4$:

$$\dot{\omega}_4 = \frac{c_2 - \frac{c_1 b_2}{b_1}}{a_2 - \frac{a_1 b_2}{b_1}} = \frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}. \quad (17)$$

Тоді матимемо систему для прискорень ланок:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_4 &= \frac{d\omega_4}{dt} = \frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}; \\ \dot{\omega}_3 &= \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Інтегруємо вирази (18), маємо шукані швидкості:

$$\begin{aligned} \omega_4 &= \left(\frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1} \right) t + \alpha_1; \\ \omega_3 &= \left(\frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_2 a_1 - b_1 a_2} \right) t + \alpha_2. \end{aligned} \quad (19)$$

де α_1 і α_2 – постійні інтегрування, що визначаються із початкових умов для заданого технологічного процесу.

Висновки.

1. Побудована динамічна модель пристрою зміни швидкості у механічних приводах машин з урахуванням коливних і ударних явищ у зубчастій диференціальній передачі, що дозволяє проводити вибір необхідної замкнутої гідросистеми для керування швидкістю руху веденої його ланки залежно від заданих потреб технологічного процесу.

2. Отримані результати можуть бути підґрунттям для проведення кількісного аналізу силових залежностей механічного приводу з гідросистемним керуванням через сонячне зубчасте колесо, коли навантаження змінюється періодично протягом тривалого часу; або величина ударного навантаження після різкого збільшення залишається незмінною протягом тривалого часу; або величина ударного навантаження після різкого збільшення зберігається протягом малого часу; або виконавчий механізм миттєво зупиняється внаслідок значного перевантаження.

Список літератури

- Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Класифікація способів і пристрой керування процесом зміни швидкості у техніці. *Підйомно-транспортна техніка*. Одеса, 2015. № 1. С. 70–78.
- Стрілець О. Р. Керування процесом зміни швидкості за допомогою диференціальної передачі через сонячне зубчасте колесо. *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. Хмельницький : ХНУ, 2015. № 5(229). С. 68–72.
- Стрілець О. Р., Малащенко В.О., Стрілець В.О., Оцінка надійності пристрой керування змінами швидкості через зубчасті диференціали на основі їх енергетичної ефективності. *Науковий журнал «Технічний сервіс аеропромислового, лісового та транспортного комплексу*. Харків : ХНТУСГ, 2018. № 13. С. 147–154.
- Bahk, C.-J, Parker R. G. Analytical investigation of tooth profile modification effects on planetary gear dynamics. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2013. No. 70. p. 298–319.
- Qilin Huang, Yong Wang, ZhipuHuo, YudongXie. Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System. *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Vol. 2013. 12 p. doi:10.1155/2013/149046
- Salgado, D. R., Castillo J. M. Analysis of the transmission ratio and efficiency ranges of the four-, five-, and six-link planetary gear trains. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2013. Vol. 73. 218–243, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.11.001
- Grzegorz Peruń. Verification Of Gear Dynamic Model In Different Operating

- Conditions. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 84, 99–104.
8. Fuchun Yang, Jianxiong Feng, Hongcai Zhang. Power flow and efficiency analysis of multi-flow planetary gear trains. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2015. Vol. 92, 86–99. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.05.003
 9. Pawar1, P. V., Kulkarni, P.R. Design of two stage planetary gear train for high reduction ratio. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. India, ESAT Publishing House, 2015, Vol. 4, Iss. 6150–157. doi: 10.15623/ijret.2015.0406025
 10. Chao Chen, Jiabin Chen. Efficiency analysis of two degrees of freedom epicyclic gear transmission and experimental. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2015. Vol. 87, pp. 115–130. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.017
 11. TianliXie, Jibin Hu, Zengxiong Peng, Chunwang Liu. Synthesis of seven-speed planetary gear trains for heavy-duty commercial vehicle. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2015. Vol. 90, pp. 230–239, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.012.
 12. Drewniak, J., Garlicka, P., Kolber. Design for the bi-planetary gear train. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*. 91, 5–17. doi: 10.20858/sjsutst.2016.91.1
 13. Li Jianying, Hu Qingchun, ZongChangfu, Zhu Tianjun. Power Analysis and Efficiency Calculation of Multistage Micro-planetary Transmission. *Energy Procedia*, 141, 654–659. doi: 10.1016/j.egypro.2017.11.088
 14. Wenjian Yang, Huafeng Ding (2018) Automatic detection of degenerate planetary gear trains with different degree of freedoms. *Applied Mathematical Modelling*, 64, 320–332. doi: 10.1016/j.apm.2018.07.038
 15. Esmail, E.L., Pennestrì, E., Hussein Juber A. Power losses in two-degrees-of-freedom planetary gear trains: A critical analysis of Radzimovsky's formulas. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2018. Vol. 128, pp. 191–204, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.015
 16. Dankov, A.M. Planetary Continuously Adjustable Gear Train With Force Closure Of Planet Gear And Central Gear: From Idea To Design. *Science & Technique*, 17(3), 228–237.
 17. Dobariya Mahesh Design of Compound Planetary Gear Train. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. Vol. 6, Iss. 4, 3179–3184, doi: 10.22214/ijraset.2018.452.
 18. Стрілець О.Р. Малащенко В.О., Пасіка В.Р., Стрілець В.М. Динамічна модель керування швидкості через епіцикл привода із зубчастою диференціальною передачею. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка».* «Динаміка, міцність та проектування машин і пристріїв». Львів : НУ "ЛП", 2019. № 911. С. 63–67.
- References (transliterated)**
1. Malashchenko V.O., Strilets O.R., Strilets V.M. Klasyfikatsiya sposobiv i prystroyiv keruvannya protsesom zminy shvydkosti u tekhnitsi [Classification of methods and devices for speed change process controlling in technology]. *Pidymomo-transportna tekhnika*. Odessa, 2015. no. 1. pp. 70–78.
 2. Strilets O.R. Keruvannya protsesom zminy shvydkosti za dopomohoyu dyferentsialnoyi peredachi cherez sonyachne Zubchaste koleso [Speed change process control by means of differential transmission through the sun gear]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky*. Khmelnytskyi, KhNU Publ., 2015. no. 5(229). pp. 68–72.
 3. Strilets O.R., Malashchenko V.O., Strilets V.M., Otsinka nadiynosti prystroyiv keruvannya zminamy shvydkosti cherez Zubchasti dyferentsialny na osnovi yikhenerhetchnoyi efektyvnosti [Evaluation of the reliability of speed control devices through gear differentials based on their energy efficiency]. *Naukovyy zhurnal «Tekhnichny servis ahropromyslovoho, lisovooho ta transportnoho kompleksu»*. Kharkiv, KnNTUCH Publ., 2018. no. 13.
 4. Bahk, C.-J, Parker R.G. Analytical investigation of tooth profile modification effects on planetary gear dynamics. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2013. No. 70. p. 298–319.
 5. Qilin Huang, Yong Wang, ZhipuHuo, YudongXie. Nonlinear Dynamic Analysis and Optimization of Closed-Form Planetary Gear System. *Mathematical Problems in Engineering*. 2013. Vol. 2013. 12 p. doi:10.1155/2013/149046
 6. Salgado, D. R., Castillo J. M. Analysis of the transmission ratio and efficiency ranges of the four-, five-, and six-link planetary gear trains. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2013. Vol. 73. pp. 218–243, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.11.001
 7. Grzegorz Peruń. Verification Of Gear Dynamic Model In Different Operating Conditions. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 84, 99–104.
 8. Fuchun Yang, Jianxiong Feng, Hongcai Zhang. Power flow and efficiency analysis of multi-flow planetary gear trains. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2015. Vol. 92, 86–99. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.05.003
 9. Pawar1, P. V., Kulkarni, P.R. (2015). Design of two stage planetary gear train for high reduction ratio. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. India, ESAT Publishing House, 2015, Vol. 4, Iss. 6150–157. doi: 10.15623/ijret.2015.0406025
 10. Chao Chen, Jiabin Chen (2015) Efficiency analysis of two degrees of freedom epicyclic gear transmission and experimental. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2015. Vol. 87, pp. 115–130. doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.017
 11. TianliXie, Jibin Hu, Zengxiong Peng, Chunwang Liu (2015) Synthesis of seven-speed planetary gear trains for heavy-duty commercial vehicle. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2015. Vol. 90, pp. 230–239, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.012.
 12. Drewniak, J., Garlicka, P., Kolber (2016) Design for the bi-planetary gear train. *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*. 91, pp. 5–17. doi: 10.20858/sjsutst.2016.91.1
 13. Li Jianying, Hu Qingchun, ZongChangfu, Zhu Tianjun (2017) Power Analysis and Efficiency Calculation of Multistage Micro-planetary Transmission. *Energy Procedia*, 141, pp. 654–659. doi: 10.1016/j.egypro.2017.11.088
 14. Wenjian Yang, Huafeng Ding (2018) Automatic detection of degenerate planetary gear trains with different degree of freedoms. *Applied Mathematical Modelling*, 64, pp. 320–332. doi: 10.1016/j.apm.2018.07.038
 15. Esmail, E.L., Pennestrì, E., Hussein Juber A. (2018) Power losses in two-degrees-of-freedom planetary gear trains: A critical analysis of Radzimovsky's formulas. *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier, 2018. Vol. 128, pp. 191–204, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.05.015
 16. Dankov, A.M. (2018) Planetary Continuously Adjustable Gear Train With Force Closure Of Planet Gear And Central Gear: From Idea To Design. *Science & Technique*, 17(3), pp. 228–237. doi: 10.21122/2227-1031-2018-17-3-228–237.
 17. Dobariya Mahesh (2018) Design of Compound Planetary Gear Train. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology*. Vol. 6, Iss. 4, pp. 3179–3184,
 18. Strilets O.R., Malashchenko V.O., Pasika V.R., Strilets V.M. Dynamic model of speed control through a ring gear og the device with gear differential. *Visnyk Natsionalnoho universytetu "Lvivskapolitekhnika". "Dynamika, mitsnist ta proektuvannya mashyn i pryladiv"*. Lviv, NU "LP" Publ., 2019. no. 911. pp. 63–67.

Національний університет водного господарства та природокористування (НУВГПУ) (National University of Water Management and Nature Resources)

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Стрілець Олег Романович (Стрілець Олег Романович, Strilets Oleh) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Національний університет водного господарства та природокористування, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства; м. Рівне, Україна; <http://orcid.org/0000-0003-3834-7176>; e-mail: o.r.strilets@nuwm.edu.ua

Малащенко Володимир Олександрович (Малащенко Владислав Александрович, Malashchenko Volodymyr) – доктор технічних наук (Dr. habil. ofEng. S.), професор, Національний університет «Львівська політехніка», завідувач кафедри технічної механіки та динаміки машин; м. Львів, Україна; <http://orcid.org/0000-0001-7889-7303>; e-mail: volod.malash@gmail.com

Стрілець Володимир Миколайович (Стрілець Владислав Николаевич, Strilets Volodymyr) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Національний університет водного господарства та природокористування, професор кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства; м. Рівне, Україна; <http://orcid.org/0000-0003-2098-2315>; e-mail: v.m.strilets@nuwm.edu.ua