

*Є. О. ВЕРЕТЕННИКОВ, О. Б. ДУДКА*

## МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРАВЛІЧНИХ ТА МЕХАНІЧНИХ ВТРАТ ГІДРООБ'ЄМНОЇ ПЕРЕДАЧІ

У статті розглянуто актуальні питання підвищення ефективності та точності оцінювання енергетичних характеристик трансмісійних систем гусеничних військових машин. Сучасні тенденції розвитку бронетехніки зумовлюють зростання вимог до керованості, надійності та енергоефективності, що обмежує можливості традиційних механічних і гідродинамічних трансмісій. У цьому контексті перспективним напрямом є застосування гідрооб'ємних передач, які забезпечують безступінчасте регулювання передавального відношення, гнучкість компоновки та ефективний розподіл потужності між бортами машини. Водночас підвищення точності оцінювання втрат енергії в таких передачах є важливою науково-прикладною задачею. Метою роботи є розроблення та теоретичне обґрунтування методики визначення коефіцієнтів об'ємних і гідромеханічних втрат у гідрооб'ємній передачі на основі інверсивного підходу до узгодження експериментальних і розрахункових значень коефіцієнта корисної дії гідромашин. Для досягнення поставленої мети використано алгоритм Левенберга-Марквардта, що дозволяє реалізувати ефективну ідентифікацію параметрів математичної моделі шляхом мінімізації відхилення між теоретичними та експериментальними даними. Наукова новизна роботи полягає у розвитку методичного підходу до визначення складових втрат у гідрооб'ємних передачах із урахуванням широкого діапазону експлуатаційних режимів, що забезпечує підвищення точності моделювання їх енергетичних характеристик. Запропонована методика дозволяє враховувати вплив змінних факторів, зокрема тиску, витрати робочої рідини та швидкісних параметрів, що істотно підвищує достовірність результатів. Практична значущість одержаних результатів полягає у можливості використання розробленої методики для оцінювання енергетичної ефективності гідрооб'ємних передач при проєктуванні та модернізації трансмісій мобільних машин. Реалізація методики у вигляді програмного забезпечення або її інтеграція в середовища математичного моделювання дозволяє автоматизувати обробку експериментальних даних, підвищити оперативність отримання результатів та забезпечити зручність її застосування в інженерній практиці.

**Ключові слова:** трансмісія; гідрооб'ємна передача; гідравлічні втрати; механічні втрати; функціонал

*Ie. VERETENNIKOV, O. DUDKA*

## METHODOLOGY FOR DETERMINING HYDRAULIC AND MECHANICAL LOSSES OF HYDRAULIC TRANSMISSION

The article addresses current issues related to improving the efficiency and accuracy of evaluating the energy characteristics of transmission systems in tracked military vehicles. Modern trends in the development of armored vehicles lead to increased requirements for controllability, reliability, and energy efficiency, which limits the capabilities of traditional mechanical and hydrostatic transmissions. In this context, the use of hydrostatic transmissions is a promising direction, as they provide stepless control of the transmission ratio, design flexibility, and efficient power distribution between the vehicle tracks. At the same time, improving the accuracy of energy loss assessment in such transmissions is an important scientific and applied problem. The aim of the study is to develop and theoretically substantiate a methodology for determining the coefficients of volumetric and hydromechanical losses in a hydrostatic transmission based on an inverse approach to matching experimental and calculated values of hydraulic machine efficiency. To achieve this goal, the Levenberg-Marquardt algorithm is applied, enabling effective identification of the mathematical model parameters by minimizing the deviation between theoretical and experimental data. The scientific novelty of the work lies in the development of a methodological approach to determining the components of losses in hydrostatic transmissions, taking into account a wide range of operating conditions, which ensures improved accuracy of modeling their energy characteristics. The proposed methodology makes it possible to consider the influence of variable factors, such as pressure, working fluid flow rate, and speed parameters, which significantly increases the reliability of the results. The practical significance of the obtained results lies in the possibility of using the developed methodology to assess the energy efficiency of hydrostatic transmissions in the design and modernization of mobile machine transmissions. Implementation of the methodology in the form of specialized software or its integration into mathematical modeling environments allows automation of experimental data processing, improves the efficiency of obtaining results, and ensures convenience of its application in engineering practice.

**Keywords:** transmission; hydraulic transmission; hydraulic losses; mechanical losses; functional

**Вступ.** Сучасні тенденції розвитку військових гусеничних машин зумовлюють підвищені вимоги до ефективності, надійності та керованості трансмісійних систем. Традиційні механічні та гідродинамічні схеми, що широко застосовувалися у попередніх поколіннях бойових машин, поступово вичерпують свій потенціал у частині забезпечення плавності руху, точності керування та ефективності розподілу потужності між бортами [1, 2]. Це створює об'єктивні передумови для впровадження нових принципів передачі енергії в трансмісійних установках, серед яких особливу увагу привертають гідрооб'ємні передачі [3].

Гідрооб'ємна передача (HSU) характеризується можливістю безступінчастого регулювання передавального відношення, високою питомою потужністю та гнучкістю компоновки, що робить її перспективною для застосування в умовах, де необхідно забезпечити одночасно високу маневровість (або поворотність) і стійкість руху [4]. У гусе-

ничних бойових машинах, які працюють у складних рельєфно-дорожніх і кліматичних умовах, такі властивості мають вирішальне значення [5].

Передумови до використання гідрооб'ємної передачі у складі трансмісій гусеничних військових машин формувалися під впливом кількох взаємопов'язаних факторів. З одного боку, це розвиток гідравлічних машин високого тиску, здатних працювати в режимах високої потужності при компактних розмірах і мінімальних втратах. З іншого – необхідність удосконалення системи керування рухом, зменшення механічних втрат у трансмісії та підвищення рівня автоматизації [6]. Крім того, у сучасних зразках бронетехніки спостерігається тенденція до інтеграції силових агрегатів у єдину керовану систему типу «power-pack», де гідрооб'ємна передача може виступати як осно-

© С.О. Веретенніков, О.Б. Дудка, 2026

вний елемент розподілу потужності. Важливою передумовою є також зростання вимог до маневровості бойових машин [7]. Гідрооб'ємна передача забезпечує плавний розворот на місці, рівномірний розподіл крутного моменту між гусеничними стрічками та стабільну роботу двигуна внутрішнього згорання при зміні навантаження [8, 9].

**Мета роботи** – розроблення та теоретичне обґрунтування методики визначення коефіцієнтів об'ємних і гідромеханічних втрат у гідрооб'ємній передачі, що базується на інверсивному підході до узгодження експериментальних і розрахункових значень коефіцієнта корисної дії гідромашин. Для досягнення поставленої мети передбачається використання алгоритму Левенберга-Марквардта як ефективного інструменту ідентифікації параметрів математичної моделі, що забезпечує підвищення точності визначення втрат за рахунок мінімізації нев'язки між теоретичними та експериментальними даними. Реалізація запропонованої методики спрямована на вдосконалення підходів до оцінювання енергетичної ефективності гідрооб'ємних передач і підвищення достовірності їх математичного моделювання.

**Виклад основного матеріалу.** Перш ніж переходити до виокремлення гідравлічних та механічних втрат в гідрооб'ємній передачі, необхідно скласти систему математичних рівнянь, які описують динамічні процеси. На основі аналізу структурної схеми (рис. 1) складемо наступну систему рівнянь

$$\begin{cases} J_{dvs} \cdot \frac{d\omega_{dvs}}{dt} = M_e - M_{HSU\_H} - M_{H DU\_H}; \\ J_{TP} \cdot \frac{d\omega_{TP}}{dt} = M_{HSU\_M} + M_{H DU\_T} - M_{TP}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $J_{dvs}$  – момент інерції двигуна внутрішнього згорання з маховиком;

$J_{TP}$  – наведений до валу момент інерції обертових мас деталей трансмісії;

$\omega_{dvs}$  – кутова швидкість обертання колінчастого валу двигуна внутрішнього згорання та пов'язаного з ним гідронасоса гідрооб'ємної передачі HSU і насосного колеса гідродинамічного розвантажувача HDU;

$\omega_{TP}$  – кутова швидкість обертання гідромотора гідрооб'ємної передачі HSU і пов'язаного з ним турбінного колеса гідродинамічного розвантажувача HDU, що з'єднані з механічними елементами трансмісії;

$M_e$  – ефективний крутний момент двигуна внутрішнього згорання;

$M_{HSU\_H}$  – крутний момент на валу гідронасоса HSU;

$M_{HSU\_M}$  – крутний момент на валу гідромотора HSU;

$M_{H DU\_H}$  – крутний момент на валу насосного колеса HDU;

$M_{H DU\_T}$  – крутний момент на валу турбінного колеса HDU;

$M_{TP}$  – наведений момент опору, який передається від механічних елементів трансмісії.

Для того, щоб система рівнянь (1) була пра-

цездатною, необхідною умовою є знаходження крутних моментів  $M_{HSU\_H}$  та  $M_{HSU\_M}$ . Їх визначення ґрунтується на силовому балансі крутних моментів в HSU [10].

$$\begin{cases} M_{HSU\_H} \mp e_1 \cdot q_1 \cdot \Delta p \cdot \eta_{M\_H} = 0; \\ M_{HSU\_M} \pm e_2 \cdot \Delta p \cdot \eta_{M\_M} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де  $e_1$  – відносний параметр регулювання гідронасосу HSU;

$q_1, q_2$  – об'єми гідронасосу та гідромотору, відповідно;

$\Delta p$  – перепад робочого тиску в HSU;

$\eta_M$  – гідромеханічний ККД гідромашин HSU.

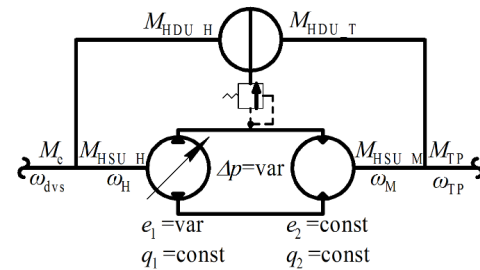


Рисунок 1 – Структурна схема гідрооб'ємної передачі (HSU) з гідродинамічним розвантажувачем

Аналізуючи рівняння (2) відмітимо, що знаки « $\mp$ » та « $\pm$ » залежать від напрямку потоку потужності. Верхні знаки враховуються у випадку роботи HSU в зворотному потоці потужності (тобто  $e_1 \in [0; -1]$ ), а нижні знаки – в прямому потоці потужності (тобто  $e_1 \in [0; +1]$ ). Таким чином, залежно від напрямку потоку потужності спостерігається прирощення або втрата значень крутних моментів на валах гідронасосу та гідромотору.

На основі матеріалів з роботи [11] відомо, що гідромеханічний ККД HSU визначається на основі співвідношень втрат потужності на тертя  $N_{TP}$  та теоретичної (індикаторної) потужності  $N_i$ . Відмітимо, що втрати потужності на тертя складаються з суми втрат потужності на рідинне тертя  $N_{ж}$ , на сухе тертя  $N_c$  та на перемішування робочої рідини  $N_{П}$

$$N_{TPj} = N_{ж} + N_c + N_{П} = k_{жj} \cdot \mu \cdot D^4 \cdot \omega_j^2 (1 + c_{жj} \cdot e_j^2) + \frac{k_{cj} \cdot \Delta p \cdot D^3 \cdot \omega_j}{(1 + c_{cj} \cdot \omega_j \cdot D)} + \frac{k_{Пj} \cdot D^3 \cdot \omega_j}{(1 + c_{Пj} \cdot \omega_j \cdot D)}; \quad (3)$$

$$N_{ij} = e_j \cdot \Delta p \cdot D^2 \cdot v \cdot \bar{\omega}_j, \quad (4)$$

де  $j$  – індекс, який характеризує гідромашину («Н» – гідронасос; «М» – гідромотор);

$k_{жj}, c_{жj}$  – коефіцієнти, що характеризують втрати потужності на тертя робочої рідини;

$D$  – характерний розмір гідромашин ( $D = \sqrt[3]{q_j}$ );

$k_{cj}, c_{cj}$  – коефіцієнти, що характеризують втрати потужності на сухе тертя;

$k_{Пj}, c_{Пj}$  – коефіцієнти, що характеризують втрати потужності на перемішування робочої рідини;

$v$  – характерна швидкість гідромашин ( $v = D \cdot \omega_{\max}$ );

$\bar{\omega}_j$  – відносна кутова швидкість гідромашини,

$$\bar{\omega}_j = \frac{\omega_j}{\omega_{\max}}.$$

Враховуючи отримані залежності потужностей, сформуємо рівняння гідромеханічного ККД HSU

$$\eta_{M_H} = \frac{1}{1 + \frac{N_{TP_H}}{N_{i_H}}} = \frac{1}{1 + \frac{k_{жH} \cdot \mu \cdot D \cdot \bar{\omega}_H (1 + c_{жH} \cdot e_1^2)}{e_1 \cdot \Delta p} + \frac{k_{сH}}{e_1 \cdot (1 + c_{сH} \cdot \omega_H \cdot D)} + \frac{k_{пH}}{e_1 \cdot \Delta p \cdot (1 + c_{пH} \cdot \omega_H \cdot D)}}; \quad (5)$$

$$\eta_{M_M} = 1 - \frac{N_{TP_M}}{N_{i_M}} = 1 - \frac{k_{жM} \cdot \mu \cdot D \cdot \bar{\omega}_M (1 + c_{жM})}{\Delta p} + \frac{k_{сM}}{(1 + c_{сM} \cdot \omega_M \cdot D)} + \frac{k_{пM}}{\Delta p \cdot (1 + c_{пM} \cdot \omega_M \cdot D)}. \quad (6)$$

Відмітимо, що обчислення рівняння (2) унеможливлено, адже відсутнім є визначення складової перепаду робочого тиску  $\Delta p$ . Визначення величини перепаду робочого тиску  $\Delta p$  базується на визначенні кінематичного балансу, який описується рівнянням нерозривності потоку робочої рідини [11]

$$-e_1 \cdot q_1 \cdot \omega_H + q_2 \cdot \omega_M = \left( \frac{N_{y_H}}{N_{i_H}} + \frac{N_{y_M}}{N_{i_M}} \right) \cdot \Delta p, \quad (7)$$

де  $\omega_H$  – кутова швидкість валу гідронасоса,

$\omega_{двс} = \omega_H$ ;

$\omega_M$  – кутова швидкість валу гідромотора,

$\omega_{TP} = \omega_M$ ;

$N_{y_H}, N_{y_M}$  – потужність об'ємних втрат в гідронасосі та гідромоторі [11]

$$N_{y_j} = \frac{k_{y_j} \cdot \Delta p^2 \cdot D}{\mu} \cdot (1 + c_{y_j} \bar{\omega}_j), \quad (8)$$

де  $k_{y_j}, c_{y_j}$  – коефіцієнт пропорційності та безрозмірний коефіцієнт, що враховує співвідношення першого (що не залежить від частоти обертання) і другого потоків робочої рідини.

Аналізуючи рівняння (7) відмітимо, що відношення потужності об'ємних втрат до теоретичної потужності є не що інше, як складова об'ємного ККД гідромашини

$$\frac{N_{y_H}}{N_{i_H}} = 1 - \eta_{o_H} \Rightarrow \eta_{o_H} = 1 - \frac{N_{y_H}}{N_{i_H}} = 1 - \frac{k_{y_H} \cdot (1 + c_{y_H} \cdot \bar{\omega}_H)}{e_1 \cdot \mu \cdot D^2 \cdot \omega_H}; \quad (9)$$

$$\frac{N_{y_M}}{N_{i_M}} = \frac{1}{\eta_{o_M}} - 1 \Rightarrow \eta_{o_M} = \frac{1}{\frac{N_{y_M}}{N_{i_M}} + 1} = \frac{1}{k_{y_M} \cdot (1 + c_{y_M} \cdot \bar{\omega}_M) + 1} \cdot \mu \cdot D^2 \cdot \omega_M. \quad (10)$$

Зважаючи на рівняння (9) та (10), перетворимо рівняння кінематичного балансу, утворивши разом з рівнянням (2) загальну систему рівнянь, що описує роботу HSU

$$\begin{cases} -e_1 \cdot q_1 \cdot \omega_H + q_2 \cdot \omega_M = (1/\eta_{o_M} - \eta_{o_H}) \cdot \Delta p; \\ M_{HSU_H} \mp e_1 \cdot q_1 \cdot \Delta p \cdot \eta_{M_H} = 0; \\ M_{HSU_M} \pm q_2 \cdot \Delta p \cdot \eta_{M_M} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Відмітимо, що реалізація системи рівняння (11) базується на визначенні складових ККД HSU, адже

$$\eta_{HSU_H} = \eta_{o_H} \cdot \eta_{M_H}; \quad (12)$$

$$\eta_{HSU_M} = \eta_{o_M} \cdot \eta_{M_M}; \quad (13)$$

$$\eta_{HSU} = \eta_{HSU_H} \cdot \eta_{HSU_M} = \eta_{o_H} \cdot \eta_{o_M} \cdot \eta_{M_H} \cdot \eta_{M_M}. \quad (14)$$

Аналізуючи складові визначення величини ККД HSU, відмітимо, що основними варійованими параметрами рівнянь (5), (6) та (9), (10) є величини перепаду робочого тиску  $\Delta p$ , кутової швидкості на валу гідромашини  $\omega_{H,M}$  та відносного параметру регулювання гідронасосу HSU  $e_1$ . Інші величини ( $D, v, q$ ) є константами, які визначаються на основі конструктивних характеристик гідромашин та робочої рідини, що протікає в HSU. Також в рівняннях присутні коефіцієнти втрат ( $k_{y_j}, c_{y_j}, k_{ж_j}, c_{ж_j}, k_{с_j}, c_{с_j}, k_{п_j}, c_{п_j}$ ), які визначаються на основі співставлення експериментальних та теоретичних даних зміни ККД HSU. Так, в роботах [12, 13] запропоновано методи визначення коефіцієнтів втрат об'ємного аксіально-поршневого гідравлічного приводу, які ґрунтуються на використанні лінійних методів оптимізації, що є не зовсім доречним. Адже враховуючи суттєву нелінійність рівнянь (5), (6) та (9), (10), виникає потреба в використанні методів нелінійної оптимізації, що дозволяє розвинути методу визначення коефіцієнтів втрат HSU.

В роботах [12, 13] запропоновано використовувати конструкцію квадратичного функціоналу, який по своїй суті є алгоритмом інверсивного (або ідентифікаційного) методу. На основі експериментальних даних визначаються невідомі параметри математичної моделі таким чином, щоб вона з мінімальною похибкою описувала поведінку реальної системи. Таким чином, сформуємо методу визначення коефіцієнтів втрат HSU. Для цього впроваджуємо три групи індексів ( $m, n, o$ ), які ха-

рактризують режими роботи гідромашин HSU. Індекс  $m$  характеризує зміну величини перепаду робочого тиску в HSU  $\Delta p$ . Індекс  $n$  характеризує зміну кутової швидкості на валу гідромашини  $\omega_{H,M}$ . Індекс  $o$  характеризує зміну відносного параметру регулювання гідронасосу HSU  $e_1$ .

Наступним кроком сформуємо квадратичні функціонали для:

- гідронасосу:

$$\Phi_{o,H} \begin{pmatrix} k_{y-H} [n, o], \\ c_{y-H} [n, o] \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \sum_{o=1}^{o_{\max}} (\eta_{o,H}^e [n, o] - \eta_{o,H} [n, o])^2 \right) \rightarrow \min; \quad (15)$$

$$\Phi_{M,H} \begin{pmatrix} k_{жМ} [m, n, o], \\ c_{жМ} [m, n, o], \\ k_{сМ} [n, o], \\ c_{сМ} [n, o], \\ k_{ПМ} [m, n, o], \\ c_{ПМ} [m, n, o] \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left( \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \sum_{o=1}^{o_{\max}} \left( \eta_{M,H}^e [m, n, o] - \eta_{M,H} [m, n, o] \right)^2 \right) \right) \rightarrow \min; \quad (16)$$

$$\Phi_{o,H} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \sum_{o=1}^{o_{\max}} \left( \eta_{o,H}^e [n, o] - 1 + \frac{k_{yH} [n, o] \cdot (1 + c_{yH} [n, o] \cdot \bar{\omega}_H [n])}{e_1 [o] \cdot \mu \cdot D^2 \cdot \omega_H [n]} \right)^2 \right) \rightarrow \min; \quad (19)$$

$$\Phi_{M,H} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left( \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \sum_{o=1}^{o_{\max}} \left( \eta_{M,H}^e [m, n, o] - \left( 1 + \frac{k_{жH} [m, n, o] \cdot \mu \cdot D \cdot \bar{\omega}_H [n]}{e_1 [o] \cdot \Delta p [m]} \times \right. \right. \right. \right. \left. \left. \left. \times (1 + c_{жH} [m, n, o] \cdot e_1^2 [o]) + \frac{k_{сH} [n, o]}{e_1 [o] \cdot (1 + c_{сH} [n, o] \cdot \omega_H [n] \cdot D)} + \frac{k_{ПH} [m, n, o]}{e_1 [o] \cdot \Delta p [m] \cdot (1 + c_{ПH} [m, n, o] \cdot \omega_H [n] \cdot D)} \right)^2 \right) \right) \rightarrow \min; \quad (20)$$

$$\Phi_{o,M} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \left( \eta_{o,M}^e [n] - \frac{1}{\frac{k_{yM} [n] \cdot (1 + c_{yM} [n] \cdot \bar{\omega}_M [n])}{\mu \cdot D^2 \cdot \omega_M [n]} + 1}} \right)^2 \right) \rightarrow \min; \quad (21)$$

$$\Phi_{M,M} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left( \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \eta_{M,M}^e [m, n] - 1 + \left( \frac{k_{жМ} [m, n] \cdot \mu \cdot D \cdot \bar{\omega}_M [n] (1 + c_{жМ} [m, n])}{\Delta p [m]} + \frac{k_{сМ} [n]}{(1 + c_{сМ} [n] \cdot \omega_M [n] \cdot D)} + \frac{k_{ПМ} [m, n]}{\Delta p [m] \cdot (1 + c_{ПМ} [m, n] \cdot \omega_M [n] \cdot D)} \right)^2 \right) \right) \rightarrow \min. \quad (22)$$

- гідромотору:

$$\Phi_{o,M} \begin{pmatrix} k_{y-M} [n], \\ c_{y-M} [n] \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( (\eta_{o,M}^e [n] - \eta_{o,M} [n])^2 \right) \rightarrow \min; \quad (17)$$

$$\Phi_{M,M} \begin{pmatrix} k_{жМ} [m, n], \\ c_{жМ} [m, n], \\ k_{сМ} [n], \\ c_{сМ} [n], \\ k_{ПМ} [m, n], \\ c_{ПМ} [m, n] \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \left( \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \left( \eta_{M,M}^e [m, n] - \eta_{M,M} [m, n] \right)^2 \right) \right) \rightarrow \min. \quad (18)$$

Помітно, що для функціоналів (17) та (18) відсутній індекс  $o$ , це пов'язано з тим, що в даній роботі розглядається HSU з одномашинним керуванням (регульований гідронасос). Також відзначимо, що в множник «1/2» вводиться для зручності при обчисленні похідних.

Розпишемо функціонали (15)–(18) в розгорнутому вигляді

Наступним кроком, при пошуку значень кое-

фіцієнтів втрат застосуємо алгоритм Левенберга-

Марквардта, який базується на мінімізації функціонала найменших квадратів. Цей алгоритм поєднує високу швидкість збіжності методу Гауса-Ньютона із стійкістю градієнтного спуску, автоматично переходячи між ними залежно від поведінки функціонала.

На першому етапі формується матриця Якобіана  $J$ . Розглянемо її для функціоналу (19), але спершу для зручності введемо заміну:

$$\Phi_{o,H} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left( \sum_{o=1}^{o_{\max}} r(k_{yH}, c_{yH}) \right) \rightarrow \min ;$$

$$J(k_{yH}, c_{yH}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_{n=1}}{\partial k_{yH}} & \frac{\partial r_{o=1}}{\partial c_{yH}} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial r_{n=n_{\max}}}{\partial k_{yH}} & \frac{\partial r_{o=o_{\max}}}{\partial c_{yH}} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Далі задаємо ітераційну процедуру, яка оновлюватиме вектор параметрів

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \delta_k, \quad (24)$$

де  $\delta_k$  – крок ітерації, який визначається на основі наступного рівняння

$$\left( J^T(k_{yH}, c_{yH}) J(k_{yH}, c_{yH}) + \lambda_t \cdot I \right) \delta_k = J^T(k_{yH}, c_{yH}) \cdot \left( r(k_{yH}, c_{yH}) \right), \quad (25)$$

де  $\lambda_t$  – коефіцієнт демпфірування;

$I$  – одинична матриця.

Коефіцієнт демпфірування  $\lambda_t$  регулює баланс між двома методами:

- при малих значеннях  $\lambda_t$ :

$$\left( J^T(k_{yH}, c_{yH}) J(k_{yH}, c_{yH}) + \lambda_t \cdot I \right) \approx J^T(k_{yH}, c_{yH}) \cdot \left( r(k_{yH}, c_{yH}) \right), \quad (26)$$

отримуємо метод Гауса-Ньютона, який швидко сходиться поблизу мінімуму;

- при великих значеннях  $\lambda_t$ :

$$\frac{1}{\left( J^T(k_{yH}, c_{yH}) J(k_{yH}, c_{yH}) + \lambda_t \cdot I \right)} \approx \frac{1}{\lambda_t}. \quad (27)$$

Пошук мінімуму відбувається за методом градієнтного спуску. Якщо після ітерації параметрів функціонал  $\Phi_{o,H}(\theta)$  зменшується, то значення  $\lambda_t$  також зменшується задля прискорення збіжності. Якщо ж  $\Phi_{o,H}(\theta)$  збільшується, тоді  $\lambda_t$  підвищується задля підвищення стійкості пошуку мінімуму.

**Висновки.** Розвинена методика визначення коефіцієнтів об'ємних та гідромеханічних втрат у гідрооб'ємній передачі, яка ґрунтується на застосуванні інверсивного підходу для забезпечення збіжності експериментальних і теоретичних значень ККД гідромашин у широкому діапазоні режимів роботи. Особливістю запропонованої методики є поєднання класичних залежностей енергетичного балансу з алгоритмом Левенберга-Марквардта, що дає змогу ефективно розв'язувати

задачу ідентифікації параметрів шляхом мінімізації функції відхилення між експериментальними даними та результатами математичного моделювання. Це забезпечує підвищення точності визначення складових втрат, а також дає змогу врахувати вплив змінних експлуатаційних факторів, таких як тиск, витрата робочої рідини та швидкісні режими.

Запропонований підхід розширює можливість аналізу енергетичної ефективності гідрооб'ємних передач і може бути використаний як для наукових досліджень, так і для інженерних розрахунків при проектуванні та модернізації гідропроводів у складі мобільних машин. Водночас, з огляду на обчислювальну складність і необхідність багаторазових ітераційних розрахунків, практичне застосування методики потребує її реалізації у вигляді спеціалізованого програмного забезпечення або інтеграції в існуючі середовища математичного моделювання. Це дозволить автоматизувати процес обробки експериментальних даних, підвищити отримання результатів та забезпечити зручність використання методики.

#### Список літератури

1. Powertrain System Dynamic Model Development: M1A1 Abrams Main Battle Tank / John J. Moskwa and others. University of Wisconsin: Powertrain Control Research Laboratory, 2016, 18 p. <https://erc.wisc.edu/publications/powertrain-innovations-for-future-vehicles-an-arpa-e-perspective/>.
2. Kayzad, A. Bhaumikumar, J. Dhruvin, M. Parth, P. Jitendra, Design and Analysis of Hydrostatic Transmission System, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2018, 310, 012048, doi:10.1088/1757-899X/310/1/012048.
3. Reppert R. G. Modern Transmissions for Tanks. *Military Technology*, 1987, Vol. 4, P. 4–23.
4. Andretta N., Rossetti A., Macor A. (2022). Design procedures for hybrid *hydromechanical transmissions*. *Journal of Physics: Conference Series*, 2385, 012031. doi:10.1088/1742-6596/2385/1/012031.
5. Volontsevich D., SyHiep D. (2016). Modeling Curvilinear Motion of Tracked Vehicle with the Dual-Flux Electromechanical Turning Mechanism. *Mechanics, Materials Science and Engineering*, Vol. 3, pp. 107–119. DOI: 10.13140/RG.2.1.4361.8960.
6. Zhao L., Wang J., Zhang Zh. (2017). Research on Travel Control System of Hydrostatic Transmission Chassis. *MATEC Web of Conferences*, 139, 00212. doi: 10.1051/mateconf/201713900212.
7. Baer K. (2018). Simulation-Based Optimization of a Series Hydraulic Hybrid Vehicle. PhD dissertation, Linköping University Electronic Press, 94 p. <https://doi.org/10.3384/diss.diva-145387>.
8. Barbosa T. P., da Silva L. A. R., Pujatti F. J. P., Gutiérrez J.C.H. (2022). Hydraulic hybrid passenger vehicle: Fuel savings possibilities. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 50(1), pp. 135–153. doi: 10.1080/15397734.2020.1714447.
9. Andretta N., Rossetti A., Macor A. (2019). Optimal design of a hybrid hydromechanical transmission for a reach stacker. *AIP Conf. Proc.*, 2191 (1): 020010. doi: 10.1063/1.5138743.
10. Мітцель М. О. Вплив особливих зон роботи гідропередачі на техніко-економічні показники колісних тракторів з безступінчастими гідрооб'ємно-механічними трансмісіями [Електронний ресурс] : дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.22.02 : галузь знань 13. Микола Олександрович Мітцель ; наук. керівник Самородов В. Б. ; Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". Харків, 2016.

- C. 198
11. Лур'є З. Я., Самородов В. Б., Аврунін Г. А., Цента С. М. Динамічна нелінійна математична модель об'ємного гідропривода з машинним регулюванням. Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Сер. : Гідрравлічні машини та гідроагрегати: зб. наук. пр. – Харків : НТУ "ХПІ", 2020. № 1. С. 53–62. doi: 10.20998/2411-3441.2020.1.08
  12. Самородов В. Б., Бурлига М.Б., Коваль А.А., Рогов А.В., Самородов Б.В. Методика уточнення математичної моделі об'ємного ККД аксіально-поршневих гідронасосів. Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Сер. : Автомобіле- та тракторобудування : зб. наук. пр. – Харків : НТУ "ХПІ", 2008, №. 56, С. 3–10
  13. Трембач О. С., Кожушко А. П. Розвиток моделі визначення коефіцієнтів втрат об'ємного аксіально-поршневого гідрравлічного приводу. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Автомобіле- та тракторобудування : зб. наук. пр. / Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – Харків : НТУ «ХПІ», 2024, № 2, С. 137–149. doi: 10.20998/2078-6840.2024.2.15.
- References (transliterated)**
1. Powertrain System Dynamic Model Development: M1A1 Abrams Main Battle Tank / John J. Moskwaand others. University of Wisconsin: Powertrain Control Research Laboratory, (2016), 18 p. <https://erc.wisc.edu/publications/powertrain-innovations-for-future-vehicles-an-arpa-e-perspective/>.
  2. Kayzad, A. Bhaumikkumar, J. Dhruvin, M. Parth, Jitendra, P. (2018). Design and Analysis of Hydrostatic Transmission System, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 310, 012048 doi:10.1088/1757-899X/310/1/012048.
  3. Rudi G. Reppert. (1987). Modern Transmissions for Tanks. *Military Technology*, no.4, 4-23.
  4. Andretta N., Rossetti A., Macor A. (2022). Design procedures for hybrid hydromechanical transmissions. *Journal of Physics: Conference Series* 2385 012031 IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/2385/1/012031.
  5. Volontsevich D., Duong Sy Hiep. (2016). Modeling Curvilinear Motion of Tracked Vehicle with the Dual-Flux Electromechanical Turning Mechanism. *Mechanics, Materials Science and Engineering, Part II: Mechanical Engineering and Physics*. Vol. 3, 107–119. DOI: 10.13140/RG.2.1.4361.8960.
  6. Liang Zhao, Jin Wang, Zhengwu Zhang, (2017). Research on Travel Control System of Hydrostatic Transmission Chassis. *MATEC Web of Conferences*, 139, 00212 doi: 10.1051/mateconf/201713900212.
  7. Baer K (2018). Simulation-Based Optimization of a Series Hydraulic Hybrid Vehicle Linköping Studies in Science and Technology Dissertation, no. 1916. ISBN 978-91-7685-344-3 ISSN 0345- 7524.
  8. Prado Barbosa T P, Rodrigues da Silva L A, Pacheco Pujatti F J, Horta Gutierrez J C (2022). Hydraulic hybrid passenger vehicle: Fuel savings possibilities *Mechanics Based Design of Structures and Machines An International Journal* Volume 50, Issue 1 <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1714447>.
  9. Andretta N, Rossetti A and Macor A (2019). Optimal design of a hybrid hydromechanical transmission for a reach stacker *AIP Conference Proceedings* 2191, 020010 (2019); <https://doi.org/10.1063/1.5138743>.
  10. Mitcel M. O. *Vplyv osoblyvuh zon robotu gidroperedachi na tehnicno-ekonmichni pokazniki kolisnuh traktoriv z bezstupinchastumu gidroob'emno-mehanichnumu transmissiyamu* [The influence of special zones of hydraulic transmission operation on the technical and economic indicators of wheeled tractors with continuously variable hydrodynamic-mechanical transmissions] : dus. ... kand. tehn. nauk. 05.22.02 : galuz znan 13. Mukola Oleksandrovuch Mitsel ; nauk. kerivnuk Samorodov V. B. ; Nats. tehn. un-t "Kharkiv. polytehn. In-t". Kharkiv, 2016. P. 198.
  11. Лур'є З. Я. (2020). Динамічна нелінійна модель об'ємного гідропривода з машинним регулюванням [Dynamic nonlinear mathematical model of a volumetric hydraulic drive with machine control] / Z. Ya. Lur'e, V. B. Samorodov, G. A. Avrunin, Ye. M. Tsenta. *Visnik Natsionalnogo tehnicnogo universitetu "KhPI"*. Ser. : *Gidravlichni mashinu ta gidroagregatu: zb. nauk. pr. [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Ser. Hydraulic machines and hydraulic units: collection of scientific papers]* Kharkiv : NTU "KhPI", no. 1, pp. 53-62.
  12. Samorodov V. B. (2008). Metoduka utochnennya matematichnoi modeli ob'emnogo KKD aksialno-porshnevuh gidronasosiv [Methodology for refining the mathematical model of volumetric efficiency of axial piston hydraulic pumps.] / V.B. Samorodov, M.B. Burluga, A.A. Koval, A.V. Rogov, B.V. Samorodov. *Visnik Natsionalnogo tehnicnogo universitetu "KhPI"*. Ser. : *Avtomobile- ta traktorobuduвання : zb. nauk. pr. [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Ser. Automobile and tractor manufacturing : collection of scientific papers]* Kharkiv : NTU "KhPI", no. 56, pp. 3-10.
  13. Trembach O. S. (2024). Rozvutok modeli vuznachennya vtrat jib'emnogo arsalno-porshnevogo gidravlichnogo pryvodu [Development of a model for determining the loss coefficients of a volumetric axial-piston hydraulic drive] / O. S. Trembach, A. P. Kozhushko. *Visnik Natsionalnogo tehnicnogo universitetu "KhPI"*. Ser. : *Avtomobile- ta traktorobuduвання : zb. nauk. pr. [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Ser. Automobile and tractor manufacturing : collection of scientific papers]* Kharkiv : NTU "KhPI", no. 2, pp. 137–149. doi: <https://doi.org/10.20998/2078-6840.2024.2.15>.

Надійшла (received) 19.03.2026

Стаття прийнята до друку 22.04.2026

Опублікована 28.04.2026

#### Відомості про авторів / About authors

**Веретенніков Євгеній Олександрович / Veretennikov Ievgenii** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри інформаційних технологій і систем колісних та гусеничних машин імені О.О. Морозова, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6773-0388>; e-mail: [everetennikov1987@gmail.com](mailto:everetennikov1987@gmail.com)

**Дудка Олексій Борисович / Dudka Oleksii** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри інформаційних технологій і систем колісних та гусеничних машин імені О.О. Морозова, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-1491-7592>; e-mail: [Oleksii.Dudka@mit.khpi.edu.ua](mailto:Oleksii.Dudka@mit.khpi.edu.ua)