

О. Л. ЛУГОВИЙ, О. Г. ГУСАК

МОДЕЛЬ ВТРАТ У КОМБІНОВАНОМУ ВІДВОДІ ВІДЦЕНТРОВОГО НАСОСА

У статті проаналізовано результати досліджень комбінованих відводів відцентрових насосів. Практично всі сучасні дослідження проведені з використанням чисельного моделювання течії, що дозволяє отримувати як диференційні, так і інтегральні характеристики робочого процесу, який має місце в комбінованому відводі. Порівняння результатів чисельного моделювання з результатами фізичного дослідження показує добре співпадіння. У статті описано дослідження робочого процесу в комбінованому відводі відцентрового ступеня з боковою кільцевою камерою. За допомогою чисельного дослідження виконано аналіз течії на виході із напрямного апарата і в кільцевій камері. На базі рівнянь Бернуллі та рівняння зміни моменту кількості руху, та враховуючи особливості робочого процесу в комбінованому відводі, розроблена математична модель для оцінювання втрат у комбінованому відводі відцентрового насоса середньої швидкохідності. За результатами чисельного моделювання течії визначені сукупні гідравлічні втрати в комбінованому відводі відцентрового ступеня насоса, а також визначені втрати в окремих компонентах комбінованого відводу. Результати чисельного дослідження порівняні з результатами розрахунку втрат з використанням розробленої математичної моделі. Максимальне відхилення результатів складає 4% від напору ступеня. Представлена в статті математична модель дозволяє на стадії проектування виконувати оцінку втрат в комбінованому відводі і як наслідок – оцінку величини ККД відцентрового ступеня.

Ключові слова: відцентровий насос, комбінований відвід, робоче колесо, напрямний апарат, чисельне дослідження, гідравлічні втрати, математична модель.

O. L. LUHOVYI, O. G. GUSAK

MODEL OF LOSSES IN THE COMBINED OUTLET OF A CENTRIFUGAL PUMP

The article analyzes the results of studies of combined outlet of centrifugal pumps. Almost all modern studies are carried out using numerical simulation of the flow, which allows obtaining both differential and integral characteristics of the working process that takes place in the combined outlet. Comparison of the results of numerical simulation with the results of physical research shows good agreement. The article describes the study of the working process in the combined outlet of a centrifugal stage with a side annular chamber. Using numerical research, an analysis of the flow at the outlet of the guide vane and in the annular chamber was performed. Based on the Bernoulli equations and the equation of change in momentum, and taking into account the features of the working process in the combined outlet, a mathematical model has been developed to estimate losses in the combined outlet of a medium specific speed centrifugal pump. Based on the results of numerical flow modeling, the total hydraulic losses in the combined outlet of the centrifugal stage of the pump were determined, as well as losses in individual components of the combined outlet. The results of the numerical research were compared with the results of calculating losses using the developed mathematical model. The maximum deviation of the results is 4% of the stage head. The mathematical model presented in the article allows, at the design stage, to estimate losses in the combined outlet and, as a result, to estimate the efficiency of the centrifugal stage.

Keywords: centrifugal pump, combined outlet, impeller, guide vane, numerical simulation, hydraulic losses, mathematical model

Вступ. Відвідний пристрій є одним із важливіших елементів відцентрового насоса. Його основна функція, перетворення кінетичної енергії, яка отримує прирощення внаслідок взаємодії потоку рідини з лопатями відцентрового робочого колеса, в енергію тиску рідини, обумовлює основні вимоги до проектування – отримання мінімальних гідравлічних втрат. Крім того, мінімум втрат у відводі визначає місцеположення оптимального режиму на характеристиці насоса. Комбінований відвід займає окреме положення і повинен розглядатись як окремий тип відводу. На відміну від напрямного апарата, у складових втрат, в комбінованому відводі існують додаткові втрати на змішування потоків, а також відсутність вісьової симетрії за рахунок наявності напірного патрубку. У відповідності до існуючих конструктивних типів насосів було виділено чотири типи комбінованих відводів [1]:

- 1) комбінований відвід з радіальною камерою;
- 2) комбінований відвід з боковою камерою;
- 3) комбінований відвід з двома камерами: боковою і радіальною;
- 4) комбінований відвід з напрямним апаратом і спіральною камерою.

Найбільш використовуваними комбінованими відводами є відвід з радіальною камерою в насосах ВВ5 за стандартом API 610 (API 610, 2012) [2] та відвід із боковою камерою в насосах ВВ4.

У робочому колесі відцентрового ступеня відбувається передача енергії від механічного приводу рідині за рахунок силової взаємодії лопатей з останньою. На виході робочого колеса рідина отримує прирощення кінетичної енергії. Завдання відводу – перетворення кінетичної енергії в енергію тиску рідини з мінімальними втратами. І якщо ККД робочого колеса має практично постійне значення в широкому діапазоні подач, то втрати у відводі мають добре виражений оптимум, який визначає також місцеположення оптимального режиму всього ступеня [3]. Відомі випадки, коли проміжний ступінь відцентрового насоса, спроектований з пропускнуою здатністю відносно розрахункового режиму, має оптимальний режим, який співпадає з розрахунковим, а ККД в цілому насоса зміщується в сторону малих витрат за рахунок того, що кільцева камера спро-

© О. Л. Луговий, О. Г. Гусак, 2026

ектована із занадто малою пропускну здатністю. На даний момент не існує чітко визначеної методики або чітких рекомендацій щодо проектування комбінованого відводу. Практика вітчизняного насособудування показує, що розміри кільцевої камери визначаються набагато більшими, ніж потрібно для того, щоб запобігти зміщенню оптимального режиму в сторону малих витрат.

Аналіз існуючих методів досліджень комбінованих відводів відцентрових насосів. Аналіз існуючих досліджень показав, що більша їх частина присвячена дослідженням, пов'язаним із визначенням радіальних зусиль, які діють на ротор насоса [4, 5]. Аналіз витрат у комбінованих відводах у сучасній літературі практично відсутній, або ж розглядається лише напрямний апарат, або спіральний відвід. Комбінований відвід навіть у багатоступеневому насосі може спричинити значний вплив на ККД відцентрового насоса. У багатьох публікаціях розглядається вплив окремих елементів комбінованого відводу на втрати, структуру потоку та на радіальне зусилля. У статті [6] за допомогою чисельного дослідження було проаналізовано вплив положення вісі напірного патрубку відносно виходу з напрямного апарату, а також колового положення каналів напрямного апарату відносно патрубку у ступені з комбінованим відводом. Слід зазначити, що згідно отриманих результатів, осьове положення вісі патрубка відносно виходу з каналів напрямного апарату суттєво впливає на розподіл швидкостей і тисків у кільцевій камері, і також впливає на загальні втрати і ККД насоса. Також показано, що існує тільки одне колове положення напірного патрубку відносно каналів напрямного апарату, при якому розподіл швидкостей і тисків у кільцевій камері є однорідним, а втрати мінімальними.

У статті [7] наведено дослідження комбінованого відводу і виконаний аналіз витрат на основі результатів чисельного моделювання течії у проточній частині відцентрового насоса. Показаний вплив радіуса округлення напірного патрубку на течію в комбінованому відводі, а також на величину гідравлічних витрат на вході в напірний пат-

рубок. У статті також наведені величини витрат у окремих компонентах комбінованого відводу.

У статті [8] виконано дослідження одноступеневого відцентрового насоса з комбінованим відводом. Проаналізовано вплив радіуса округлення стінки між напірним патрубком і кільцевою камерою, проаналізовано гідравлічні осьові і радіальні зусилля, які діють на робоче колесо, а також наведені картини течії в кільцевій камері за напрямним апаратом.

У статті [4] виконано порівняння результатів моделювання течії у відцентровому ступені середньої швидкодійності з використанням різних моделей турбулентності. Слід відзначити, що максимальне співпадіння результатів чисельного моделювання з фізичним експериментом отримано при використанні стандартної $k-\epsilon$ та SST моделей турбулентності.

Аналіз літератури [1–15] показав, що робочий процес у комбінованому відводі вивчений недостатньо, структура потоку на виході з каналів напрямного апарату і на вході в кільцеву камеру є складною і суттєво впливає на ефективність роботи ступеня. Для оцінки витрат у комбінованому відводі необхідно враховувати особливості гідродинамічних процесів, які мають місце в комбінованому відводі, особливо при змішуваних потоках у кільцевій камері.

Розробка математичної моделі витрат у комбінованому відводі. Важливим кроком при проектуванні комбінованого відводу є оцінка гідравлічних витрат. В цілому оцінку витрат у статорному елементі проточної частини відцентрового насоса можна виконати за виразом [9]:

$$\Delta h = \zeta \frac{V^2}{2g}, \quad (1)$$

де ζ – коефіцієнт витрат,

V – швидкість потоку у характерному перерізі відводу.

Враховуючи те, що структура течії в елементах комбінованого відводу не однакова, для оцінки витрат розділимо проточну частину на характерні ділянки (рис. 1):

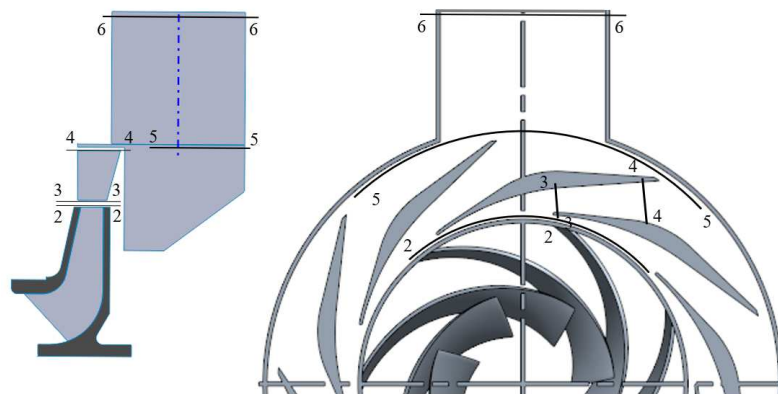


Рисунок 1 – Елементи комбінованого відводу

- спіральні канали 2-2 – 3-3 – від виходу з робочого колеса до входу в дифузійні канали на-

прямого апарату;

- дифузійні канали 3-3 – 4-4 – елемент, де

відбувається перетворення кінетичної енергії потоку в потенційну енергію тиску рідини;

- кільцева камера або кільцевий збірник 4-4 – 5-5, основна функція якого – збір рідини за напрямним апаратом і відвід у напірний патрубок;

- напірний патрубок 5-5 – 6-6 – відвід рідини у трубопровід.

Тоді сумарні втрати в комбінованому відводі складаються із суми втрат на характерних ділянках:

$$\sum \Delta h = \Delta h_c + \Delta h_{дк} + \Delta h_{кам} + \Delta h_{нп}, \quad (2)$$

де Δh_c – втрати у спіральній частині напрямного апарата,

$\Delta h_{дк}$ – втрати у дифузورних каналах,

$\Delta h_{кам}$ – втрати в кільцевій камері,

$\Delta h_{нп}$ – втрати в напірному патрубку.

Коефіцієнт втрат напору в спіральній ділянці можна визначити за рівнянням:

$$\zeta_c = -0,0114K_c^2 + 0,1985K_c + 0,0568, \quad (3)$$

$$\text{де } K_c = \frac{Z_{НА} a_3}{\pi D_3 \sin \bar{\alpha}_3} \quad (4)$$

коефіцієнт косою зрізу напрямного апарата,

де $Z_{НА}$ – кількість дифузорних каналів напрямного апарата,

a_3 – висота перерізу на вході в дифузорний канал,

D_3 – діаметр встановлення лопаток дифузорних каналів,

$\bar{\alpha}_3$ – осереднений кут потоку на вході в дифузорний канал.

Коефіцієнт втрат напору в дифузорному каналі можна визначити за рівнянням:

$$\zeta_{диф} = (\zeta_{диф})_{min} + 0,2((K_c)_{min} - K_c)^2. \quad (5)$$

Складова $(\zeta_{диф})_{min}$ визначає величину мінімального коефіцієнту втрат у дифузорному каналі, яка має місце для певного режиму і яка залежить від геометричних розмірів НА:

$$(\zeta_{диф})_{min} = 0,35 \tan \varphi_{екв} \sqrt{\frac{F_4}{F_3} - 1}, \quad (6)$$

де $\varphi_{екв}$ – еквівалентний кут розкриття дифузора,

F_4 – площа вихідного перерізу дифузорної ділянки,

F_3 – площа вхідного перерізу дифузорної ділянки.

Величина

$$(K_c)_{min} = 1,47 - 0,0005(69 - n_s)^2 \quad (7)$$

характеризує режим роботи з мінімальними втратами у дифузорному каналі і залежить від коефіцієнта швидкохідності n_s .

Найбільш складним є визначення втрат на вході до кільцевої камери та втрат у самій кільцевій камері. Для можливості створення математичної моделі втрат на цих ділянках необхідно дослідити особливості течії на цих ділянках.

Розглянемо картину течії в кільцевій камері. Потік, який виходить з j -го каналу напрямного

апарата q_j зливається з через $i-1$ переріз з потоком в кільцевій камері. При змішуванні потоків відбувається зміна моменту кількості руху рідини внаслідок зміни швидкості і напрямку течії, а також внаслідок тертя, що супроводжується гідравлічними втратами.

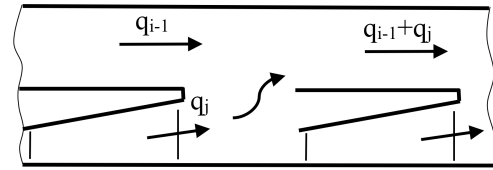


Рисунок 2 – Розгортка кільцевої камери

Втрати напору Δh_j (між вхідним перерізом каналу напрямного апарата j до перерізу i в кільцевому відводі) і втрати Δh_{i-1} (від перерізу $i-1$ кільцевої камери до перерізу i) згідно рівнянню Бернуллі можна записати наступним чином:

$$\Delta h_j = H_j - H_i + \chi_j \frac{V_j^2}{2g} - \chi_i \frac{V_i^2}{2g}, \quad (8)$$

$$\Delta h_{i-1} = H_{i-1} - H_i + \chi_{i-1} \frac{V_{i-1}^2}{2g} - \chi_i \frac{V_i^2}{2g}, \quad (9)$$

де H – середнє значення статичного тиску у відповідному перерізі,

χ – коефіцієнт нерівномірності швидкості у відповідному перерізі,

V – середня швидкість у відповідному перерізі.

Для отримання величини різниці статичних тисків $(H_j - H_i)$ і $(H_{i-1} - H_i)$ запишемо теорему про зміну моменту кількості руху для перерізів j , $i-1$ та i , з урахуванням якої рівняння в проекції на напрямок колової швидкості має вигляд:

$$-\frac{\beta_j V_j^2}{g} \gamma F_j \cos \varphi_j - \frac{\beta_{i-1} V_{i-1}^2}{g} \gamma F_{i-1} r_{i-1} + \frac{\beta_i V_i^2}{g} \gamma F_i r_i = \\ = H_{i-1} \gamma F_{i-1} r_{i-1} + H_j \gamma F_j \cos \varphi_j - H_i \gamma F_i r_i + T_s R^n, \quad (10)$$

де β – коефіцієнт нерівномірності моменту кількості руху,

F – площа відповідного перерізу,

r – радіус центру ваги відповідного перерізу,

φ – кут між напрямком колової швидкості і середньої лінії каналу апарата на виході,

γ – питома вага середовища,

$T_s R^n$ – момент на бокових поверхнях,

T_s – рівнодійна гідродинамічних сил тиску на боковій поверхні,

R – радіус точки сили.

$$T_s = \left(H_j + \bar{p}_j \frac{V_j^2}{2g} \right) \gamma (F_{i-1} + F_j \cos \varphi - F_i), \quad (11)$$

де \bar{p}_j – коефіцієнт надлишкового тиску на бокових поверхнях,

\bar{p}_{i-1} – коефіцієнт надлишкового тиску в даному перерізі.

Підставив значення T_s і H_{i-1} в праву частину виразу (10), після деяких перетворень отримаємо для правої частини виразу (10):

$$F_i r_i \gamma \left[H_j a - H_i + \frac{V_j^2 F_{i-1} r_{i-1}}{2g F_i r_i} - \frac{V_j^2 R^n}{2g F_i r_i} (F_{i-1} + F_j \cos \varphi - F_i) \right], \quad (12)$$

$$\text{де } \alpha = \frac{F_{i-1} r_{i-1} - R^n}{F_i R^n} \mid \frac{F_j}{F_i} \cos \varphi \left(\frac{r_j - R^n}{R^n} \right) \mid 1.$$

Припустимо що $V_j = V_i = V_{i-1} = 0$ і виконаємо граничний перехід, тоді із виразу (12) отримаємо, що $H_j a = H_i$, а так як в цьому випадку $H_j = H_{i-1}$, то відповідно $a = 1$. Після підстановки значення $a = 1$ у вираз (10) отримуємо, що

$$H_j - H_i = \frac{\beta_i V_i^2}{g} - \frac{\beta_i V_i^2}{g} \cos \varphi \frac{F_j r_i}{F_i r_i} - \frac{\beta_{i-1} V_{i-1}^2}{g} - k \frac{V_j^2}{2g}, \quad (13)$$

$$\text{де } k = \frac{F_{i-1} r_{i-1}}{F_i r_i} - \frac{V_j^2 R^n}{2g F_i r_i} (F_{i-1} + F_j \cos \varphi - F_i).$$

Підставивши рівняння (13) у вираз (8), та замінивши невідомий член $k \frac{V_j^2}{2g}$ відомим поправочним коефіцієнтом k_{δ} , знехтуючи дійсним законом розподілу швидкостей і поклавши $\chi = \beta = 1$, отримуємо

$$\Delta h_j = k_{\delta} \gamma \left[\frac{V_i^2}{2g} - \frac{2V_{i-1}^2}{2g} + \frac{V_j^2}{2g} - \frac{2V_j^2 F_i}{2g F_i} \cos \varphi * \right], \quad (14)$$

$$\text{де } \cos \varphi * = \cos \varphi \frac{r_i}{r_i}.$$

Розділимо вираз (14) на квадрат швидкісного напору у вихідному перерізі j -го каналу прямого апарата, прийнявши значення $k_{\delta} = 1$, за аналогією з його значенням при злитті потоків, отримуємо після перетворень значення коефіцієнта втрат ζ_j бокового відхилення при злитті потоків, віднесеного до швидкості у i -му каналі прямого апарата:

$$\zeta_j = 1 + \left(\frac{Q_i}{Q_j} \right)^2 \left(\frac{F_i}{F_j} \right)^2 - 2 \left(\frac{Q_i - Q_j}{Q_j} \right)^2 \frac{F_i^2}{F_i F_{i-1}} - 2 \frac{F_i}{F_i} \cos \varphi *. \quad (15)$$

де Q_i і Q_j – витрати через перерізи i -і та j -і (див. рис. 2).

Виконавши аналогічні перетворення, отримаємо вираз для визначення коефіцієнта втрат ζ_{i-1} від перерізу $i-1$ до перерізу i , віднесений до швидкості в каналі апарата:

$$\zeta_{i-1} = \left(\frac{Q_i}{Q_i} \right)^2 \left(\frac{F_i}{F_i} \right)^2 + \left(\frac{Q_i - Q_{i-1}}{Q_i} \right)^2 \left[\left(\frac{F_i}{F_{i-1}} \right)^2 - 2 \frac{F_i^2}{F_i F_{i-1}} \right] - 2 \frac{F_i}{F_i} \cos \varphi *. \quad (16)$$

Для комбінованого відводу з кільцевою камерою постійного перерізу $F_i = F_{i-1}$, тоді $F_i / (F_{i-1}) = 1$. Також для режимів, близьких до оптимального, можна прийняти, що витрата через всі канали прямого апарата однакова: $Q_i = \frac{Q}{Z_{\text{на}}} = q$, тоді витрату через будь-який переріз камери можна надати у вигляді:

$$Q_i = iq + \Delta Q, \quad (17)$$

де ΔQ – витрата через переріз камери, який розташований між вихідним патрубком і каналом прямого апарата.

У залежності від геометричних співвідношень площі камери і площі на виході прямого апарата можливі три варіанти течії через переріз 0-0, який розташований між напірним патрубком і виходом з першого за потоком каналу прямого апарата:

1) Якщо площа перерізу камери замала, то можливо, що частина рідини, яка витікає з перших каналів прямого апарату, повертає у камері на кут, більший за 90° , і потім змішується біля напірного патрубка з основним потоком. В цьому випадку величина ΔQ від'ємна.

2) Варіант, коли $\Delta Q = 0$, тобто витрата через переріз 0-0 відсутня. В цьому випадку витрата через будь-який переріз камери дорівнює $Q_i = iq$.

3) Третій варіант, коли через переріз 0-0 іде витрата $\Delta Q > 0$, яка нібито ежектуються струменями, що виходять з каналів прямого апарату.

Практично, щоб отримати мінімальні гідравлічні втрати у відводі, необхідно проектувати його таким чином, щоб $\Delta Q \geq 0$, тоді визначити величину ΔQ можливо із умови, що сума втрат на прохід рідини від перерізу 0-0 до перерізу i , на прохід при розділенні від перерізу $n-n$ до 0-0 і на тертя дорівнює 0, тобто:

$$\left[\sum_{i=1}^n (\zeta_{i-1} + \zeta_{\text{терт } i}) \zeta_p \right] \frac{q^2}{2g F_i^2} = 0, \quad (18)$$

$$\zeta_{\text{терт}} = \frac{\lambda \cdot 2\pi r_i}{Z_{\text{на}} D_r} \left(\frac{Q_i}{q} \right) \frac{F_j^2}{F_i^2}, \quad (19)$$

де λ – коефіцієнт тертя,

D_c – гідравлічний діаметр камери,

$\zeta_{\text{терт } 1}$ – коефіцієнт опору тертя на ділянці від $i-1$ до i , віднесений до швидкості в каналі апарату,

ζ_p – коефіцієнт опору на прохід при розділенні потоків від швидкості в каналі апарату.

Коефіцієнт втрат на прохід при розділенні потоків від швидкості в каналі апарату може бути представлений у вигляді:

$$\zeta_p = 0,4 \left(\frac{Q}{Q + \Delta Q} \right)^2 \left(\frac{Q + \Delta Q}{q} \right)^2 \frac{F_i^2}{F_n^2} = 0,4 Z_{\text{на}}^2 \frac{F_i^2}{F_n^2}. \quad (20)$$

Враховуючи всі прийняті припущення і прийнявши

$$\frac{F_i}{F_i} = b, \quad c = \frac{\Delta Q}{q}, \quad K = 2 \cos \varphi *, \quad A = \frac{\lambda \cdot 2\pi r_i}{Z_{\text{на}} D_r},$$

вирази для коефіцієнтів втрат (8), (9), (12) та (13) можуть бути представлені у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_j &= 1 + 4b^2(c+i) - (i+c)^2 b^2 - 2b^2 - Kb; \\ \zeta_{i-1} &= 2b^2(c-i) - b^2 - Kb; \\ \zeta_p &= 0,4 Z_{\text{на}}^2 b^2; \\ \zeta_{\text{терт } i} &= A(c+i)^2 b^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Коефіцієнт втрат камери від виходу з прямого апарата може бути представлений як середньозважений із виразу:

$$\zeta_{\text{кам}} = \frac{\sum_{i=1}^n [\zeta_j + \zeta_{i-1}(i-1) + \zeta_{\text{терт } i}]}{n}, \quad (22)$$

де $n = Z_{\text{на}}$ – кількість каналів прямого апарата.

Після підстановки значень коефіцієнтів втрат із (21) і сумування коефіцієнтів втрат камери від виходу з напрямного апарата приймає вигляд:

$$\zeta_{\text{кам}} = 1 + \frac{b^2}{6} (Z_{\text{на}} + 1)(2Z_{\text{на}} + 1) + \frac{b^2(Z_{\text{на}} + 1)}{2} - kb \frac{Z_{\text{на}} + 1}{2} + 2b^2c - c^2b^2 + \frac{b^2}{4} (Z_{\text{на}} + 1)^2 Z_{\text{на}} A + \frac{b^2}{3} Ac(Z_{\text{на}} + 1)(2Z_{\text{на}} + 1) + b^2 Ac^2 \frac{Z_{\text{на}} + 1}{2}. \quad (23)$$

Коефіцієнт втрат від виходу з напрямного апарата до напірного патрубку:

$$\zeta_{\text{нп}} = \zeta_{\text{кам}} + \zeta_{\text{нп}} \quad (24)$$

Коефіцієнт втрат на вході в патрубок, віднесений до швидкості в каналах апарату, у відповідності до [13] може бути визначений як коефіцієнт втрат на боковий отвір при розділенні потоків:

$$\zeta_{\text{нп}} = b^2 (Z_{\text{на}} + c)^2 + Z_{\text{на}}^2 b^2 D^2 - 2c \cos \alpha (Z_{\text{на}} + c) Z_{\text{на}} D b^2, \quad (25)$$

де $D = \frac{F_1}{F_{\text{нп}}}$ – відношення площі радіального перерізу камери до площі напірного патрубка,

α – кут між віссю патрубка і середньою лінією камери.

Коефіцієнт втрат кільцевої камери і напірного патрубка буде виглядати таким чином:

$$\zeta_{\text{кв}} = 1 + \frac{b^2}{6} (Z_{\text{на}} + 1)(2Z_{\text{на}} + 1) + \frac{b^2(Z_{\text{на}} + 1)}{2} - \frac{kb(Z_{\text{на}} + 1)}{2} + 2b^2c - c^2b^2 + \frac{b^2}{4} Z_{\text{на}}(Z_{\text{на}} + 1)A + \frac{b^2}{3} Ac(Z_{\text{на}} + 1)(2Z_{\text{на}} + 1) + b^2(Z_{\text{на}} + c) + b^2 Z_{\text{на}}^2 D^2 - 2c \cos \alpha (Z_{\text{на}} + c) Z_{\text{на}} D b^2. \quad (26)$$

Система рівнянь для розрахунку втрат у комбінованому відводі може бути представлена у вигляді:

$$\Delta h_{\text{кв}} = \zeta_c \frac{v_{\text{н}}^2}{2g} + \zeta_{\text{диф}} \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{\text{кв}} \frac{v_4^2}{2g};$$

$$\zeta_c = -0,0114K_c^2 + 0,1985K_c + 0,0568;$$

$$\zeta_{\text{диф}} = (\zeta_{\text{диф}})_{\text{min}} + 0,2((K_c)_{\text{min}} - K_c)^2;$$

$$\zeta_{\text{кв}} = 1 + \frac{b^2}{6} (Z_{\text{на}} + 1)(2Z_{\text{на}} + 1) + \frac{b^2(Z_{\text{на}} + 1)}{2} - \frac{kb(Z_{\text{на}} + 1)}{2} + 2b^2c - c^2b^2 + \frac{b^2}{4} Z_{\text{на}}(Z_{\text{на}} + 1)A + \frac{b^2}{3} Ac(Z_{\text{на}} + 1)(2Z_{\text{на}} + 1) + b^2(Z_{\text{на}} + c) + b^2 Z_{\text{на}}^2 D^2 - 2c \cos \alpha (Z_{\text{на}} + c) Z_{\text{на}} D b^2. \quad (27)$$

Аналіз результатів чисельного дослідження течії в комбінованому відводі з боковою камерою. Чисельне дослідження течії в комбінованому відводі проводилось за допомогою програмного продукту ANSYS CFX (університетська ліцензія). Розрахункова область складалась із робочого колеса, напрямного апарата і кільцевої бокової камери (рис. 3). Розрахункові сітки будувались за допомогою сіткового генератора MESH. Для зменшення впливу граничних умов на внутрішню течію, гра-

ниці розрахункової області були розширені на вході і виході. На вході в розрахункову область було задано величину масової витрати, на виході – величину статичного тиску. Тип інтерфейсу між робочим колесом і відводом – «Stage (Mixing Plane)», що означає осереднення параметрів течії по колу. Для замикання рівнянь Рейнольдса використовувалась стандартна k-ε модель турбулентності, яка дозволяє отримувати для відцентрових насосів середньої швидкодійності мінімальне відхилення від фізичного дослідження [4]. На всіх твердих стінках були задані величини еквівалентної пісочної шорсткості, яка відповідає дійсним значенням шорсткості стінок [14].

Дослідження проводилось для чотирьох варіантів кільцевої камери. В якості варійованого параметра були вибрані зовнішній та внутрішній діаметри камери. Ширина камери визначається діаметром напірного патрубка і тому була незмінною. Основні співвідношення кільцевої камери наведені в табл. 1.

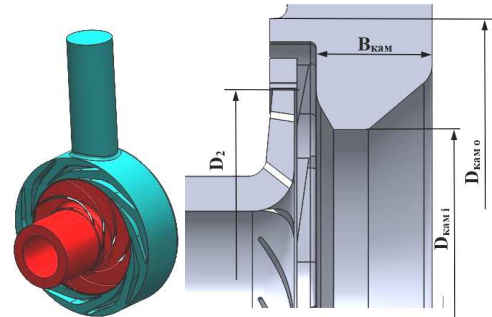


Рисунок 3 – тривимірна модель для чисельного дослідження

Загальні співвідношення геометричних розмірів камери наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Загальні співвідношення геометричних розмірів камери

Назва параметру	Величина параметру			
	B01	B02	B03	B04
$D_{\text{кам} i} / D_2$	0,797	0,797	0,797	0,924
$D_{\text{кам} o} / D_2$	1,364	1,409	1,470	1,364
$B_{\text{кам}} / D_2$	0,606	0,606	0,606	0,606
$F_{\text{кам}}, \text{мм}^2$	8206	9606	10997	7565
$F_{\text{кам}} / F_4$	1,063	1,244	1,425	0,980

За результатами дослідження отримані розподіл швидкостей і тисків, а також інтегральні характеристики ступеня з комбінованим відводом. Інтегральні характеристики наведені на рис. 4.

Необхідно зазначити, що збільшення зовнішнього діаметру камери призвело до збільшення величини оптимальної витрати і до зменшення крутизни напірної характеристики, а також до збільшення величини ККД ступеня. Зменшення площини перерізу камери за рахунок внутрішнього діаметру, практично не вплинуло ні на напірну характеристику ні на ККД.

На рис. 5 наведено порівняння швидкостей на виході із дифузійних каналів напрямного апарата для оптимального режиму. Можна стверджувати,

що швидкість на виході з каналів апарату є практично однаковою, і це підтверджує припущення, що витрата через кожен канал напрямного апарата є однаковою.

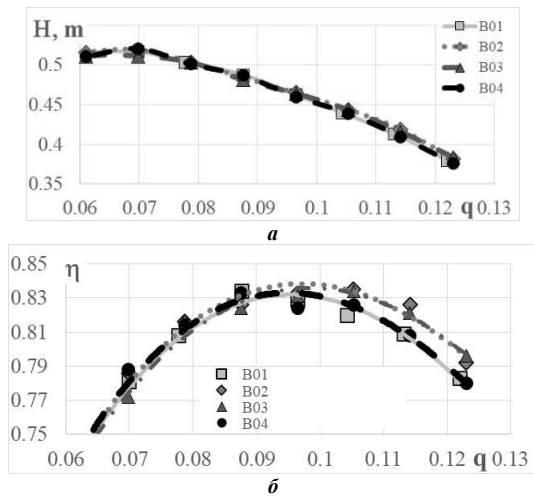


Рисунок 4 – Інтегральні характеристики ступеня: *a* – напірна характеристика; *б* – характеристика ККД

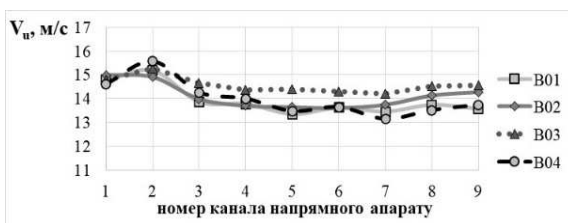


Рисунок 5 – Величини швидкостей на виході із дифузорних каналів напрямного апарату для оптимального режиму

На рис. 6 наведена епюра розподілу колової складової швидкості в кільцевій камері залежно від радіусу для варіанта B01. Також визначено, що для всіх варіантів кільцевих камер епюра швидко-

сті є рівномірною від деякого радіуса, який можна охарактеризувати як активний внутрішній радіус кільцевої камери. Величина цього радіуса залежить від радіуса центру ваги перерізу на виході з дифузорних каналів.

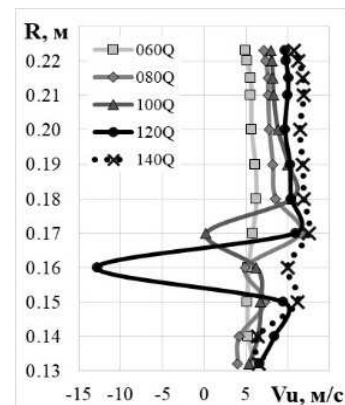


Рисунок 6 – розподіл колової швидкості в кільцевій камері за радіусом

На рис. 7 наведені епюри розподілу колової складової швидкості в кільцевій камері, починаючи від активного до зовнішнього радіуса для всіх досліджених варіантів. Слід зазначити, що швидкість потоку для кожного варіанта кільцевої камери є практично однаковою для певного режиму витрати.

На рис. 8 наведені картини течії в кільцевій камері для оптимального режиму.

Аналізуючи картини течії в кільцевій камері, можна визначити, що для режимів, близьких до оптимального, течія в перерізі 0-0 практично відсутня. Це також підтверджує розподіл колової складової швидкості в перерізі камери по куту охопту, який наведений на рис. 9.

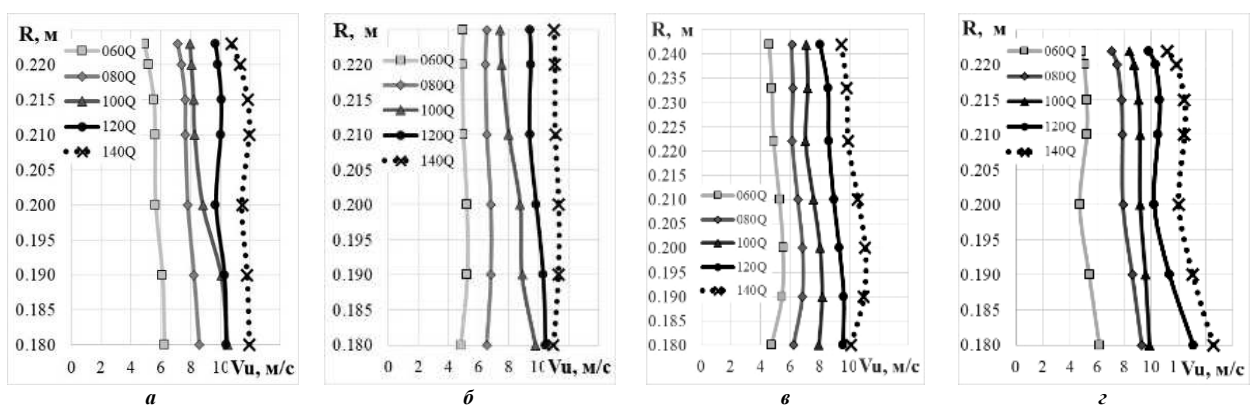


Рисунок 7 – Епюри колової складової швидкості: *a* – варіант B01, *б* – варіант B02, *в* – варіант B03, *г* – варіант B04

Аналіз течії в кільцевій камері дозволяє зробити декілька висновків:

- 1) На режимах, близьких до оптимального, течія в перерізі 0-0 відсутня;
- 2) Витрата через кожен канал напрямного апарата є однаковою;

- 3) Мінімальний активний діаметр течії відносно діаметру виходу з дифузорних каналів складає $0,88D_4$;

- 4) Збільшення зовнішнього діаметра кільцевої камери призводить до збільшення оптимальної витрати і збільшення величини ККД;

5) Зменшення площини перерізу камери за рахунок внутрішнього діаметра (до величини активного внутрішнього діаметра) не впливає ні на

величину ККД, ні на положення оптимального режиму.

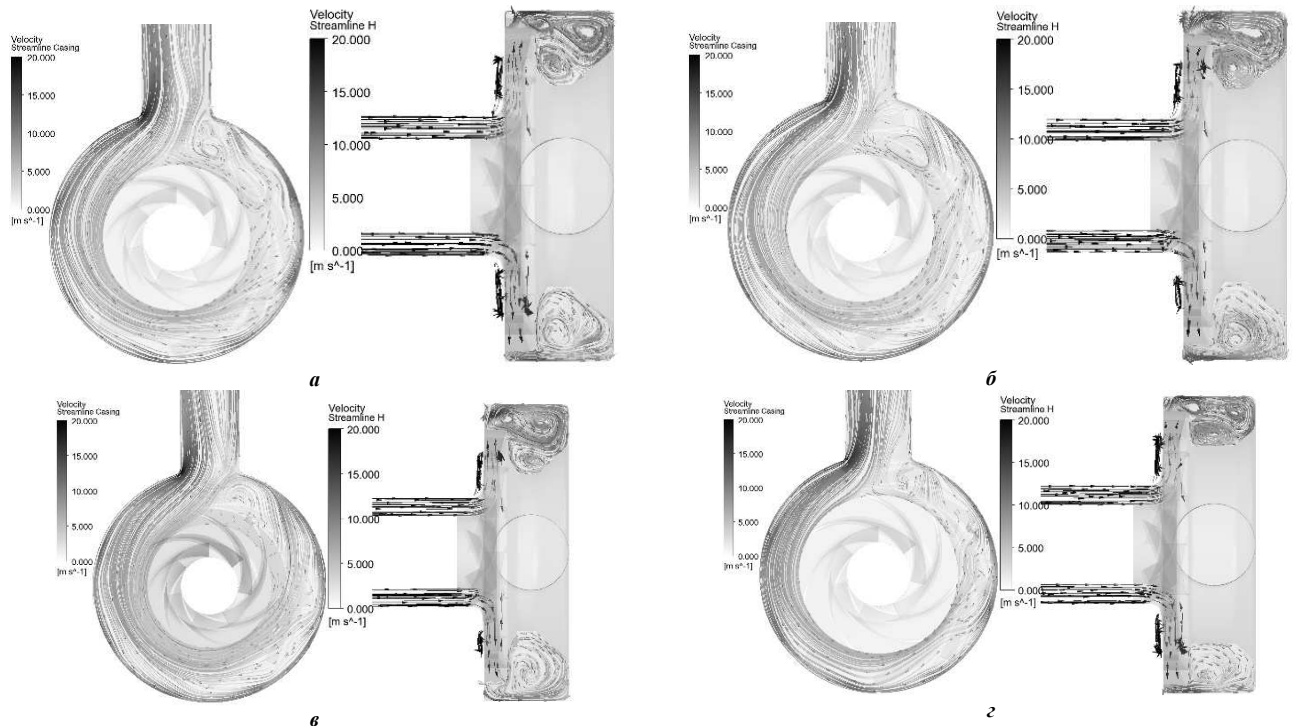


Рисунок 8 – Структура течії в комбінованому відводі:
а – варіант B01, б – варіант B02, в – варіант B03, з – варіант B04

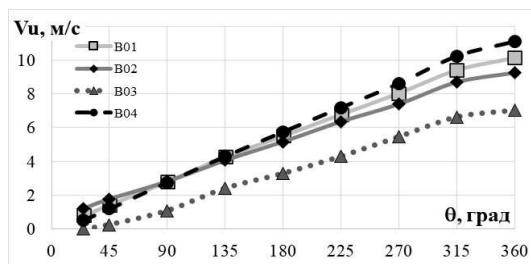


Рисунок 9 – Розподіл колової складової швидкості в перерізі кільцевої камери від кута охопту камери

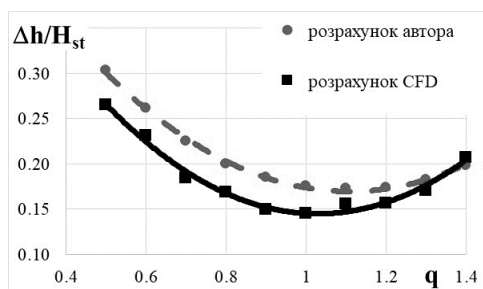


Рисунок 10 – Порівняння результатів розрахунку втрат в комбінованому відводі за допомогою розробленої моделі втрат і за результатами чисельного моделювання течії

За результатами чисельного моделювання течії було визначено величини втрат у комбінованому відводі. Також оцінку величини втрат було виконано за допомогою розробленої моделі втрат. Результати порівняння наведені на рис. 10.

Слід зазначити, що отримано як якісне, так і кількісне співпадіння результатів. Максимальне

відхилення результату розрахунку втрат складає 4% від напору ступеня.

Висновки. На основі аналізу робочого процесу в комбінованому відводі розроблена математична модель втрат, яка дозволяє оцінити втрати у відводі відцентрового ступеня і тим самим спрогнозувати величину ККД ступеня з комбінованим відводом на стадії проєктування. Результати проведеного чисельного дослідження течії дозволили підтвердити припущення, які були покладені в основу математичної моделі, а саме те, що течія через переріз 0-0 відсутня і витрата через кожен канал напрямного апарату є однаковою. Порівняння результатів розрахунку втрат за допомогою розробленої математичної моделі з величиною втрат, отриманою за допомогою чисельного дослідження, дозволяє зробити висновок, що запропонована математична модель якісно і кількісно відображає робочий процес у комбінованому відводі. Розбіжність результатів складала 4% від напору відцентрового ступеня.

Список літератури

1. Луговий О.Л., Гусак О.Г., Юрченко О.Ю. (2025). Гідродинамічні особливості комбінованих відводів відцентрових насосів. *Вісник ШАУ. Серія «Механізація та автоматизація виробничих процесів»*. Випуск 3(61), 2025, С. 59 – 63. <https://doi.org/10.32782/msnau.2025.3.8>.
2. *API 610 Centrifugal Pumps for Petroleum* (2012), Heavy Duty Chemical and Gas Industry Services, ANSI/API STANDARD 610, 12th Edition, 218 p.
3. A. Stepanoff. (1993). *Centrifugal and Axial Flow Pumps. Theory, Design, and Application*. Krieger Publishing Company. 462 p.

4. Tan, M., Guo, B., Liu, H., Wu, X., & Wang, K. (2015). Investigation of radial force and hydraulic performance in a centrifugal pump with different guide vane outlet angle. *Journal of Vibroengineering*, 17, 3247-3260.
5. Dongrong Meng, Ting Jiang, Hongling Deng, Gaoyang Hou. Numerical Simulation Research on Radial Force of Centrifugal Pump with Guide Vanes. *Hindawi Shock and Vibration*. Volume 2021, Article ID 6638123, 10 p.
6. Xiaorui Cheng, Peng Wang, Shuyan Zhang (2019). Investigation on matching characteristics of nuclear main pump guide vanes and annular casing. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 41:353 <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1854-0>
7. Xiaorui Cheng, Wenrui Bao, Li Fu, Xiaoting Ye. (2017). Sensitivity analysis of nuclear main pump annular casing tongue blend. *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 9(7), pp. 1–9. The Author(s) 2017. <https://doi.org/10.1177/1687814017706599>.
8. Kai Wang, Yu-cheng Jing, Xiang-hui He, Hou-lin Liu. (2019). Efficiency improvement and evaluation of a centrifugal pump with vaned diffuser. *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 11(3), pp. 1–12. The Author(s) 2019. <https://doi.org/10.1177/1687814019825904>.
9. Meng, D., Jiang, T.T., Deng, H., & Hou, G. (2021). Numerical Simulation Research on Radial Force of Centrifugal Pump with Guide Vanes. *Shock and Vibration*. <https://doi.org/10.1155/2021/6638123>.
10. Wang, W., Wang, H., Pei, J., Chen, J., Gan, X., & Sun, Q. (2025). Artificial intelligence approach for energy and entropy analyses of a double-suction centrifugal pump. *Energy*. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2025.136046>.
11. Massinissa Djerroud, Guyh Dituba Ngoma, and Walid Ghie (2011). Numerical Identification of Key Design Parameters Enhancing the Centrifugal Pump Performance: Impeller, Impeller-Volute, and Impeller-Diffuser. *International Scholarly Research Network ISRN Mechanical Engineering*. Volume, Article ID 794341, 16 p. doi:10.5402/2011/794341.
12. Yonglin Qin, Deyou Li, Hongjie Wang, Zhansheng Liu, Xianzhu Wei, Xiaohang Wang. (2022). Investigation on hydraulic loss component and distribution in hydraulic machinery: A case study of pump-turbine in pump mode. *Journal of Energy Storage*. Volume 52, Part B, 15 August, 104932. <https://doi.org/10.1016/j.est.2022.104932>.
13. Idelchik I.E. (2007). Handbook of Hydraulic Resistance. 4th Revised and Augmented Edition. Series Editors: A.S.Ginevskiy and A.V.Kolesnikov. Printed in the United States of America. DOI: 10.1615/978-1-56700-251-5.0.
14. Лугова С.О. (2009). Гідродинамічні особливості проектування змінних проточних частин при створенні уніфікованого ряду відцентрових насосів [Hydrodynamic features of designing replaceable flow parts when creating a unified series of centrifugal pumps]. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. – Сумський державний університет. Суми. 2009 – 20 с.
15. Johann Friedrich Gülich. (2020). Centrifugal Pumps. Fourth Edition. Johann Friedrich Gülich. Springer Nature Switzerland AG 2020. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-14788-4>.
2. API 610 Centrifugal Pumps for Petroleum (2012), Heavy Duty Chemical and Gas Industry Services, ANSI/API STANDARD 610, 12th Edition, 218 p.
3. A. Stepanoff. (1993). Centrifugal and Axial Flow Pumps. *Theory, Design, and Application*. Krieger Publishing Company. 462 p.
4. Tan, M., Guo, B., Liu, H., Wu, X., & Wang, K. (2015). Investigation of radial force and hydraulic performance in a centrifugal pump with different guide vane outlet angle. *Journal of Vibroengineering*, 17, 3247-3260.
5. Dongrong Meng, Ting Jiang, Hongling Deng, Gaoyang Hou. Numerical Simulation Research on Radial Force of Centrifugal Pump with Guide Vanes. *Hindawi Shock and Vibration*. Volume 2021, Article ID 6638123, 10 p.
6. Xiaorui Cheng, Peng Wang, Shuyan Zhang (2019). Investigation on matching characteristics of nuclear main pump guide vanes and annular casing. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 41:353 <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1854-0>
7. Xiaorui Cheng, Wenrui Bao, Li Fu, Xiaoting Ye. (2017). Sensitivity analysis of nuclear main pump annular casing tongue blend. *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 9(7), pp. 1–9. The Author(s) 2017. <https://doi.org/10.1177/1687814017706599>.
8. Kai Wang, Yu-cheng Jing, Xiang-hui He, Hou-lin Liu. (2019). Efficiency improvement and evaluation of a centrifugal pump with vaned diffuser. *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 11(3), pp. 1–12. The Author(s) 2019. <https://doi.org/10.1177/1687814019825904>.
9. Meng, D., Jiang, T.T., Deng, H., & Hou, G. (2021). Numerical Simulation Research on Radial Force of Centrifugal Pump with Guide Vanes. *Shock and Vibration*. <https://doi.org/10.1155/2021/6638123>.
10. Wang, W., Wang, H., Pei, J., Chen, J., Gan, X., & Sun, Q. (2025). Artificial intelligence approach for energy and entropy analyses of a double-suction centrifugal pump. *Energy*. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2025.136046>.
11. Massinissa Djerroud, Guyh Dituba Ngoma, and Walid Ghie (2011). Numerical Identification of Key Design Parameters Enhancing the Centrifugal Pump Performance: Impeller, Impeller-Volute, and Impeller-Diffuser. *International Scholarly Research Network ISRN Mechanical Engineering*. Volume, Article ID 794341, 16 p. doi:10.5402/2011/794341.
12. Yonglin Qin, Deyou Li, Hongjie Wang, Zhansheng Liu, Xianzhu Wei, Xiaohang Wang. (2022). Investigation on hydraulic loss component and distribution in hydraulic machinery: A case study of pump-turbine in pump mode. *Journal of Energy Storage*. Volume 52, Part B, 15 August, 104932. <https://doi.org/10.1016/j.est.2022.104932>.
13. Idelchik I.E. (2007). Handbook of Hydraulic Resistance. 4th Revised and Augmented Edition. Series Editors: A.S.Ginevskiy and A.V.Kolesnikov. Printed in the United States of America. DOI: 10.1615/978-1-56700-251-5.0.
14. Lugovaya S.O. (2009). *Gidrodinamicheskiye osobennosti proyektirovaniya smennykh protochnykh chastey pri sozdaniy unifitsirovannogo ryada tsentrobzhykh nasosov* [Hydrodynamic features of designing replaceable flow parts when creating a unified series of centrifugal pumps]. Abstract of the dissertation of Ph.D. – Sumy State University. Sumy. 2009 – 20 p.
15. Johann Friedrich Gülich. (2020). Centrifugal Pumps. Fourth Edition. Johann Friedrich Gülich. Springer Nature Switzerland AG 2020. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-14788-4>.

References (transliterated)

1. Luhovyi O. L., Gusak O. G., Yurchenko O. Yu. (2025). Hidrodinamichni osoblyvosti kombinovanykh vidvodiv vidtsentroykh nasosiv. *Visnyk SNAU. Seriya «Mekhanizatsiia ta avtomatyzatsiia vyrobnychyykh protsesiv»*. Vol. 3(61), 2025, P. 59–63. <https://doi.org/10.32782/msnau.2025.3.8>.

Надійшла (received) 07.04.2026
Стаття прийнята до друку 21.04.2026
Опублікована 28.04.2026

Відомості про авторів /About the Authors

Луговий Олексій Лаврентійович / Luhovyi Oleksii – Сумський державний університет, аспірант кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка»; м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-0349-2230>; e-mail: opelastra9080@gmail.com.

Гусак Олександр Григорович / Gusak Oleksandr – кандидат технічних наук, Сумський державний університет, професор кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка», м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4372-5776>; e-mail: o.gusak@pgm.sumdu.edu.ua.