

**М. А. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, О. С. ЛЬОЗНИЙ, В. О. КАРПОВ, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ,
М. М. ТКАЧУК, В. В. ТРОЦЕНКО, А. М. КОБА, А. В. НАБОКОВ, А. С. БОГАЧ, В. Ю. СОЛОВЕЙ**

ОБҐРУНТУВАННЯ ПРОЄКТНИХ ПАРАМЕТРІВ БРОНЕКОРПУСІВ ЛЕГКОБРОНЬОВАНИХ МАШИН ЗА КОМПЛЕКСОМ СКЛАДОВИХ ТАКТИКО-ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Сучасні умови ведення бойових дій різко змінюють вимоги до тактико-технічних характеристик легкоброньованих машин. Це стосується вимог, у тому числі, і показників захищеності від різних засобів ураження. Причому важливо, що множина чинників ураження стрімко зростає, а інтенсивність впливу на захист – посилюється. Зокрема, бронекорпус легкоброньованої машини має забезпечити захист від ударної хвилі, породженої фугасними боеприпасами. Також суттєво зростають вимоги до стійкості проти кінетичних та кумулятивних боеприпасів. Окрім того, деформація бронекорпуса легкоброньованої машини має вносити якомога менші збурення у систему наведення і стабілізації озброєння бойових модулів. Цей комплекс вимог трансформується у необхідність дослідження різних фізико-механічних процесів і станів, які реалізуються у бронекорпусах легкоброньованих машин у ході бойового застосування. З іншого боку, задля обґрунтування ефективних проєктних рішень необхідно будувати параметричні моделі досліджуваних бронекорпусів. Перелічений комплекс задач змушує першочергово створювати такі параметричні моделі бронекорпусів, які, з одного боку, дають можливість досліджувати різні фізико-механічні процеси і стани у них, а, з іншого боку, визначити у ході цих досліджень ті чи інші складові тактико-технічних характеристик легкоброньованих машин. Така методологія досліджень була розроблена. Вона була протестована при розв'язанні низки базових задач стосовно бронекорпусів легкоброньованих машин із довільно обраними проєктними параметрами. Продемонстровані можливості розробленого підходу. Визначені напрямки подальших досліджень процесів і станів у бронекорпусах легкоброньованих машин за критеріями забезпечення необхідних тактико-технічних характеристик легкоброньованих машин.

Ключові слова: бронекорпус, легкоброньована машина, параметричне моделювання, тактико-технічна характеристика, бойове застосування, боеприпас, чинник ураження

**М. А. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСЬКИЙ, О. ЛЬОЗНИЙ, В. КАРПОВ, А. ВАСИЛЬЄВ, М. М. ТКАЧУК,
В. ТРОЦЕНКО, А. КОБА, А. НАБОКОВ, А. БОГАЧ, В. СОЛОВЕЙ**

JUSTIFICATION OF DESIGN PARAMETERS OF ARMORED HULLS OF LIGHT ARMORED VEHICLES BASED ON A SET OF TACTICAL AND TECHNICAL CHARACTERISTICS

Modern combat conditions drastically change the requirements for the tactical and technical characteristics of lightly armored vehicles. This includes, in particular, the requirements for protection indicators against various arms. Importantly, the number of damaging factors is rapidly increasing, and their impact on protection is intensifying. Specifically, the armored hull of a lightly armored vehicle must provide protection against shock waves generated by explosive munitions. Additionally, the requirements for resistance to kinetic and shaped-charge munitions are significantly increasing. Furthermore, deformation of the armored hull must cause minimal disruption to the targeting and stabilization systems of the combat module's weaponry. This set of requirements necessitates the study of various physical and mechanical processes and states that occur in the armored hulls of lightly armored vehicles during combat use. On the other hand, to justify effective design solutions, it is necessary to build parametric models of the armored hulls under study. This set of tasks requires, first and foremost, the creation of such parametric models of armored hulls that, on one hand, allow for the study of various physical and mechanical processes and states within them, and on the other hand, make it possible to determine specific components of the tactical and technical characteristics of lightly armored vehicles during these studies. Such a research methodology has been developed. It was tested in solving a number of basic tasks related to the armored hulls of lightly armored vehicles with arbitrarily chosen design parameters. The capabilities of the developed approach were demonstrated. Directions for further research into the processes and states in the armored hulls of lightly armored vehicles were identified, based on the criteria for ensuring the necessary tactical and technical characteristics of these vehicles.

Keywords: armored hull, lightly armored vehicle, parametric modeling, tactical and technical characteristics, combat operations, munition, damaging factor

Вступ. Аналіз бойових дій проти країни-агресора дає підстави для констатації таких тенденцій, зокрема, у застосуванні та протидії легкоброньованим машинам (ЛБМ). По-перше, це стосується інтенсифікації дії традиційних засобів ураження: кінетичних, фугасних та кумулятивних боеприпасів. Для цих сучасних боеприпасів характерне зростання калібру та потужності. По-друге, це – розширення цієї множини чинників ураження та засобів їх доставки: БПЛА, високоточні ракети, касетні боеприпаси тощо. По-третє, це – вичерпання можливостей традиційних шляхів підвищення тактико-технічних характеристик (ТТХ) ЛБМ (відомі варіанти компонування, традиційні броньові матеріали, звичні карти розподілів товщин бронепанелей та кутів нахилу бронепанелей у різних проєкціях, консервативні схеми розташування елементів внутрішньої підсилюючої структури тощо).

Із іншого боку, різні типи чинників ураження спричиняють різні типи процесів і станів, що внаслідок їх дії реалізуються у бронекорпусах ЛБМ. Це і пружно-пластичне деформування бронекорпуса, і руйнування бронепанелей, і втрата

стійкості від надлишкового тиску ударної хвилі тощо. Тобто, виникає «лавина» процесів і станів, які потребують моделювання.

Ще однією важливою обставиною є висока міра варіативності проєктованих бронекорпусів на перших етапах проєктних досліджень. На цих етапах необхідно варіювати і структуру, і параметри елементів бронекорпусів із метою обґрунтування прогресивних технічних їх рішень із підвищеними компонентами ТТХ ЛБМ.

У підсумку відбувається лавиноподібне примноження обсягу необхідних досліджень. Тобто, множина чинників ураження множиться на множину досліджуваних процесів і станів, а після того – ще й на множину варіантів проєктних рішень, які потрібно дослідити, щоби обрати більш прогресивні серед них за ТТХ ЛБМ.

Зазначена «багатокаскадність» проєктних досліджень, своєю чергою, змушує розробити новий підхід до їх організації. Цей підхід має забезпечувати

© М. А. Ткачук, А. В. Грабовський, О. С. Льозний,
В. О. Карпов, А. Ю. Васильєв, М. М. Ткачук,
В. В. Троценко, А. М. Коба, А. В. Набоков,
А. С. Богач, В. Ю. Соловей, 2025

увесь комплекс багатоваріантних досліджень процесів і станів у бронекорпусах ЛБМ, беручи до уваги, з одного боку, чинники ураження, з іншого боку, – бажані ТТХ, а також – шукані прогресивні технічні рішення бронекорпусів.

Низка перелічених проблем у кінцевому підсумку потребує, у першу чергу, створення керованих розрахункових моделей різноманітних процесів і станів бронекорпусів ЛБМ. У такій постановці потрібен новий підхід до генерування подібних моделей. Це і сформувало зміст розробок і досліджень, описаних у цій роботі.

Аналіз методів досліджень процесів і станів у просторових тонкостінних конструкціях. Бронекорпуси ЛБМ є складними просторовими тонкостінними конструкціями. Тому для них властиві і загальні для такого типу конструкцій методи досліджень, і – специфічні, зумовлені відповідною їх особливістю. Зокрема, як зазначається у [1], особливістю системи «бронекорпус – бойовий модуль – система підресорювання» ЛБМ є її дискретно-континуальний характер. Тобто, власне бронекорпус є системою із розподіленими масово-жорсткістними характеристиками, тобто – континуальною підсистемою. Дискретними ж елементами цієї системи можна моделювати бойові модулі та компоненти підресорювання та рушія. Ще однією особливістю бронекорпусів ЛБМ є поліімпульсний, полічастотний та рухомий характер їх навантаження. Тут мається на увазі, наприклад, дія ударної хвилі, сили від підвіски у русі, реактивні сили віддачі при здійсненні стрільби із власного озброєння бойових модулів (у першу чергу – малокаліберних автоматичних гармат – МАГ) тощо.

У зв'язку із зазначеними обставинами, для моделювання процесів і станів у такого типу механічних системах застосовуються різні моделі та методи [2–10]. Так, у роботах [11–17] приділена проблемі захищеності бронекорпусів. У роботах [18–26] – питанням стійкості просторових тонкостінних структур. У роботах [27–33] мова йде про застосування конструкцій із функціонально градієнтних матеріалів та сендвіч-структур.

Проте слід погодитися із зауваженнями [1] про те, що окрему увагу привертають моделі та методи досліджень динамічних процесів у бронекорпусах при здійсненні стрільби із бойових модулів, оснащених МАГ. Зокрема, у роботах [1, 34–37] відзначено, що бронекорпуси легкоброньованих бойових машин мають достатньо густий спектр коливань. Відповідно, це підвищує можливість виникнення резонансних режимів їх збудження. При цьому нижчі власні частоти коливань відповідають власним формам коливань бронекорпусів як твердих тіл на пружних опорах (система підресорювання), а вищі – як просторових тонкостінних конструкцій. Однією із особливостей динамічних процесів у бронекорпусах легкоброньованих машин є те, що у сучасних умовах, із огляду на існуючі тенденції (що підтверджується також умовами бойових дій проти країни-агресора), темп стрільби із МАГ, що установлені на бойових модулях, може змінюватися. Своєю чергою, ця обставина ще додатково ускладнює

задачу відлаштування від небажаних режимів навантаження. Також слід зазначити, що, як уже зазначалося, бронекорпуси ЛБМ, природно розділяються на дискретну і континуальну частини, а відтак – розділяються спектри власних форм коливань на т. з. «трансляційні» (відповідають коливанню корпусу як твердого тіла на пружних опорах) та «деформаційні» (відповідають пружному деформуванню власне елементів корпусу). Існуючі методики аналізу [2–33] не дають можливостей для достатньо повних досліджень подібних систем. Основними проблемами, що стримують аналіз їх процесів у корпусах зазначених типів машин, є відсутність зручних та ефективних інструментів варіювання їхньої компоновки, структури і форми. Це заважає розв'язанню як задач аналізу, так і синтезу [1].

Таким чином, первинною (базовою) проблемою в усьому комплексі проблем аналізу та синтезу стосовно бронекорпусів ЛБМ є створення нового підходу, у межах якого поєднуються:

I – створення параметричних моделей досліджуваних бронекорпусів ЛБМ, включно із варіюванням складу, компоновання, структури;

II – інтегрування у створюваній параметричній моделі математичних моделей різних процесів та станів;

III – поєднання у створюваній єдиній комплексній моделі режимів дії чинників ураження, що діють в умовах бойового застосування, та бажаних рівнів компонент ТТХ, які диктуються сучасними тенденціями із практики бойових дій.

На основі здійсненого аналізу була визначена *мета роботи*, яка полягає у створенні нового підходу до обґрунтування проєктних параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин за комплексом складових ТТХ.

Загальний підхід до обґрунтування проєктних параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин за комплексом складових тактико-технічних характеристик. Пропонується, на розвиток [1, 34–37], новий підхід до обґрунтування проєктних параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин за комплексом складових тактико-технічних характеристик. Цей підхід об'єднує зазначені вище особливості I – III. При цьому на основі методу узагальненого параметричного моделювання будуються моделі власне досліджуваного об'єкта, процесів і станів, що у ньому реалізуються, а також режимів дії чинників ураження, тактико-технічних характеристик, що планується досягти, проєктно-технологічно-виробничих чинників, які є у наявності чи які необхідно забезпечити, тощо.

Пропонуються нові підходи, методи та засоби вирішення проблеми проєктно-технологічно-виробничого забезпечення захищеності і міцності корпусів ЛБМ. Сформульована загальна постановка проблеми, а також здійснено опис складових завдань проєктно-технологічного забезпечення захищеності бронекорпусів ЛБМ, що є предметом роботи. Описані підходи, методи, моделі та засоби, запропоновані, розроблені і залучені у ході розв'язання задач досліджень на розвиток [34–37].

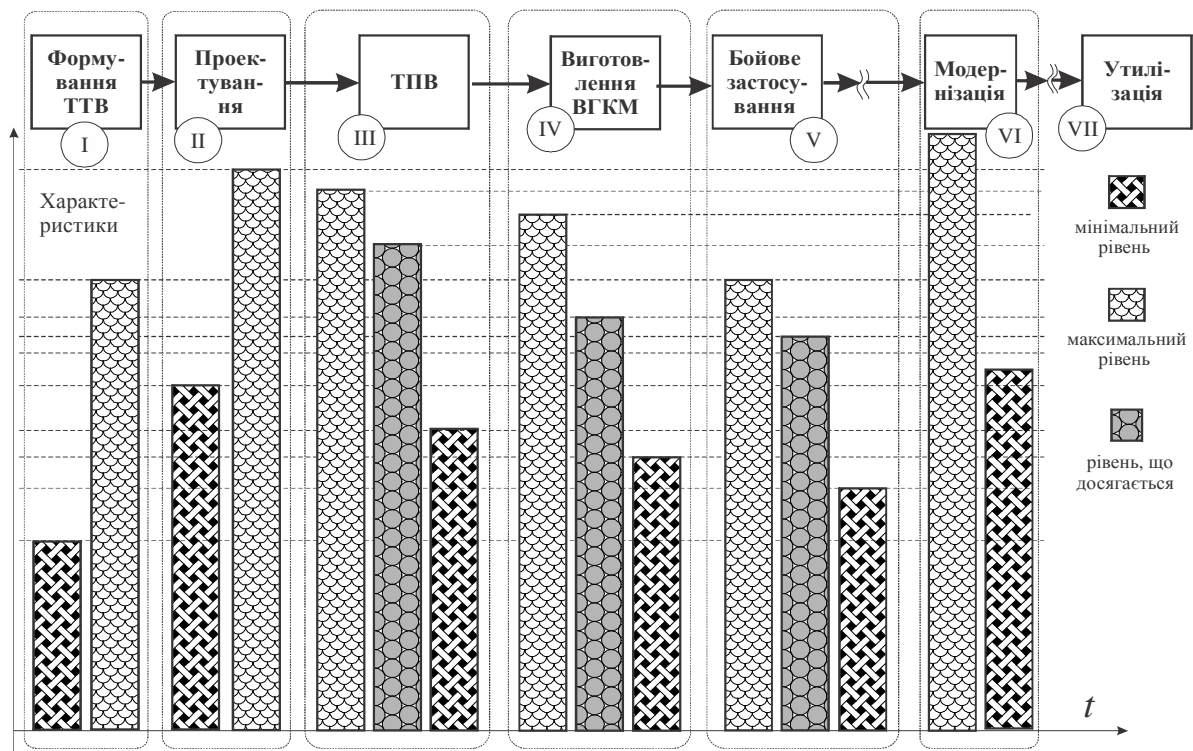


Рисунок 1 – Життєвий цикл і тактико-технічні характеристики легкоброньованих машин

Аналіз стану проектування та застосування ЛБМ свідчить про те, що масштабна проблема забезпечення захищеності бронекорпусів сучасних бойових машин вирішується різними засобами, забезпечується на різних рівнях і різною мірою, моделюється різноманітними засобами, у тому числі – аналітичними, числовими і експериментальними методами. Як видно з умовно показаної на рис. 1 шкали деякого компонента ТТХ, результуючий його рівень визначається нижнім рівнем трьох компонент, відповідно – на етапах II, III, IV. Тим самим природним чином впливає критерій про збалансованість рівнів ТТХ, що досягаються на кожному із етапів II, III, IV.

При цьому як відносні провали одного із цих рівнів порівняно із іншими, так і піднесення однаково шкідливі з точки зору кінцевого результату. Таким чином, технологія, образно кажучи, повинна забезпечувати проєктні ТТХ, а виробництво – втілювати реальні ТТХ, і всі – наближено до заданого рівня.

Теза про важливість технологічної підготовки виробництва, а також організації, оснащеності та культури виробництва ЛБМ аж ніяк не нівелює того очевидного факту, що, незважаючи на їх важливість, у той же час усі ТТХ виявляються тільки в умовах бойового застосування, виконання бойових завдань та дії чинників ураження. При цьому виникають певні фізико-механічні процеси і стани: руйнування броньової панелі кінетичними снарядами, НДС при дії ударної хвилі від вибухів боєприпасів, імпульсні процеси при здійсненні пострілів із власної зброї, динамічний вплив від зусиль у підвісці тощо. Таким чином, ТТХ є функцією взаємодії бронетехніки, яка володіє параметрами, закладеними на етапах II, III, IV, і режимів бойового застосування (РБЗ), як це

показано на рис. 2.

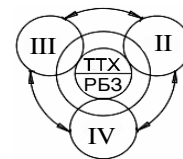


Рисунок 2 – ТТХ легкоброньованих машин як результат взаємовпливу проєктних (II), технологічних (III), виробничих (IV) чинників із урахуванням режимів бойового застосування

Відзначена обставина стала відправною точкою у розробці принципово нового підходу до забезпечення ТТХ на базі узагальненого параметричного моделювання. Саме цей підхід, розвинений і адаптований у роботі, дає можливість об'єднати у єдиній множині проєктні, виробничі, чинники ураження, а також, що відрізняє його від традиційних, ще й чинники технологічні та виробничі. У результаті множина узагальнених параметрів (внутрішніх чинників), що ідентифікують ЛБМ в усій повноті її властивостей при дії зовнішніх чинників, поповнюється новою підмножиною. Це переводить дослідження на більш високий рівень повноти, адекватності і керованості в усьому ланцюжку життєвого циклу. При цьому на перший план висуваються числові методи моделювання, які втілюються у комп'ютерних засобах різного призначення (рис. 3).

На даному напрямку існує три значних перешкоди: необхідність удосконалення математичних моделей процесів і станів ЛБМ; потреба у створенні середовища опису (ідентифікації)

об'єкта досліджень; доцільність реалізації двох перерахованих вище інструментів у вигляді комп'ютерного програмно-модельного середовища. Для вирішення проблемних протиріч стосовно корпусів машин легкої категорії за масою залучається математичний апарат механіки. Центральною ланкою

і методологічною основою теоретичних розробок, здійснених у роботі, є метод узагальненого параметричного моделювання. Саме можливості цього методу дають засоби для організації досліджень на етапі математичного, числового і експериментального моделювання.



Рисунок 3 – Структура досліджень процесів і станів у бронекорпусах легкоброньованих машин у аспекті захищеності за допомогою спеціалізованого програмно-модельного комплексу (СПМК) «Корпус ЛБМ»

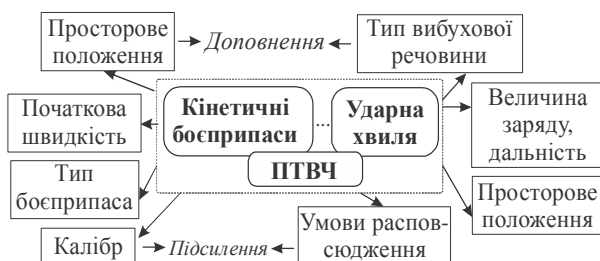


Рисунок 4 – Формування режимів дії чинників ураження із урахуванням проєктно-технологічно-виробничих чинників (ПТВЧ)

У першу чергу був розроблений загальний підхід до проєктно-технологічного забезпечення захищеності і міцності бронекорпусів ЛБМ Аналіз

процесу формування ТТХ (рис. 4, 5) дав змогу висунути 3 критерії для обґрунтування раціональних проєктно-технічних рішень (критерії синтезу). Їх умовно можна назвати критеріями мінімальної необхідності, збалансованості та стійкості (у деяких нормах $\|\bullet\|$) відповідно [34 – 37]:

$$\max \|P_k(T^*, P_{yi}^*) - P_k(T^*, P_{aj}^*)\| \rightarrow \min \forall i \neq j, \forall k, (1)$$

$$\|P_{\Pi}^* - P_T^*\| \rightarrow \min; \|P_T^* - P_u^*\| \rightarrow \min, (2)$$

$$\|T(P^{**} + \Delta P, P^{**} + \Delta P)\| \leq \delta; \\ \forall (P^{**} + \Delta P, P^{**} + \Delta P) \in \Omega^{**}. (3)$$

Тут P_Π, P_T, P_u – проектні, технологічні й виробничі параметри (чинники), P_y, P_d – режими дії уражаючих чинників (підсилюючі та доповнюючі, див. рис. 4). При цьому вимагається не стільки знайти проектно-технологічно-виробничі чинники (ПТВЧ) P^* та

режими дії чинників ураження (РДЧУ) P^* , що доставляють максимум ТТХ T^* :

$$P^*, P^* = \arg \max T(P, \Pi); P, \Pi \in \Omega, \quad (4)$$



Рисунок 5 – Формування урахуванням проектно-технологічно-виробничих чинників, що визначають ТТХ ЛБМ (на прикладі захищеності бронекорпусів)

а визначити те поєднання ПТВЧ та РДЧУ, що, по-перше, дає достатньо високий рівень ТТХ, а, по-друге, при деякому незначному збуренні P і Π не призводить до різкого зниження $T = T(P, \Pi)$. Цим самим декларується прагнення до визначення не стільки оптимального, скільки стійко переважного раціонального проектно-технологічного рішення (рис. 6). На відміну від традиційних підходів, даний підхід адаптований до умов реального проєктування, технологічної підготовки й виробництва ЛБМ та забезпечення їхніх ТТХ і передбачає можливість інтеграції у реальні процеси проєктування й ПТВ [34–37].

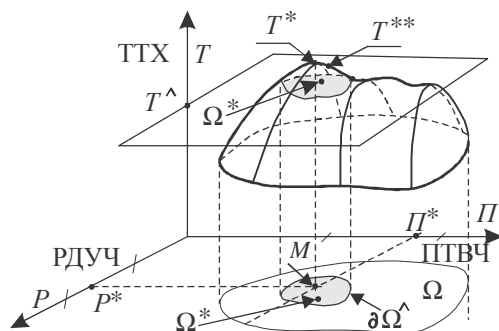


Рисунок 6 – Залежність ТТХ захищеності бронекорпусів ЛБМ від РДЧУ та ПТВЧ

Природно, що задача синтезу передбачає багатоваріантне розв'язання задач аналізу. У зв'язку із різноманітністю ТТХ задачі аналізу розглядаються на

основі пошарової декомпозиції. Це розщеплення і подальше об'єднання здійснено на основі узагальненого параметричного моделювання. Крім того, цей підхід застосовано для імплементації узагальнених параметрів у більш адекватні нелінійні математичні моделі. Саме такі підходи є методологічною основою і новизною роботи.

На цій основі побудовано низку моделей. Зокрема, при побудові математичної моделі пружно-пластичного деформування бронекорпусів при проходженні ударної хвилі сформульовані нові рівні та критерії захищеності при дії ударної хвилі на бронекорпуси бойових броньованих машин. На додаток до традиційних критеріїв типу недопущення пластичних деформацій (тобто неперевищення еквівалентними напруженнями $\sigma_{\text{екв}}$ межі текучості σ_T):

$$\sigma_{\text{екв}} \leq \sigma_T, \quad (5)$$

або збереження герметичності (тобто неперевищення деформаціями допустимого рівня δ):

$$\varepsilon \leq \delta, \quad (6)$$

висувається вимога збереження цілісності бронекорпуса (тобто неперевищення еквівалентними напруженнями межі міцності σ_B) – новий критерій, більш адекватний:

$$\sigma_{\text{екв}} \leq \sigma_B. \quad (7)$$

У роботі, на відміну від традиційних підходів, враховані різні властивості й поведінка матеріалу

бронепанелі і внутрішньої силової структури. Також уперше врахована залежність межі міцності і пластичності від швидкості деформування (рис. 7).

Використані закони пластичної течії інкрементального типу і геометрично нелінійні співвідношення для деформацій:

$$d\sigma_{ij} = \frac{E}{1-2\nu} d\varepsilon_{ij} + 2G de_{ij} + \alpha_{ijkl} d\varepsilon_{kl} + \beta_{ijkl} d\dot{\varepsilon}_{kl}; \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (8)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}), \quad (9)$$

де $u, \varepsilon, \sigma, \alpha, \beta$ – компоненти вектора переміщень, тензорів деформацій, напружень та пружних констант матеріалів відповідно. Розв'язувальні співвідношення замикають початкові і крайові умови. Для опису процесу обтікання бронекорпусів ударною хвилею застосовуються рівняння Нав'є-Стокса.

Математична модель процесу бронепробиття будується на основі рівнянь механіки суцільного середовища: збереження маси, енергії та кількості руху. Поряд із цим застосовуються емпіричні формули для оцінки інтегральних характеристик бронепробиття. У той же час у ході тестових розрахунків встановлено, що всі ці формули і підходи, хоча і мають кількісні відмінності, тим не менш тенденції зміни розв'язків відображають однаково. У зв'язку із цим надалі базова модель будується на співвідношеннях Жакоб-де-Марра для отримання множини 3D діаграм бронестійкості:

$$V_c = K_{br} d^{0.75} L_0^{0.7} / G^{0.5} \cos \psi_0. \quad (9)$$

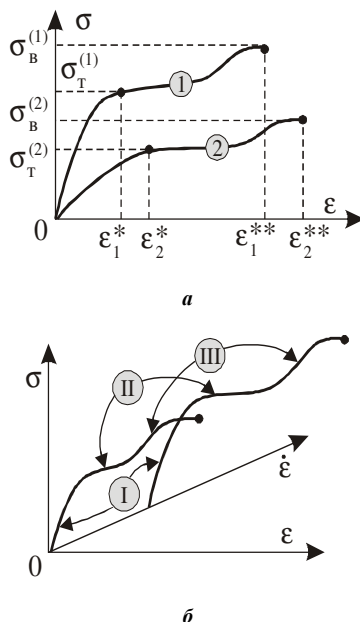


Рисунок 7 – Діаграми « σ – ε » для матеріалів бронепанелей 1 та внутрішнього силового каркасу 2 бронекорпусів (а) та характер залежностей « σ – ε – $\dot{\varepsilon}$ » при швидкісному деформування матеріалів бронекорпусів (б)

Тут V_c – швидкість кондиційного пробиття перешкоди, а L_0 – товщина броні. При цьому, на відміну від традиційних підходів, запропонована

математична формалізація вимоги збільшення об'єму простору бронестійкості (рис. 8):

$$V^-(S(p), S(p + \Delta p)) \rightarrow \max, \\ V^+(S(p), S(p + \Delta p)) \rightarrow \min.$$

Тут V^- – об'єм простору зовні поверхні бронестійкості $S(p)$, обмежений поверхнею $S(p + \Delta p)$, а V^+ – всередині неї.

Крім того, на основі методу граничних елементів проведений якісний аналіз впливу форми головної частини снаряду і пружних властивостей матеріалу його оболонки на розподіл контактного тиску у системі «індентор – перешкода».

При дослідженні динамічного НДС бронекорпусів при дії зусиль віддачі записується система лінійних рівнянь механіки суцільного середовища, а також початкові і крайові умови. Для статичного НДС тонкостінної конструкції встановлюється можливість лінеаризації його компонент при варіюванні проектно-технологічних параметрів. Ця закономірність поширена і на динамічний НДС.

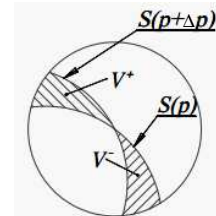


Рисунок 8 – Переріз діаграм бронестійкості

Оскільки збуджуючий вплив на бронекорпуси ЛБМ є високочастотним, то виникає проблема відлаштування від резонансів. Відштовхуючись від рівнянь Лагранжа другого роду, для дискретизованої моделі бронекорпусу при варіюванні, наприклад, товщин бронепанелей:

$$h_k = h_k^0 (1 - \alpha_k), \quad (10)$$

де α_k – ступені варіювання товщин бронепанелей порівняно з номіналом ($k=1,2,\dots$), отримуємо для елементів матриць жорсткості і мас співвідношення

$$K(\alpha) = K_0 - K'_0, \quad (11)$$

$$M(\alpha) = M_0 - M'_0, \quad (12)$$

у яких перші компоненти залежать тільки від номінальних товщин панелей, а другі є лінійними формами від масиву компонент α_k .

Матриці мас і жорсткості формують визначальну систему рівнянь відносно масиву узагальнених координат x :

$$M \ddot{x} + Kx = 0. \quad (13)$$

Частинні розв'язки цього рівняння мають вигляд: $x = \lambda \sin \omega t$, де λ – деяка форма коливань, ω – власна частота коливань. Тоді із (12, 13) отримуються системи рівнянь

$$(M - \omega^2 K) \cdot \lambda = 0, \\ \text{Det}(K(h) - \omega^2 M(h)) = 0. \quad (14)$$

З використанням формули Релея отримуємо лінеаризовані співвідношення для визначення власних частот коливань

$$\omega^2(\alpha) = \omega_0^2 (1 - \sum_{i,j} K'_{ij} A_i A_j / \sum_{i,j} K^0_{ij} A_i A_j) / \\ / (1 - \sum_{i,j} M'_{ij} A_i A_j / \sum_{i,j} M^0_{ij} A_i A_j). \quad (15)$$

Тут A – компоненти власних форм коливань λ , що відповідають певній власній частоті. Позначаючи через δ з відповідними індексами лінійні форми від α , присутні у чисельнику та знаменнику виразу (15), отримуємо лінеаризовані співвідношення:

$$\omega(\alpha) \approx \omega_0 (1 - (\delta_K - \delta_M) / 2). \quad (16)$$

Отже, поверхня відгуку (у даному випадку – залежність власної частоти коливань від варіювання певного параметру) може бути лінеаризована в околі поточної точки.

У роботі для представлення функції відгуку запропоновано використовувати кусково-лінійну апроксимацію у кожному квадранті (рис. 9). Для цього використовується методологія «реперних» розв'язків. На відміну від відомих підходів, запропонована нова методологія уточнення скінченно-різницевої апроксимації (16):

$$\omega(p_1(1 - \alpha_1), \dots, p_i(1 - \alpha_i), \dots, p_N(1 - \alpha_N)) = \\ = \omega_0 - \sum_j \alpha_j [\omega(\alpha_j^*) - \omega_0] / \alpha_j^*. \quad (17)$$

Тут $\omega(\alpha_j^*)$ – точні розв'язки (14), наприклад, за допомогою МСЕ, при зміні тільки одного із компонент масиву α (такі розв'язки називаються «реперними»). Вона базується на використанні поступового покрокового уточнення подання (17) в ході уточнення розв'язку. Таким чином, на відміну від технологій «чорної» та «білої (прозорої) скриньки», розроблена нова технологія «сірої скриньки». При цьому ступінь «прозорості» цієї «скриньки» збільшується шляхом поєднання двох процедур:

- 1) за рахунок зменшення кроку дискретизації області параметричного простору;
- 2) у результаті локалізації зони розміщення поточного наближення розв'язку.

У цьому – принципова відмінність даного методу. Він пропонує поєднання точності та оперативності розв'язання задач синтезу. Крім того, він зводить задачу синтезу до стандартної задачі лінійного програмування. Розроблений підхід застосовний для широкого кола задач: і бронезахищеності, і міцності, і відлаштування від резонансів. Таким чином, викладена міститься методологічна база досліджень на розвиток [1, 34–37].

Опис програмної реалізації теоретичних розробок. При розв'язанні цієї задачі основний

наголос робиться на впровадженні методу узагальненого параметричного моделювання та реалізації математичних моделей у вигляді спеціалізованих програмно-модельних комплексів (СПМК). Основна ідея – поєднання переваг потужності універсальних програмних пакетів і націленість на об'єкт досліджень за рахунок спеціалізованих модулів. Основою СПМК є параметризовані моделі, які дають змогу варіювати сам об'єкт досліджень, зберігаючи його цілісність із точки зору геометричної форми, властивостей матеріалів, діючих навантажень і граничних умов (рис. 10).

Створені підсистеми моделювання ударно-хвильової дії на бронекорпус, дії на нього кінематичних боєприпасів, динамічних зусиль, а також чутливості динамічних характеристик до зміни проєктно-технологічних параметрів бронекорпусів. Вони були апробовані на тестових задачах. Зокрема, СПМК «Хвиля» передбачає двоетапний процес:

- 1) моделюється обтікання ударною хвилею бронекорпусу;
- 2) до бронекорпусу прикладається визначений на першому етапі надлишковий тиск.

Крім того, моделюється процес виникнення ударної хвилі. СПМК «Індентор» об'єднує різні моделі оцінки бронезахищеності; СПМК «Динаміка» дає можливість дослідження реакції бронекорпусів на дію реактивних зусиль віддачі; а СПМК «Спектр» – інструментарій для дослідження реакції спектра власних частот коливань бронекорпусу на варіюванні проєктно-технологічні параметри. Усі ці СПМК не просто реалізують створені математичні моделі, а розширюють їхні можливості за рахунок потужного розрахункового ядра і гнучких переналагоджуваних модулів.

Розроблений підхід дає можливість розв'язувати широке коло задач. Як ілюстративні розглянуто низку задач для тестових варіантів бронекорпусів ЛБМ (із довільно заданим набором товщин бронепанелей у різних проєкціях.

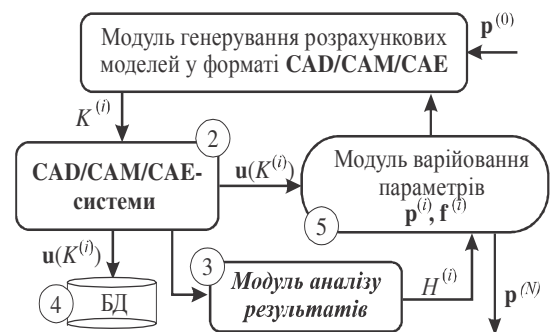


Рисунок 10 – Структура СПМК для розв'язання задач аналізу та синтезу

Розроблений підхід дає можливість розв'язувати широке коло задач. Як ілюстровані розглянуто низку задач для тестових варіантів бронекорпусів ЛБМ (із довільно заданим набором товщин бронепанелей у різних проєкціях.

Аналіз стійкості тестового варіанту БТР-80 до дії ударної хвилі. Для аналізу стійкості тестового

варіанту бронекорпусу БТР-80 до дії ударної хвилі розглянуто 3 варіанти виконання бронепанелей:

- 1) гомогенний матеріал (сталь);
- 2) «сендвіч-панель», що складається із трьох шарів: два зовнішніх сталевих шари та один – керамічний;
- 3) «сендвіч-панель» із п'яти шарів: «сталь –

кераміка 1 – кераміка 2 – кераміка 1 – сталь». «Еквівалентні» товщини панелей – відповідно 1) 6 мм; 2) 7 мм; 3) 8 мм у всіх проєкціях.

На рис. 11–14 наведені моделі та результати досліджень втрати стійкості тестових варіантів бронекорпусів БТР-80.

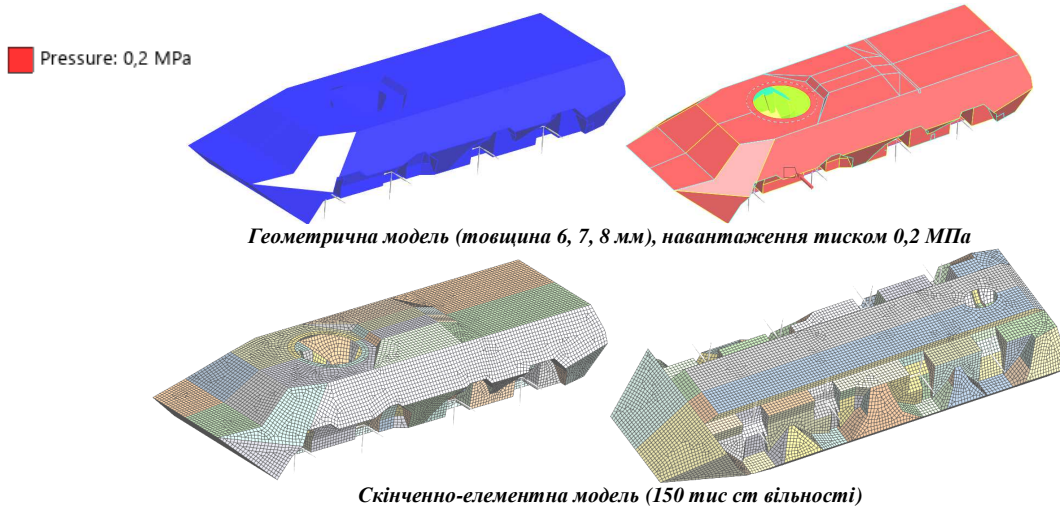


Рисунок 11 – Моделювання стійкості тестового бронекорпусу БТР-80 до дії надлишкового тиску ударної хвилі

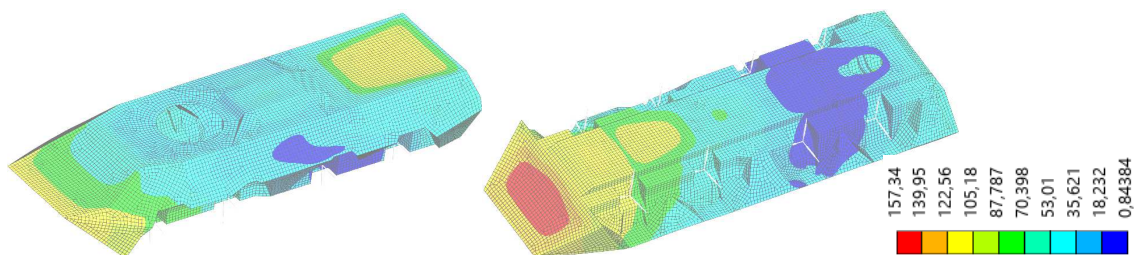


Рисунок 12 – Форма, при якій корпус (6 мм) тримає зовнішній тиск (106 кПа)

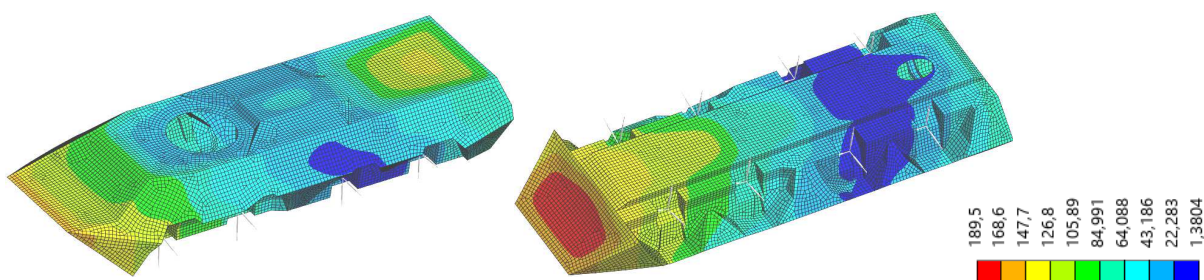


Рисунок 13 – Форма, при якій корпус (7 мм) тримає зовнішній тиск (138 кПа)

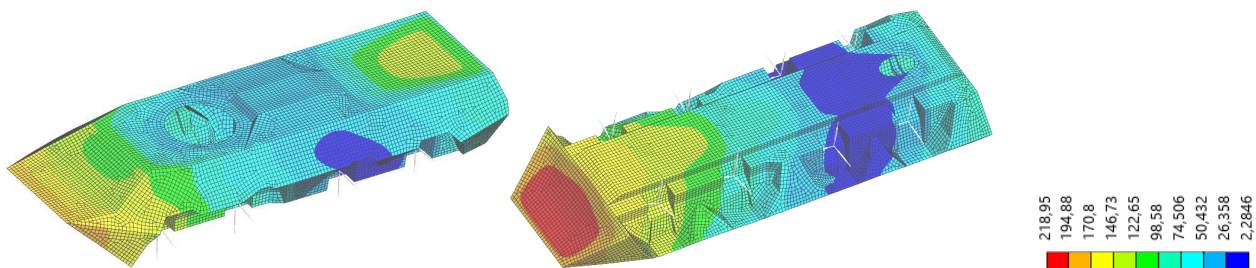


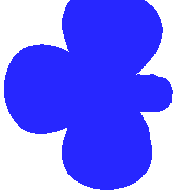
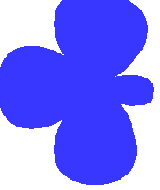
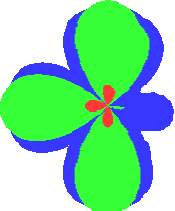
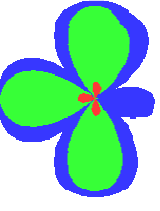
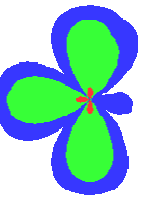
Рисунок 14 – Форма, при якій корпус (8 мм) тримає зовнішній тиск (169 кПа)

Аналіз рівня балістичної стійкості тестового бронекорпусу МТ-ЛБ. Для аналізу рівня стійкості тестового бронекорпусу МТ-ЛБ розглянуто 3 варіанти його виконання:

- 1) із однаковою товщиною бронепанелей у всіх проєкціях;
- 2) із потовщенням усіх панелей на 10 %;
- 3) із потовщенням усіх панелей на 40 %.

У табл. 1 та рис. 15 наведені діаграми балістичної стійкості тестового варіанту МТ-ЛБ.

Таблиця 1 – Діаграми балістичної стійкості тестового варіанту МТ-ЛБ

Калібр боєприпасу	Товщини, мм		
	5	6	7
7.62			
12.7			
14.5			
7.62/12.7/14.5			

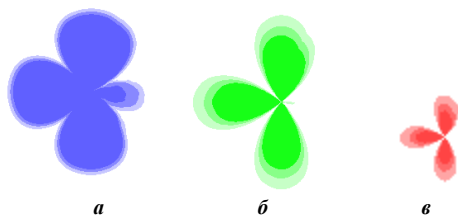


Рисунок 15 – Порівняльні діаграми балістичної стійкості для різних калібрів боєприпаси (накладені зображення):
а – 14.5 мм; б – 12.7 мм; в – 7.62 мм

Аналіз динамічних характеристик тестового варіанту БТР-3Е. Аналіз динамічних характеристик тестового варіанту БТР-3Е здійснено для трьох варіантів (рис. 16 та 17):

- 1) із однаковою товщиною бронепанелей у всіх проекціях;
- 2) із посиленням підбаштовим листом (потовщення на 25 %);
- 3) із посиленням підбаштовим листом та додатковими швелерами у районі погонного кільця.

На рис. 18 – порівняння величини власних частот (Гц) для трьох варіантів геометрії.



Рисунок 16 – Геометрична модель тестового варіанту БТР-3Е для трьох варіантів геометрії

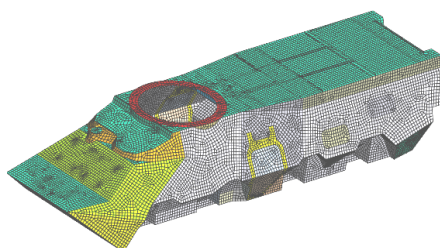
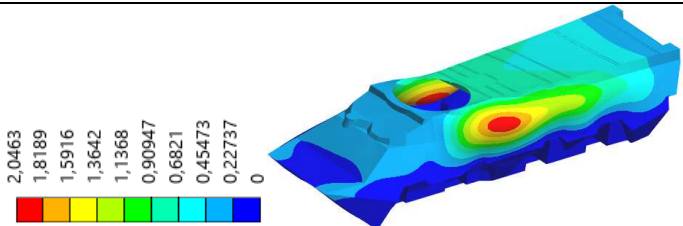
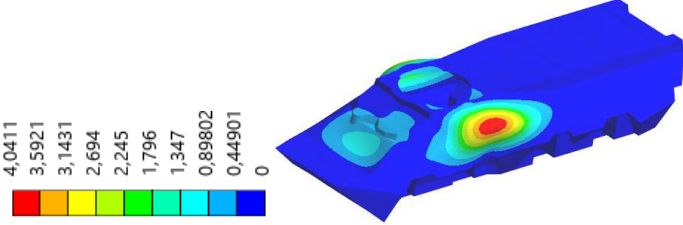
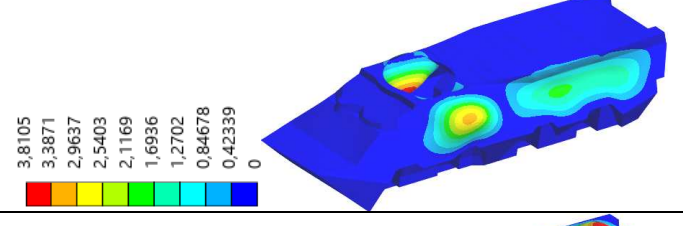
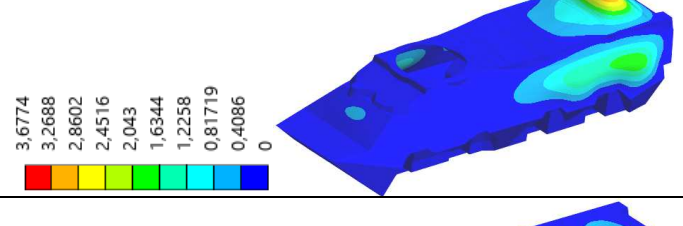
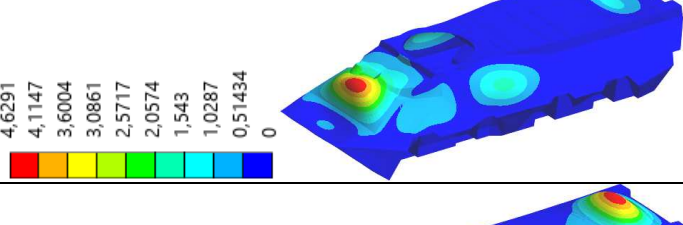
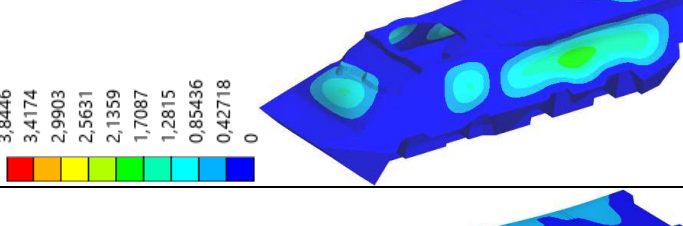
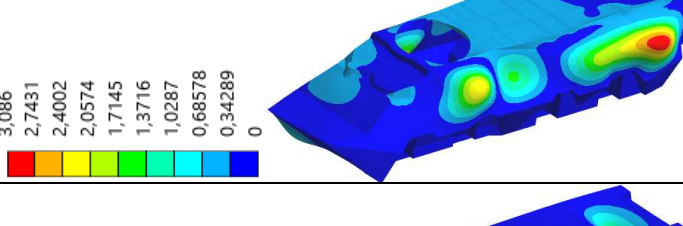
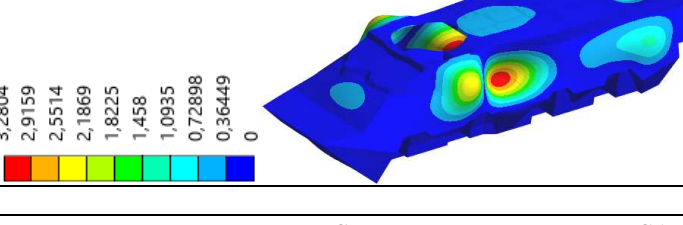


Рисунок 17 – Скінченно-елементна модель тестового варіанту БТР-3Е (180 тис ступенів вільності)

У табл. 2–4 деякі власні форми коливань (ВФК) тестового варіанту бронекорпусу БТР-3.

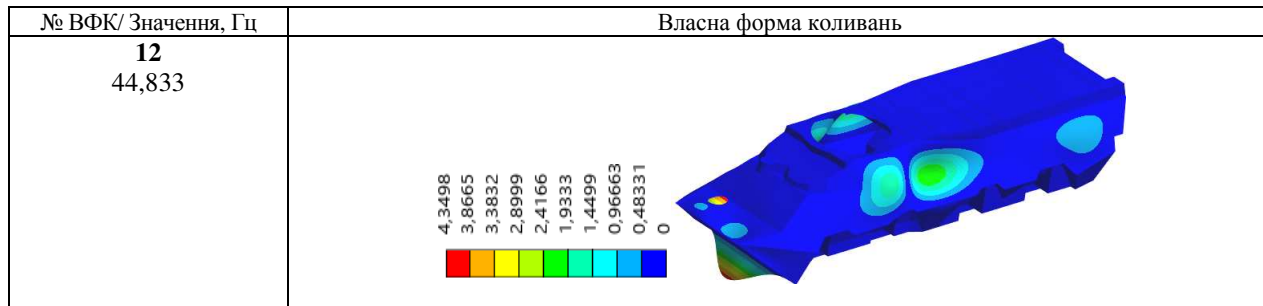
Наведені результати для тестових варіантів бронекорпусів БТР-80, МТ-ЛБ та БТР-3 свідчать про працездатність розробленого програмно-модельного забезпечення та його придатність для дослідження процесів і станів у досліджуваних бронекорпусах при дії різних чинників ураження.

Таблиця 2 – Власні форми коливань тестового варіанту бронекорпусу БТР-3 (вар. 1)

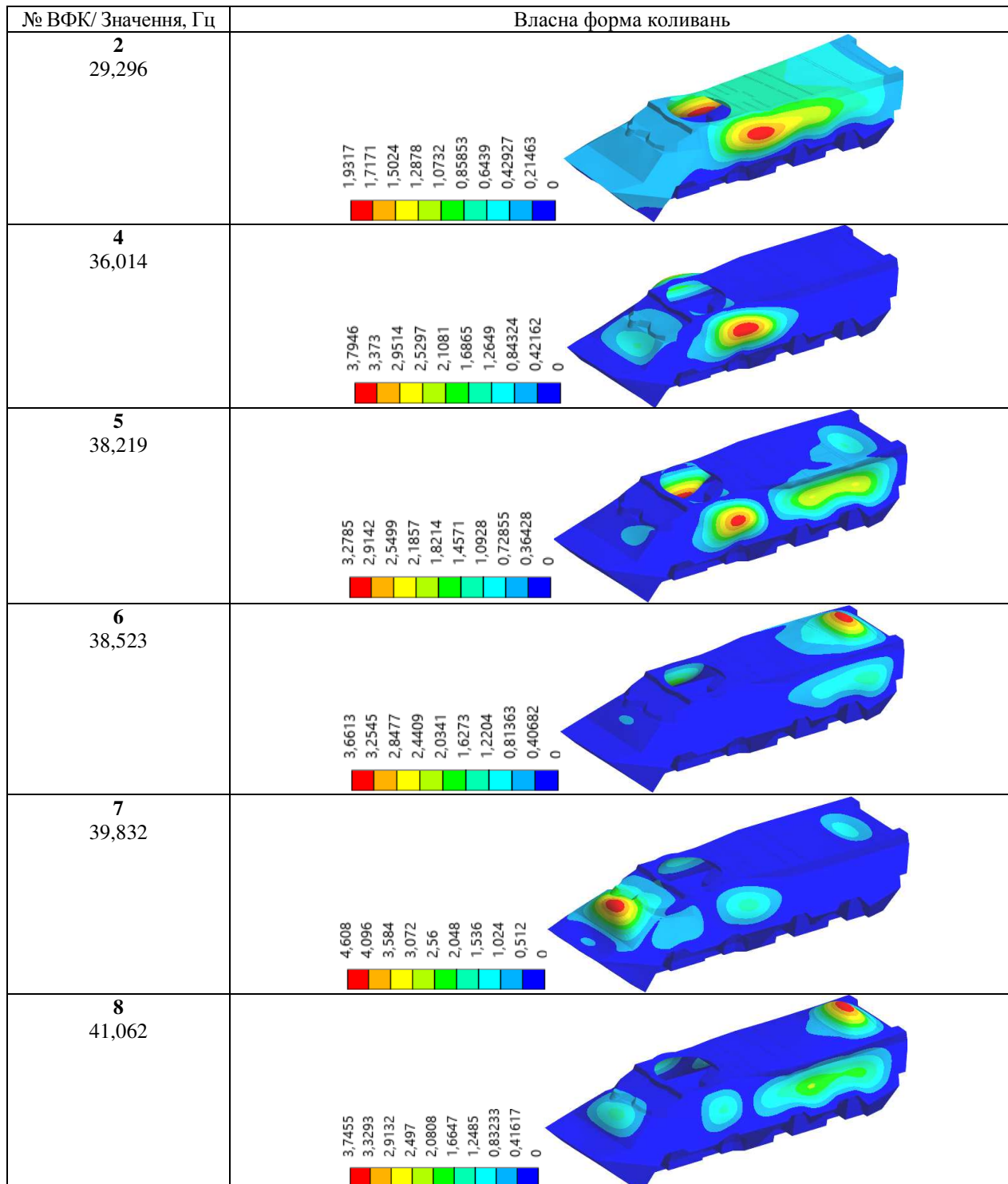
№ ВФК/ Значення, Гц	Власна форма коливань
2 29,294	
4 35,087	
5 37,413	
6 38,41	
7 39,571	
8 40,88	
9 42,357	
11 43,635	

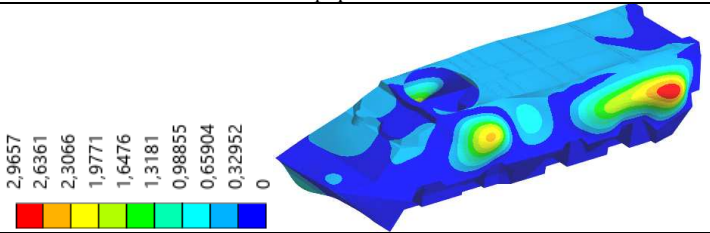
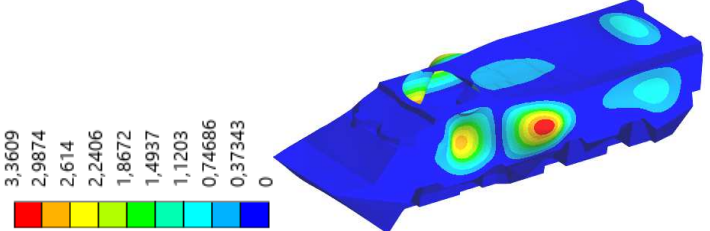
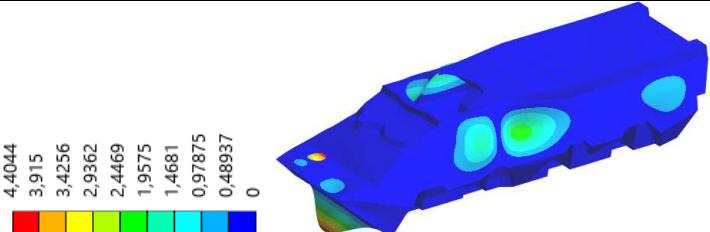
Таблиця 3 – Власні форми коливань (ВФК) тестового варіанту бронекорпусу БТР-3 (вар. 2)

№ ВФК/ Значення, Гц	Власна форма коливань
3 29,507	
4 35,857	
5 38,119	
6 38,487	
7 39,774	
8 40,997	
9 42,578	
11 43,906	



Таблиця 4 – Власні форми коливань (ВФК) тестового варіанту бронекорпусу БТР-3 (вар. 3)



№ ВФК/ Значення, Гц	Власна форма коливань
9 42,508	
11 44,026	
12 44,858	

Висновки.

1. Розроблений та описаний у роботі новий підхід характеризується всебічною параметризацією розрахункових моделей, що будуються. Окрім того, у ці моделі інтегруються і опис процесів та станів, і режимів дії чинників ураження, і тактико-технічних характеристик, які бажано досягнути. Принциповою відмінністю нового підходу від попередніх є те, що до розгляду у моделях вводяться не одиничні чинники, а їх множини, причому у єдиному комплексному узагальненому параметричному просторі. Перевагою при цьому є те, що шукане технічне рішення бронекорпусу у такому просторі має потенційно більшу ефективність, ніж при застосуванні традиційних підходів.

2. Здійснені тестові дослідження різних бронекорпусів легкоброньованих машин продемонстрували ефективність при збереженні підвищених характеристик стійкості при дії ударної хвилі, стійкості проти кінетичних боєприпасів, а також поліпшення їхніх динамічних характеристик задля відлаштування від резонансних режимів збудження.

3. На основі розвитку методу узагальненого параметричного моделювання та поширення його на проєктно-технологічні рішення розроблений новий підхід до забезпечення заданих тактико-технічних характеристик легкоброньованих машин, який полягає в їх забезпеченні як результату взаємодії та взаємовпливу конструктивних рішень, технологічних режимів і умов виробництва. При цьому вперше множина технологічних чинників залучена як така, що певною мірою визначає рівень тактико-технічних характеристик, і як варійована, шукана.

4. Запропонований новий підхід інтегрований у комплекс математичних моделей, які, на відміну від відомих спрощених, є нелінійними та більш

адекватними, і в них імплементовано усі варійовані, у тому числі технологічні, параметри. Також у цих моделях відображені не тільки фізичні, геометричні, структурні нелінійності, але і параметричні, що відрізняє їх від відомих. При цьому новими якостями створених моделей є те, що складові тактико-технічних характеристик можуть визначатися у ході аналізу фізико-механічних процесів і станів як їхній прямий результат. Важливою відмінною особливістю даних моделей є врахування раніше невраховуваних фізичних чинників.

5. Комплекс математичних моделей на основі нового, заявленого в роботі, підходу реалізований у вигляді спеціалізованого програмно-модельного комплексу, який, на відміну від відомих, побудований на поєднанні переваг універсальних програмних продуктів і спеціалізованих модулів, які враховують особливості того чи іншого конкретного об'єкта досліджень і переводять їх у предметну область. На цій основі створені моделі збудження бронекорпусів машин типу МТ-ЛБ, БТР-80, БТР-3Е та інших, а також їх деформування і руйнування під дією ударної хвилі та кінетичних боєприпасів, моделі динамічного напружено-деформованого стану та віброзбудливості бронекорпусів при дії зусиль віддачі та інших чинників. Створений спеціалізований програмно-модельний комплекс дає змогу інтегрувати його у системи автоматизованого проєктування, технологічної підготовки виробництва та досліджень, експлуатованих в КБ, НДІ, університетах, на підприємствах, причому у режимі їх штатного функціонування.

Список літератури

1. Ткачук М. А., Луньов Є. В., Артёмов І. В., Луньов Л. Є.,

- Ткачук М. М., Васильев А. Ю., Набоков А. В., Нечаев Р. Г., Соловей В. Ю., Калінін П. М., Льозний О. С., Малакей С.А., Троценко В. В. Методи аналізу динамічних процесів у дискретно-континуальних системах при імпульсних збудженнях // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – 2024. – №2 –С. 94-120. <http://misap.r.khpi.edu.ua/article/view/315030>
2. Пановко Я. Г. *Основы прикладной теории колебаний и удара* / Я. Г.Пановко. 4-е изд., перераб. и доп. Л. : Политехника. 1990. 272 с.
3. Rong Hai-wu, Wang Xiang-dong, Luo Qi-zhi, Xu Wei, Fang, Tong (2011). Subharmonic response of single-degree-of-freedom linear vibroimpact system to narrow-band random excitation. *Applied mathematics and mechanics-english edition*, vol. 32, iss. 9, pp. 1159– 1168. doi:10.1007/s10483-011-1489-x.
4. Bazhenov, V. A., Pogorelova O.S., Postnikova T. G. (2014). Modification of the One-Parameter numerical continuation method for analysis of the dynamics of vibroimpact systems. *Strength of materials*, vol. 46, iss. 6, pp. 801–809. doi:10.1007/s12223-014-9614-y.
5. Ritto, T. G., F. S. Buezas, Rubens Sampaio A new measure of efficiency for model reduction: Application to a vibroimpact system. *Journal of Sound and Vibration*. 2011. Vol. 330, Is. 9. P. 1977–1984. doi:10.1016/j.jsv.2010.11.004.
6. Julián M. Londoño, Simon A. Neild, Jonathan E. (2015). Cooper Identification of backbone curves of nonlinear systems from resonance decay responses. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 348, pp. 224–238. doi:10.1016/j.jsv.2015.03.015
7. Chao Li. (2019). Stochastic response of a vibro-impact system with variable mass. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 516, pp. 151–160. doi:10.1016/j.physa.2018.10.021
8. Shan Xue, Jinjun Fan (2018). Discontinuous dynamical behaviors in a vibro-impact system with multiple constraints. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 98, pp. 75–101. doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2017.10.009
9. Geraldo F. de S. Rebouças, Ilmar F. Santos, Jon J. Thomsen (2019). Unilateral vibro-impact systems – Experimental observations against theoretical predictions based on the coefficient of restitution. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 440, pp. 346–371. doi.org:10.1016/j.jsv.2018.10.037
10. Yang Liu, Haibo Jiang, Ekaterina Pavlovskaya, Marian Wiercigroch (2017). Experimental Investigation of the Vibro-impact Capsule System. *Procedia IUTAM*, vol.22, pp. 237–243. doi:10.1016/j.piutam.2017.08.029
11. *Науково-технічні підходи до вирішення актуальних проблем розбудови сектору безпеки і оборони : кол. монографія* / І. Б. Чепков [та інші]. Одеса: Видавничий дім "Гельветика", 2021. 323 с. Чепков І. Б., Бісик С. П., МIRONЮК О. Ю., СЛИВІНСЬКИЙ О. А., ДАВИДОВСЬКИЙ Л. С., МИРОНОВ Я. А. Актуальні проблеми протимінного та балістичного захисту бойових броньованих машин. С. 5-57.
12. Глебов В. В., Чепков І. Б., Кучинський А. В., Кучинська К. А. Аналіз методів підвищення рівня захисту бронетанкової техніки від ураження з верхньої напівсфери. *Озброєння та військова техніка*. 2021. №1. С. 14-19. DOI:10.34169/2414-0651.2021.1(29).14-19
13. Бісик С. П. Експериментальні дослідження вибухового навантаження макета корпусу бойової броньованої машини. *Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ»*. August 12, 2022; Zurich, Switzerland C. 78-83 DOI 10.36074/logos-12.08.2022.23
14. Bisyk S., Davydovskiy L., Hutov I., Slyvinskyi O., Aristarkhov O., Lilov I. (2019) Comparison of Numerical Methods for Modeling the Effect of Explosion on Protective Structures. *Trans & Motauto World*, (IV, No.1). 20-23
15. Maystrenko Anatoliy L, Kushch Volodymyr I, Pashchenko Evgeniy A, Kulich Vitaliy G, Neshpor Oleksiy V, Bisyk Sergiy P. Ceramic armour for armoured vehicles against largecalibre bullets. Problems of Mechatronics. *Armament, Aviation, Safety Engineering*. 2020. Vol. 11, №1. P. 9-16. DOI 10.5604/01.3001.0014.0279
16. Bisyk S.P., Chepkov I.B., Vaskivskyy M.I., Davydovskiy L.S., Slyvinskyi O.A., Aristarkhov O.M. Methods for modelling Air blast on structures in LS-DYNA. *Comparison and analysis. Weapons and Military Equipment*, 2019. №1(21). 22-31. DOI: [https://doi.org/10.34169/2414-0651.2019.1\(21\).22-31](https://doi.org/10.34169/2414-0651.2019.1(21).22-31)
17. Vidya Vijay K. P, Pooja S M, Gayathri S. Shivakumar. Exploring the Design, Analysis, and Applications of Shell Structures, *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)* Volume 12, Issue 11 (November 2023) doi: 10.17577/IJERTV12IS110195.
18. Qing Wang, Renluan Hou, Jiangxiong Li, Yinglin Ke. Analytical and experimental study on deformation of thin-walled panel with non-ideal boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*. Volume 149, 2018, Pages 298-310. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.10.001>.
19. Foroughi H., C. D. Moen, A. Myers, M. Tootkaboni, L. Vieira, and B. W. Schafer, Analysis and Design of Thin Metallic Shell Structural Members-Current Practice and Future Research Needs. *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council Toronto*, Canada, March 25-28, 2014.
20. Dastjerdi S., M. Malikan, V. A. Eremeyev, B. Akg  z, and  . Civallek, On the generalized model of shell structures with functional cross-sections. *Compos Struct*, vol. 272, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.114192.
21. Schmidt, Herbert. (2000). Stability of steel shell structures: General Report. *Journal of Constructional Steel Research*. 55. 159-181. doi: 10.1016/S0143-974X(99)00084-X. 12. C.A. Featherston Buckling and post-buckling behavior of unstiffened curved plates under uniform shear. *Thin-Walled Struct.* 2011. Vol. 49. P. 1017-1031. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.03.007>
23. Martins J.P. et al. Imperfection sensitivity of curved panels under combined compression and shear. *Int. J. Non-Linear Mech.* 2003, Vol. 38, P. 225-238. [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(01\)00058-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(01)00058-0)
24. Tran K. et al. Behavior of thin-walled cylindrical curved steel plates under generalized in-plane stresses: a review. *J. Constr. Steel Res.* 2018. Vol. 140. P. 191-207. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.10.018>
25. Brando G. et al. Experimental and numerical analysis of a multi-stiffened pure aluminium shear panel. *Thin-Walled Struct.* 2011. Volume 49, P. 1277-1287. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.05.007>
26. Brando G., G. De Matteis. Buckling resistance of perforated steel angle members. *J. Constr. Steel Res.* Volume 81, February 2013, Pages 52-61. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.10.009>
27. Burlayenko, V. N., Sadowski, T., & Altenbach, H. (2021). Efficient free vibration analysis of FGM sandwich flat panels with conventional shell elements. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 29(25), 3709–3726. <https://doi.org/10.1080/15376494.2021.1909191>
28. Burlayenko, V.N., Kouhia, R. Analysis of Natural Frequencies in Non-uniform Cross-section Functionally Graded Porous Beams. *J. Vib. Eng. Technol.* 12, 6527–6547 (2024). <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01268-x>
29. Helong Wu, Jie Yang, Sritawat Kitipornchai. Mechanical Analysis of Functionally Graded Porous Structures: A Review. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2020 20:13. DOI:10.1142/S0219455420410151
30. Huang B, Zhao G, Ren S, Chen W, Han W (2023) Higherorder model with interlaminar stress continuity for multidirectional FG-GRC porous multilayer panels resting on elastic foundation. *Engineering Structures* 286:116074 <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116074>
31. Najibi, A., Kianifar, M., Ghazifard, P. Three-dimensional natural frequency investigation of bidirectional FG truncated thick hollow cone. *Engineering Computations*. 2023. Vol. 40, No. 1, pp. 100-125. <https://doi.org/10.1108/EC-05-2022-0377>
32. Burlayenko, V.N., Kouhia, R. & Dimitrova, S.D. OneDimensional vs. Three-Dimensional Models in Free Vibration Analysis of Axially Functionally Graded Beams with NonUniform Cross-Sections. *Mech Compos Mater* 60, 83–102 (2024). <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10176-4>
33. Birman V., Kardomateas G.A. Review of current trends in research and applications of sandwich structures. *Composites Part B: Engineering*. 2018. 142. P. 221–240. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.01.027>
34. Грабовський А. В., Ткачук М. М., Васильев А. Ю., Ткачук М. А., Льозний О. С., Троценко В. В., Набоков А. В., Соловей В. Ю., Богач А. С., Пікунов О. М., Малакей С.А.. Забезпечення підвищених тактико-технічних характеристик легкоброньованих машин на основі визначення динамічної міцності бронекорпусів із

- гомогенних та композиційних матеріалів. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. 2025. №1 –С. 27–46. <http://misapr.khpi.edu.ua/article/view/323882>
35. Ткачук М. А., Васильев А. Ю., Грабовський А. В., Ткачук М. М., Набоков А. В., Троценко В. В., Соловей В. Ю., Малакей С.А., Богач А. С. Вплив ударної хвилі на втрату стійкості бронекорпусів легкоброньованих машин. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. 2025. №1 С. 73–91. <http://misapr.khpi.edu.ua/article/view/323882>
 36. Литвиненко А.В. Общий подход к проектно-технологическому обеспечению тактико-технических характеристик военных колесных и гусеничных машин путем обоснования параметров бронекорпусов по критериям прочности и защищенности. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. 2014. №29 (1072). С. 68–77.
 37. Литвиненко А.В. Аналіз фізико-механічних процесів та синтез параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин / Литвиненко О.В., Бруль С.Т., Васильев А.Ю., Ткачук М.А. *Військово-технічний збірник Академії сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного*. 2013. №1(8). С. 3–10.
- ### References (transliterated)
1. Tkachuk M. A., Lunov Ye. V., Artomov I. V., Lunov L. Ye., Tkachuk M. M., Vasylyev A. Yu., Nabokov A. V., Nechaiev R. H., Solovei V. Yu., Kalinin P. M., Loznyi O. S., Malakei S.A., Trotsenko V. V. (2024). Metody analizu dynamichnykh protsesiv u dyskretno-kontynualnykh systemakh pry impulsnykh zbudzhenniakh. *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*, no. 2, pp. 94–120. <http://misapr.khpi.edu.ua/article/view/315030>
 2. Panovko Ya. G. (1990). Osnovy prikladnoy teorii kolebaniy i udara / Ya. G. Panovko. 4-e izd., pererab. i dop. L. : Politehnika. 272 p.
 3. Rong Hai-wu, Wang Xiang-dong, Luo Qi-zhi, Xu Wei, Fang, Tong (2011). Subharmonic response of single-degree-of-freedom linear vibroimpact system to narrow-band random excitation. *Applied mathematics and mechanics-english edition*, vol. 32, iss. 9, pp. 1159–1168. doi:10.1007/s10483-011-1489-x.
 4. Bazhenov, V. A., Pogorelova O.S., Postnikova T. G. (2014). Modification of the One-Parameter numerical continuation method for analysis of the dynamics of vibroimpact systems. *Strength of materials*, vol. 46, iss. 6, pp. 801–809. doi:10.1007/s11223-014-9614-y.
 5. Ritto, T. G., F. S. Buezas, Rubens Sampaio (2011). A new measure of efficiency for model reduction: Application to a vibroimpact system. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, Is. 9, pp. 1977–1984. doi:10.1016/j.jsv.2010.11.004.
 6. Julián M. Londoño, Simon A. Neild, Jonathan E. (2015). Cooper Identification of backbone curves of nonlinear systems from resonance decay responses. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 348, pp. 224–238. doi:10.1016/j.jsv.2015.03.015
 7. Chao Li. (2019). Stochastic response of a vibro-impact system with variable mass. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 516, pp. 151–160. doi:10.1016/j.physa.2018.10.021
 8. Shan Xue, Jinjun Fan (2018). Discontinuous dynamical behaviors in a vibro-impact system with multiple constraints. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 98, pp. 75–101. doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2017.10.009
 9. Geraldo F. de S. Rebouças, Ilmar F. Santos, Jon J. Thomsen (2019). Unilateral vibro-impact systems – Experimental observations against theoretical predictions based on the coefficient of restitution. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 440, pp. 346–371. doi.org:10.1016/j.jsv.2018.10.037
 10. Yang Liu, Haibo Jiang, Ekaterina Pavlovskaya, Marian Wiercigroch (2017). Experimental Investigation of the Vibro-impact Capsule System. *Procedia IUTAM*, vol.22, pp. 237–243. doi:10.1016/j.piutam.2017.08.029
 11. *Naukovo-tehnichni pidkhody do vyryshennya aktual'nykh problem rozbudovy sektoru bezpeky i oborony : kol. monohrafiya* [Scientific and technical approaches to solving current problems of developing the security and defense sector] / I. B. Chepikov [ta in.]. Odesa: Gelvetika Publ. 2021. 323 p. Chepikov I. B., Bisyk S. P., Myronyuk O. Yu., Slyvinskyj O. A., Davydovskiy L. S., Myronov Ya. A. Aktual'ni problemy protyminnogo ta balistychnogo zaxystu bojo-vy'x bron'ovany'x mashyn. P. 5-57.
 12. Hlyebov V. V., Chepikov I. B., Kuchynskyi A. V., Kuchynskyi K. A. Analiz metodiv pidvyshchennya rivnya zakhystu bronetankovoyi tekhniki vid urazhennya z verkhnoyi napivsfery [Analysis of methods for increasing the level of protection of armored vehicles against damage from the upper hemisphere]. *Armaments and military equipment*. 2021, no.1, pp. 14-19. DOI:10.34169/2414-0651.2021.1(29).14-19
 13. Bisyk S. P. Eksperymental'ni doslidzhennya vybuxovogo navanta-zhennya maketa korpusu bojovoyi bron'ovanoj mashyny. *Collection of scientific papers «АЛОГОС»*. August 12, 2022; Zurich, Switzerland C. 78-83 DOI 10.36074/logos-12.08.2022.23
 14. Bisyk S., Davydovskiy L., Hutov I., Slyvinskyi O., Aristarkhov O., Lilov I. (2019) Comparison of Numerical Methods for Modeling the Effect of Explosion on Protective Structures. *Trans & Motauto World*, (IV, No.1). 20-23.
 15. Maystrenko Anatoliy L., Kushch Volodymyr I., Pashchenko Evgeniy A., Kulich Vitaliy G., Neshpor Oleksiy V., Bisyk Sergiy P. (2020). Ceramic armour for armoured vehicles against large-calibre bullets. *Problems of Mechatronics. Armament, Aviation, Safety Engineering*, vol. 11, no.1, pp. 9-16. DOI 10.5604/01.3001.0014.0279
 16. Bisyk S.P., Chepikov I.B., Vaskivskyy M.I., Davydovskiy L.S., Slyvinskyy O.A., Aristarkhov O.M. (2019). Methods for modelling Air blast on structures in LS-DYNA. Comparison and analysis. *Weapons and Military Equipment*, 1(21). 22-31. DOI: [https://doi.org/10.34169/2414-0651.2019.1\(21\).22-31](https://doi.org/10.34169/2414-0651.2019.1(21).22-31)
 17. Vidya Vijay K. P., Pooja S M, Gayathri S. Shivakumar. Exploring the Design, Analysis, and Applications of Shell Structures, *International Journal of Engineering Research & Technology* (IJERT) Volume 12, Issue 11 (November 2023) doi: 10.17577/IJERTV12IS110195.
 18. Qing Wang, Renluan Hou, Jiangxiong Li, Yinglin Ke. Analytical and experimental study on deformation of thin-walled panel with non-ideal boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*. Volume 149, 2018, Pages 298-310. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.10.001>.
 19. Foroughi H., C. D. Moen, A. Myers, M. Tootkaboni, L. Vieira, and B. W. Schafer, Analysis and Design of Thin Metallic Shell Structural Members-Current Practice and Future Research Needs. *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council Toronto, Canada*, March 25-28, 2014.
 20. Dastjerdi S., M. Malikan, V. A. Eremeyev, B. Akg  z, and   . Civalek, On the generalized model of shell structures with functional cross-sections. *Compos Struct*, vol. 272, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.114192.
 21. Schmidt, Herbert. (2000). Stability of steel shell structures: General Report. *Journal of Construction Steel Research*. 55. 159-181. doi: 10.1016/S0143-974X(99)00084-X.
 22. Featherston C.A. (2011). Buckling and post-buckling behavior of unstiffened curved plates under uniform shear. *Thin-Walled Struct*, vol. 49, pp. 1017-1031. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.03.007>
 23. Martins J.P. et al. (2003). Imperfection sensitivity of curved panels under combined compression and shear. *Int. J. Non-Linear Mech.*, vol. 38, pp. 225-238. [https://doi.org/10.1016/S0020-7462\(01\)00058-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7462(01)00058-0)
 24. Tran K. et al. (2018). Behavior of thin-walled cylindrically curved steel plates under generalized in-plane stresses: a review. *J. Constr. Steel Res.* Vol. 140, pp. 191-207. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.10.018>
 25. Brando G. et al. (2011). Experimental and numerical analysis of a multi-stiffened pure aluminium shear panel. *Thin-Walled Struct.*, vol. 49, pp. 1277-1287. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.05.007>
 26. Brando G., G. De Matteis. (2013). Buckling resistance of perforated steel angle members. *J. Constr. Steel Res.*, vol. 81, February, pp. 52-61. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2012.10.009>
 27. Burlayenko, V. N., Sadowski, T., & Altenbach, H. (2021). Efficient free vibration analysis of FGM sandwich flat panels with conventional shell elements. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 29(25), 3709–3726. <https://doi.org/10.1080/15376494.2021.1909191>
 28. Burlayenko, V.N., Kouhia, R. (2024). Analysis of Natural Frequencies in Non-uniform Cross-section Functionally Graded Porous Beams. *J. Vib. Eng. Technol.* 12, 6527–6547

- <https://doi.org/10.1007/s42417-023-01268-x>
29. Helong Wu, Jie Yang, Sritawat Kitipornchai. (2020). Mechanical Analysis of Functionally Graded Porous Structures: A Review. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 20:13. DOI:10.1142/S0219455420410151
 30. Huang B, Zhao G, Ren S, Chen W, Han W (2023) Higherorder model with interlaminar stress continuity for multidirectional FG-GRC porous multilayer panels resting on elastic foundation. *Engineering Structures* 286:116074 <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116074>
 31. Najibi, A., Kianifar, M., Ghazifard, P. (2023). Three-dimensional natural frequency investigation of bidirectional FG truncated thick hollow cone. *Engineering Computations*, vol. 40, no. 1, pp. 100–125. <https://doi.org/10.1108/EC-05-2022-0377>
 32. Burlayenko, V.N., Kouhia, R. & Dimitrova, S.D. OneDimensional vs. Three-Dimensional Models in Free Vibration Analysis of Axially Functionally Graded Beams with NonUniform Cross-Sections. *Mech Compos Mater* 60, 83–102 (2024). <https://doi.org/10.1007/s11029-024-10176-4>
 33. Birman V., Kardomateas G.A. (2018). Review of current trends in research and applications of sandwich structures. *Composites Part B: Engineering*, vol. 142, pp. 221–240. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.01.027>
 34. Hrabovskiy A. V., Tkachuk M. M., Vasyliov A. Yu., Tkachuk M. A., Loznyi O. S., Trotsenko V. V., Nabokov A. V., Solovei V. Yu., Bohach A. S., Rikunov O. M., Malakei S.A. (2025). Zabezpechennia pidvyshtchennykh taktyko-tekhnichnykh kharakterystyk lehkobronovanykh mashyn na osnovi vyznachennia dynamichnoi mitsnosti bronekorpysiv iz homohennykh ta kompozytsiynykh materialiv. *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*, no.1, pp. 27–46. <http://misapr.khpi.edu.ua/article/view/323882>
 35. Tkachuk M. A., Vasyliov A. Yu., Hrabovskiy A. V., Tkachuk M. M., Nabokov A. V., Trotsenko V. V., Solovei V. Yu., Malakei S.A., Bohach A. S. (2025). Vplyv udarnoi khvyli na vtratu stiikosti bronekorpysiv lehkobronovanykh mashyn. // *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*, no. 1, pp. 73–91. <http://misapr.khpi.edu.ua/article/view/323882>
 36. Lytvynenko A.V. (2014). Obshchyi podkhod k proektno-tekhnohycheskomu obespecheniyu taktyko-tekhnicheskyykh kharakterystyk voennykh kolesnykh y husenychnykh mashyn putem obosnovaniya parametrov bronekorpysov po kryteriyam prochnosti y zashchyshtchennosti. *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*, no. 29 (1072), pp. 68–77.
 37. Lytvynenko A.V. Analiz fizyko-mekhanichnykh protsesiv ta syntez parametriv bronekorpysiv lehkobronovanykh mashyn / Lytvynenko O.V., Brul S.T., Vasyliov A.Iu., Tkachuk M.A. (2013). *Viiskovo-tekhnichnyi zbirnyk Akademii sukhoputnykh viisk im. hetmana Petra Sahaidachnoho*, no. 1(8), pp. 3–10.

Надійшла (received) 23.06.2025

Відомості про авторів / About the Authors

Ткачук Микола Анатолійович / Tkachuk Mykola A. – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>, тел.: +380667146697; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Грабовський Андрій Володимирович / Grabovskiy Andrey – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com

Льозний Олег Сергійович / Loznyi Oleh – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-1122-9068>; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Васильєв Антон Юрійович / Vasiliev Anton – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8106-0950>; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Карпов Вадим Олегович / Karpov Vadym – доктор філософії, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший викладач кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин імені О. О. Морозова», м. Харків, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7851-2458>; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Ткачук Микола Миколайович / Tkachuk Mykola M. – доктор технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин імені О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org

Троценко Володимир Володимирович / Trotsenko Volodym-yr – підполковник, Військовий інститут танкових військ при Національному технічному університеті «Харківський політехнічний інститут», ст. викладач кафедри «Експлуатація, озброєння та військова техніка», м. Харків, Україна; тел.: (093)829-70-05; e-mail: vvoova1102@ukr.net

Коба Андрій Миколайович / Koba Andrii – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна, e-mail: tma@tmm-sapr.org

Набоків Анатолій Володимирович / Nabokov Anatoly – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Богач Андрій Станиславович / Bohach Andrii – кандидат технічних наук, командир самохідного артилерійського дивізіону військової частини А 4010, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-0359-3450>; e-mail: bogach@tmm-sapr.org

Соловей Вадім Юрійович / Solovei Vadim – Начальник служби безпілотних систем Східного ОТО, м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org