

**М. М. ТКАЧУК, М. К. НОВІКОВ, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, Н. А. ДЬОМІНА, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ,
Г. В. ТКАЧУК, І. П. ГРЕЧКА, М. А. ТКАЧУК, О. С. ЛЬОЗНИЙ, Н. В. ПІНЧУК, С. О. КРАВЧЕНКО**

МЕТОДИ ПОСИЛЕННЯ ЕФЕКТІВ ПРИ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОМУ ЗМІЦНЕННІ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Для забезпечення працездатності сучасних машинобудівних конструкцій застосовуються різні методи зміцнення поверхневих шарів їхніх контактуючих деталей. Одним із найбільш ефективних методів є дискретно-континуальне зміцнення. Цей метод полягає в тому, що одна із деталей зміцнюється континуально, а інша - дискретно. У результаті посилюються позитивні властивості кожного із методів. При цьому їх негативні властивості знижуються. У результаті досягається ефект синергії. Тобто, сукупний ефект набагато перевершує суму ефектів від застосування кожного методу. Разом із тим цей дискретно-континуальний метод зміцнення теж має обмежені можливості. Для посилення ефективності цього методу необхідно застосовувати якісь нові фізичні ефекти. Це і було запропоновано. Зокрема, розроблено метод температурного впливу на пару дискретно-континуально зміцнених контактуючих деталей. При такому додатковому впливі посилюються ефекти, які раніше досягалися без нього. Зокрема, під силовим навантаженням контактуюча поверхня дискретно зміцненого тіла набуває пагорбистого профілю. За рахунок цього відбувається сприятливий перерозподіл контактного тиску. У результаті відбувається позитивний ефект: підвищується міцність, знижується зношування, зростає ККД. Якщо ж застосовувати температурний вплив, то навіть без силового навантаження поверхня дискретно зміцненого тіла набуває пагорбистого профілю. Тобто позитивний ефект при застосуванні дискретно-континуального зміцнення посилюється. Іншими словами, здійснюється попереднє формування сприятливого мікропрофілю поверхні деталі. Крім того, температура стає керуючим фактором. Шляхом зростання/зниження температури можна регулювати міру впливу на сукупний інтегральний результат від застосування дискретно-континуального методу зміцнення. Цей ефект названо «*T*-ефект».

Ключові слова: « Δ -ефект», дискретно-континуальне зміцнення, « σ -ефект», контактна взаємодія, «*T*-ефект», напружено-деформований стан

**M. M. TKACHUK, M. NOVIKOV, A. GRABOVSKIY, N. DOMINA, A. VASILIEV, H. TKACHUK,
I. HRECHKA, M. A. TKACHUK, O. LOZNYI, N. PINCHUK, S. KRAVCHENKO**

METHODS OF ENHANCING EFFECTS IN DISCRETE-CONTINUOUS STRENGTHENING OF ELEMENTS OF MACHINE-BUILDING STRUCTURES

To ensure the operability of modern machine-building structures, various methods of strengthening the surface layers of their contacting parts are used. One of the most effective methods is discrete-continuous strengthening. This method consists in the fact that one of the parts is strengthened continuously. As a result, the positive properties of each of the methods are enhanced. At the same time, their negative properties are reduced. As a result, a synergy effect is achieved. That is, the total effect far exceeds the sum of the effects of using each method. At the same time, this discrete-continuous method of strengthening also has limited possibilities. To increase the effectiveness of this method, it is necessary to apply some new physical effects. This was proposed. In particular, a method of temperature influence on a pair of discrete-continuously strengthened contacting parts was developed. With such an additional influence, the effects that were previously achieved without it are enhanced. In particular, under a force load, the contacting surface of a discretely strengthened body acquires a hilly profile. Due to this, a favorable redistribution of contact pressure occurs. As a result, a positive effect occurs: strength increases, wear decreases, and efficiency increases. If a temperature effect is applied, then even without a force load, the surface of a discretely hardened body acquires a hilly profile. That is, the positive effect when using discrete-continuous hardening is enhanced. In other words, a favorable microprofile of the surface of the part is pre-formed. In addition, temperature becomes a controlling factor. By increasing/decreasing the temperature, it is possible to regulate the degree of influence on the total integral result of the application of the discrete-continuous hardening method. This effect is called «*T*-effect».

Keywords: « Δ -effect», discrete-continuous hardening, « σ -effect», contact interaction, «*T*-effect», stress-strain state

Вступ. Для зміцнення елементів машин військового та цивільного призначення у сучасному машинобудуванні застосовуються як традиційні, так і новітні методи [1–3]. Усі ці методи мають і свої переваги, і недоліки, і області застосування. Це впливає на вибір того чи іншого методу для певного класу деталей. Окрім того, ще одним важливим чинником є можливість чи неможливість суттєвого розширення можливостей обраного методу. Такі можливості можливо нарощувати, наприклад, чи то «кількісно», тобто за рахунок інтенсифікації дії уже відомих чинників технологічного процесу, чи то «якісно», тобто шляхом залучення до множини цих чинників нових, додаткових. Іншими словами, виникають задачі або «параметричної», або «структурної» оптимізації технологічних процесів.

Ситуація, що натеper склалася, характеризується тим, що традиційні методи зміцнення деталей машинобудівних конструкцій уже досягли певної «стелі можливостей». При цьому мова йде як про інтенсифікацію режимів

зміцнення, так і про залучення нових чинників. На противагу цьому, новітні технології мають резерви підвищення ефективності при зміцненні деталей конструкцій як за першим, так і за другим із зазначених аспектів. Наприклад, така особливість притаманна і методу дискретно-континуального зміцнення [1–3]. Цей напрямок сформував проблему, яка стала змістом цієї роботи.

Аналіз методів зміцнення елементів машинобудівних конструкцій. При аналізі методів зміцнення машинобудівних конструкцій можна опиратися на результати огляду, викладені у [3]. Зокрема, зазначено, що «... у сучасному машинобудуванні спостерігається низка характерних тенденцій. Однією із них є діалектика відносин «конструкція-технологія» у ході створення нових машин, споруд, обладнання із ви-

© М. М. Ткачук, М. К. Новіков, А. В. Грабовський,
Н. А. Дьоміна, А. Ю. Васильєв, Г. В. Ткачук,
І. П. Гречка, М. А. Ткачук, О. С. Льозний,
Н. В. Пінчук, С. О. Кравченко, 2025

сокими технічними характеристиками. Якщо на якомусь етапі створюється достатньо вдале конструктивне рішення того чи іншого виробу, то надалі виникає задача удосконалення технологічних прийомів, які призводять, як правило, до поступового поліпшення технічних характеристик цього виробу. У подальшому ці так звані «конструкторські» та «технологічні» етапи по чергово «підштовхують» технічні характеристики виробу. Вони здійснюються не за певним сценарієм, а в силу готовності тих чи інших потенційних можливостей. Зазвичай вичерпання одного типу рішень призводить до інтенсифікації зусиль – іншого. Такий процес «взаємопідштовхування» та «взаємопідтягування» зазначених етапів відбувається до тих пір, доки не виникне «стеля» можливостей у поліпшенні конструкції та технології. Щодо конструктивних рішень, то їхня «стеля» визначається законами робочого процесу, який лежить в основі функціонування машини. І якщо конструкція наближається до природньої межі, то поліпшення технічних характеристик потребує переходу до застосування інших фізичних принципів функціонування. З іншого («технологічного») боку така межа («стеля») визначається типом технологічного процесу та режимами його виконання. Залишаючи поза увагою економічні міркування, можна зазначити, що можливості поліпшення того чи іншого технологічного процесу теж у певний момент вичерпуються. Вичерпуються також і можливості оптимізації технологічних режимів. За таких обставин «глухого кута» одним із продуктивних ходів є синтез нових технологічних рішень шляхом поєднання декількох відомих технологій. Важливо, що таке поєднання – не простий механічний процес, а бажано, щоби досягався ефект синергії. Для прикладу, це стосується технології дискретно-континуального зміцнення елементів машин [1–5]. Ця технологія поєднує дискретне зміцнення у контактній парі сталевій (чавунній) деталі та континуальне – іншої (алюмінієвої). Таке поєднання, як зазначено у [5], призводить до посилення позитивних властивостей кожної із технологій та до приглушення – негативних. Разом із тим натеper виникла потреба у подальшому вдосконаленні такого нового методу зміцнення. Це сформуло на прямок досліджень, описаних у роботі...» [3].

Також у цій роботі привертається увага до аналізу методів дослідження напружено-деформованого стану контактуючих тіл. Зазначено, що «... аналіз контактної взаємодії є визначальним етапом дослідження процесів і станів зміцнених деталей машин, які перебувають у кінематичному та силовому співжитті у парі. Особливо це стосується випадків, коли контактуючі тіла мають особливості форми та властивостей поверхневих шарів контактуючих тіл. Якраз такий випадок у досліджуваному випадку.

Для аналізу напружено-деформованого стану такого типу тіл підходять методи теорії варіаційних нерівностей [6–11]. Так, у роботах [6–9]

моделюється поверхневий шар за моделлю Вінклера або подібних до неї. Такого типу моделі мають ту перевагу, що зводять початково поставлену задачу до проблеми мінімізації енергетичного функціоналу на множині обмежень, заданих нерівностями. У цей функціонал входять складові, які, окрім іншого, ще й визначають енергію тонкого поверхневого шару матеріалу (шорсткість, покриття, плівка тощо).

Застосування зазначених постановок, своєю чергою, вимагає застосування фізично адекватних моделей властивостей цих поверхневих шарів. Так, у низці робіт [12–17] побудовані моделі шорсткості. Що ж стосується моделей та властивостей різного типу покриттів, то вони описані у багатьох роботах [18–20]. Зокрема, привертають увагу властивості оксидних шарів, які формуються за технологією мікродугового оксидування [21–23]. Якраз ця технологія є «парною» при обраному варіанті дискретно-континуального зміцнення [1–5].

Таким чином, формування розрахункових моделей напружено-деформованого стану контактуючих дискретно-континуально зміцнених тіл не викликає додаткових труднощів. Разом із тим основне питання, що ставить інтерес, – аналіз закономірностей та ефектів при взаємодії таких зміцнених тіл» [3].

У роботі [3] описані підходи, моделі та результати дослідження напружено-деформованого стану дискретно-континуально зміцнених тіл та установлені ефекти, які при цьому спостерігаються. У першу чергу це стосується впливу температурних ефектів на контактну взаємодію та напружено-деформований стан дискретно-континуально зміцнених тіл. Зокрема, зроблені висновки:

1. При дії нагрівання дискретно-континуально зміцнених тіл виявлені у попередніх дослідженнях « Δ -ефект» та « σ -ефект» зберігаються.

2. Вплив нагрівання на означені « Δ -ефект» та « σ -ефект» полягає у їх підсиленні. Такий вплив можна назвати «Т-ефект».

3. Шляхом варіювання властивостей дискретно і континуально зміцнених шарів матеріалів, а також температури нагрівання, створюється потенційно більш широкі можливості у сумарному зміцненні» [3].

При цьому зазначено, що у подальшому бажано більш детально дослідити сумісний вплив різних ефектів на зміцнення тіл у контакті. Якраз на розширення та поглиблення цих досліджень спрямована стаття, що пропонується до уваги.

Мета роботи – дослідження шляхів підвищення результативності методу дискретно-континуального зміцнення за рахунок температурного впливу на зміцнювані деталі машинобудівних конструкцій.

Розрахункова модель представницького фрагмента дискретно-континуально зміцнених тіл. Для аналізу температурного впливу на дискретно-континуально зміцнені деталі машинобудівних до розгляду залучається

розрахункова модель представницького фрагмента дискретно-континуального зміцнених тіл, описана у роботах [1–5]. На рис. 1 – схема досліджуваного фрагмента.

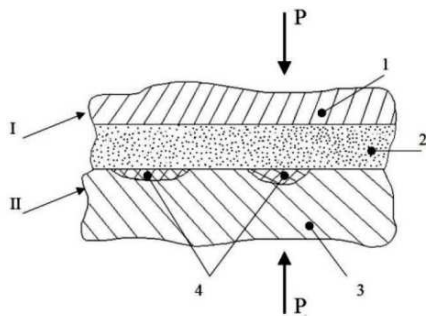


Рисунок 1 – Схема контактної взаємодії деталей:
I – деталь з алюмінієвого сплаву, зміцнена шляхом гальвано-плазмового перетворення поверхні зі створенням корундового шару (2);
II – деталь (основний матеріал – сталь, чавун (3)), зміцнена методом дискретного зміцнення (дискретно-зміцнена зона (4))

На відміну від раніше здійснених досліджень [1–5], враховується новий чинник – підвищення температури нагріву T контактуючих деталей та урахування впливу коефіцієнту лінійного температурного розширення α матеріалу зон дискретного зміцнення. Цей коефіцієнт може відчутно відрізнитися від відповідного коефіцієнта основного матеріалу дискретно зміцненого тіла. Отже, це спричиняє зміну мікропрофілю поверхні зміцненого таким способом тіла, а, врешті – впливатиме на умови його контактної взаємодії із континуально зміцненим тілом.

Побудована розрахункова модель має ті ж варійовані параметри, що і моделі, описані у роботах [1–5]. Окрім того, додаються як варійовані також перевищення коефіцієнта лінійного температурного розширення матеріалу зони дискретного зміцнення порівняно із таким же для основного матеріалу – α . До уваги приймається інтегральна характеристика $\phi = \alpha T$, яка присутня в узагальненому законі Гука-Дюамеля у виразах для лінійних деформацій ϵ_i :

$$\epsilon_i = \epsilon_i^e + \alpha T; \quad i=1, 2, 3, \quad (1)$$

де ϵ_i^e – пружні лінійні деформації, що визначаються через нормальні напруження [24].

Таким чином, можна розглядати параметричну модель. Варійованими є, зокрема, зовнішній тиск p на вільну поверхню представницького фрагменту зміцнених тіл (див. рис. 1) та $\phi = \alpha T$ (див вище). Замість розмірного параметра p (МПа) можна ввести до розгляду безрозмірний

$$\psi = p/E, \quad (2)$$

де E – модуль пружності основного матеріалу (чавуну) дискретно-зміцненого тіла.

Окрім варійованих параметрів ϕ та ψ , для розрахункової моделі (рис. 1) обрано для визначеності такі характеристики:

- модуль пружності чавуну – 3 (рис. 1) – 100 ГПа;
- модуль пружності матеріалу корундового шару – $3,5 \cdot 10^{11}$ Па;
- інші характеристики – як у [3].

Результати досліджень контактної взаємодії представницького фрагменту дискретно-континуально зміцнених тіл. У ході розрахунків напружено-деформованого стану та контактної взаємодії дискретно-континуально зміцнених тіл було проварійовано параметри ϕ та ψ у діапазонах:

$$\phi \in [0; 10^{-3}] \text{ та } \psi \in [0; 10^{-3}]. \quad (3)$$

Дослідження зміцнених деталей здійснено на прикладі представницького їх фрагмента (рис. 2).

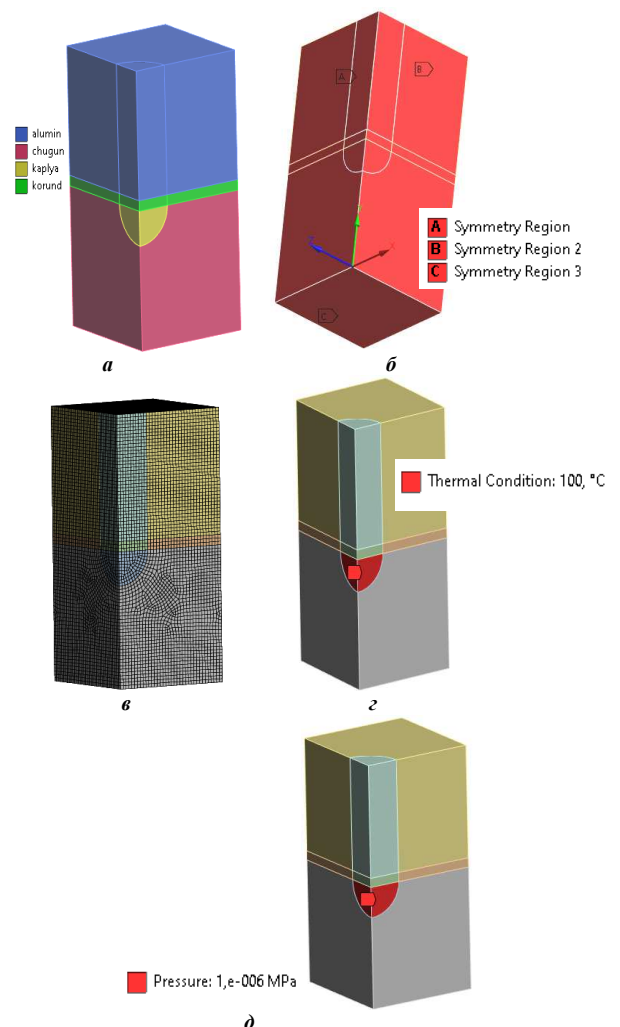


Рисунок 2 – Дослідження представницького фрагменту:
а – досліджувана геометрія та матеріали; б – три площини симетрії; в – скінченно-елементна модель (640 тис елементів, 1 млн. вузлів); г – температурне навантаження 100 °C; д – силове навантаження

Силове навантаження – тиск який варіюється і приймає значення: $p = [0,25, 50, 75, 100]$ МПа. Це – перший варійований параметр.

Другий варійований параметр – коефіцієнт термічного розширення сталі $\alpha = [10^{-8}, 5 \cdot 10^{-7}, 10^{-6}, 5 \cdot 10^{-6}, 10^{-5}] 1/^\circ\text{C}$.

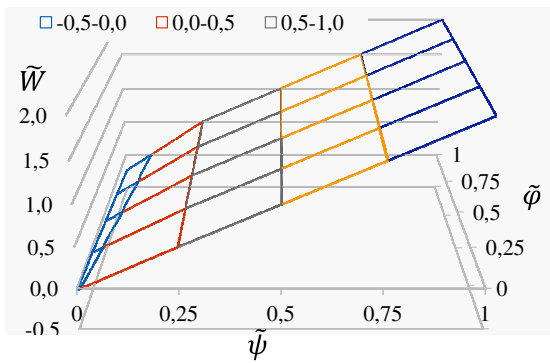


Рисунок 3 – Залежність відносних максимальних вертикальних переміщень $\tilde{W}$ від $\tilde{\phi}$ та $\tilde{\psi}$

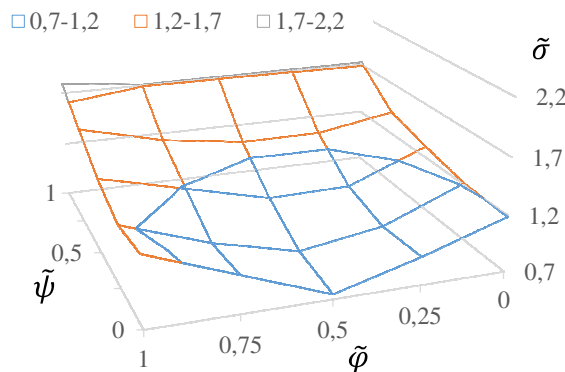


Рисунок 4 – Залежність максимальних еквівалентних напружень $\tilde{\sigma}$ від $\tilde{\phi}$ та $\tilde{\psi}$

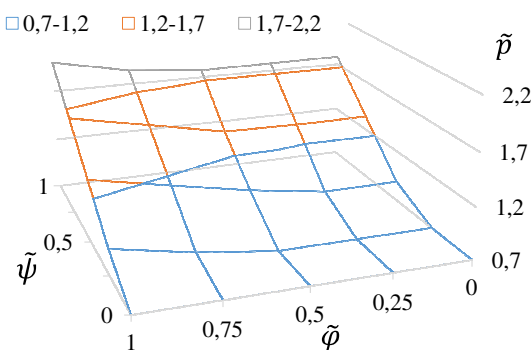


Рисунок 5 – Залежність рівня контактного тиску $\tilde{p}$ від $\tilde{\phi}$ та $\tilde{\psi}$

У табл. 1 наведені варіанти досліджених розрахункових схем.

У розгляд введені, окрім $\phi = \alpha T$ та $\psi = p/E$, ще кратні їм: $\phi = \tilde{\phi} \cdot 10^3$ та $\psi = \tilde{\psi} \cdot 10^3$. Результати розрахунку наведені на рис. 3–5 та у табл. 2–32.

Таблиця 1 – Варіанти досліджених розрахункових схем

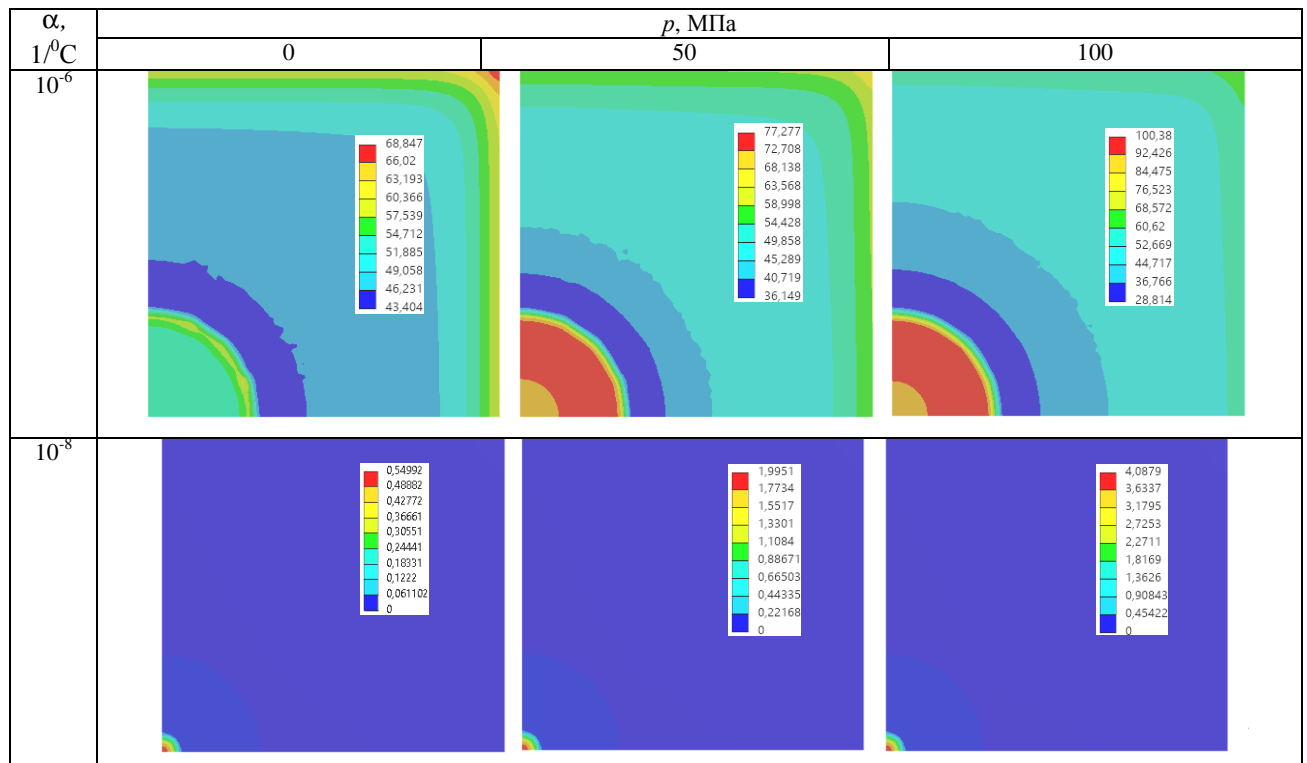
Варіант розрахункових схем	Контактний тиск, МПа	Коефіцієнт термічного розширення сталі α , $1/^\circ\text{C}$
1	0	10^{-8}
2		$5 \cdot 10^{-7}$
3		10^{-6}
4		$5 \cdot 10^{-6}$
5		10^{-5}
6	25	10^{-8}
7		$5 \cdot 10^{-7}$
8		10^{-6}
9		$5 \cdot 10^{-6}$
10		10^{-6}
11	50	10^{-8}
12		$5 \cdot 10^{-7}$
13		10^{-6}
14		$5 \cdot 10^{-6}$
15		10^{-6}
16	75	10^{-8}
17		$5 \cdot 10^{-7}$
18		10^{-6}
19		$5 \cdot 10^{-6}$
20		10^{-6}
21	100	10^{-8}
22		$5 \cdot 10^{-7}$
23		10^{-6}
24		$5 \cdot 10^{-6}$
25		10^{-6}

Висновки. За результатами здійснених досліджень можна зробити такі висновки.

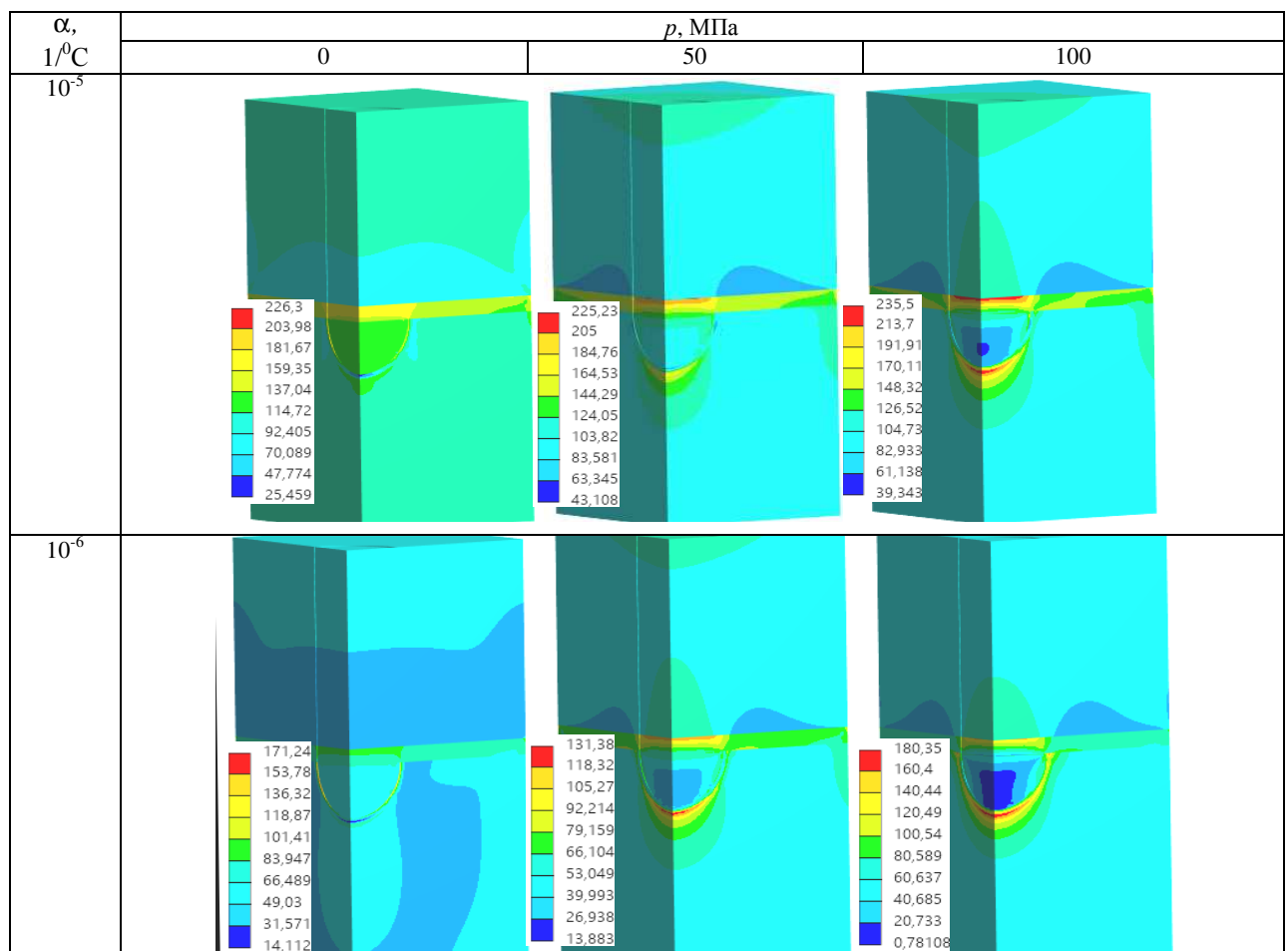
1. Урахування впливу температурного розширення чинить суттєвий вплив на напружено-деформований стан та контактну взаємодію дискретно-континуально зміцнених тіл. Це робить доцільним застосувати цей чинник (так званий «Т-ефект» [3]) як важливий для посилення виявлених раніше « Δ -» та « σ -ефектів» [1–5].

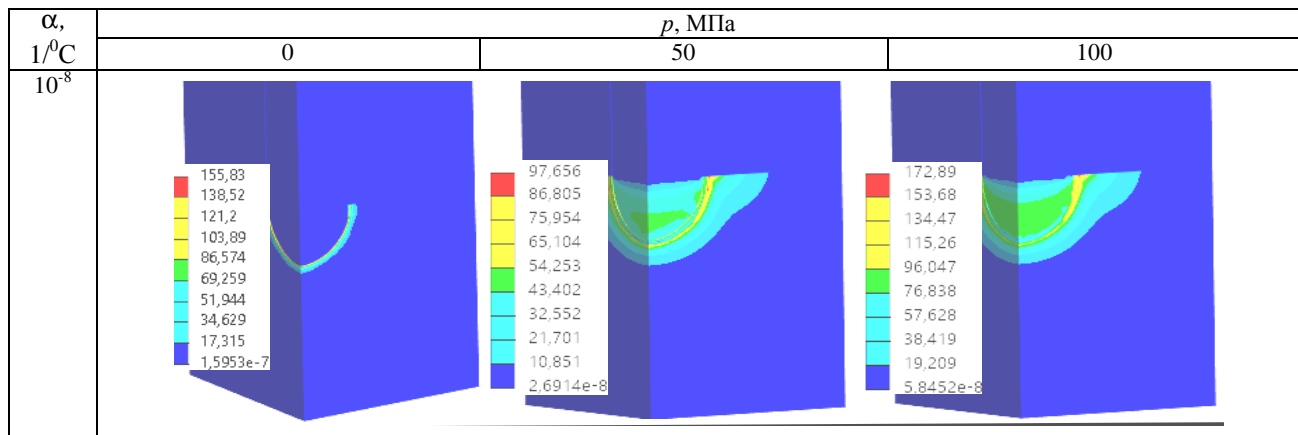
Таблиця 2 – Залежність розподілів контактного тиску (МПа) від коефіцієнту температурного розширення α та прикладеного зовнішнього навантаження p

α , $1/^\circ\text{C}$	p , МПа		
10^{-5}	0	50	100

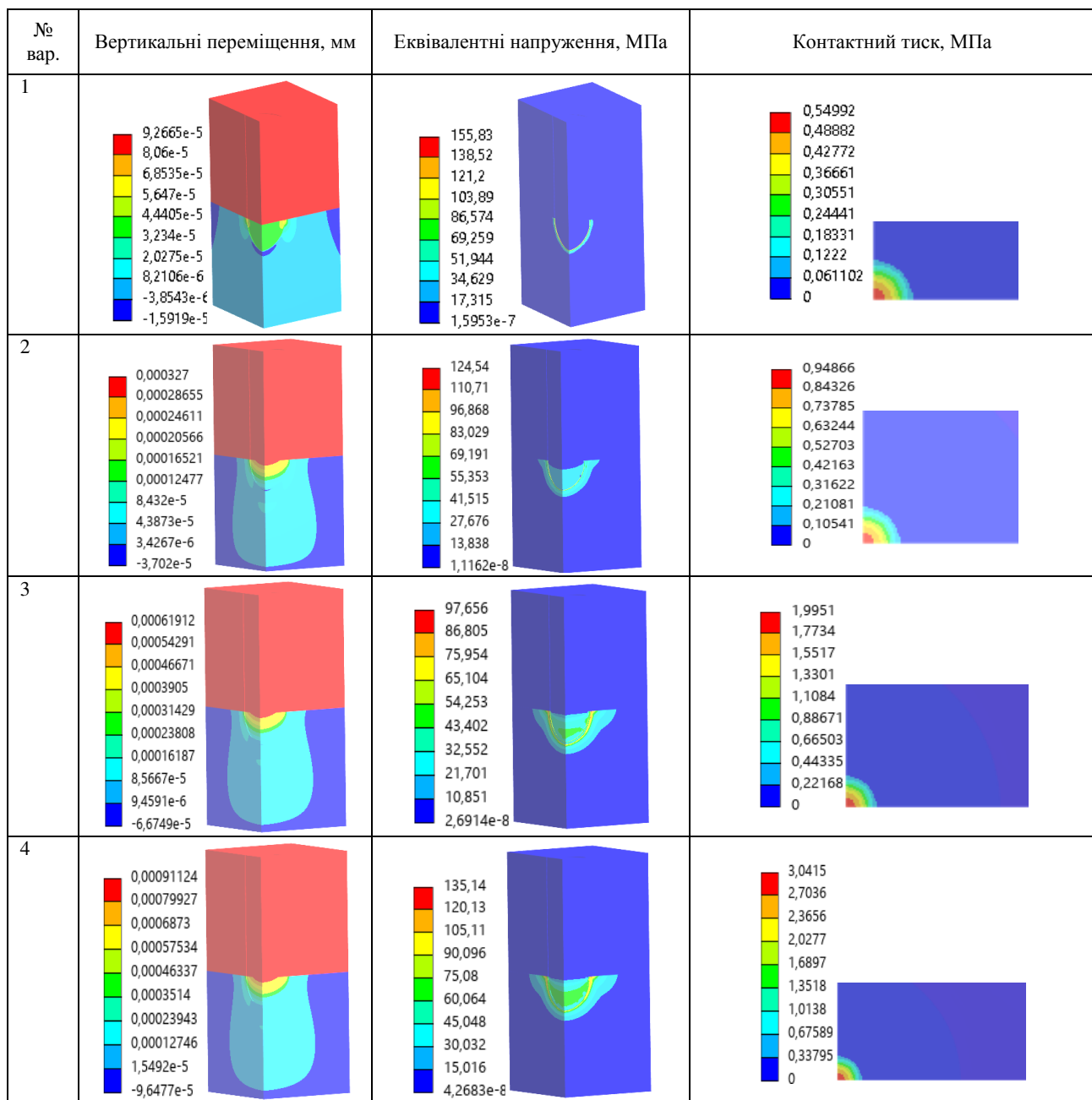


Таблиця 3 – Залежність розподілів еквівалентних напружень (МПа) від коефіцієнту температурного розширення та прикладеного зовнішнього навантаження





Таблиця 4 – Характерні розподіли компонент напружено-деформованого стану для різних варіантів навантаження



№ вар.	Вертикальні переміщення, мм	Еквівалентні напруження, МПа	Контактний тиск, МПа
5			
6			
7			
8			
9			

№ вар.	Вертикальні переміщення, мм	Еквівалентні напруження, МПа	Контактний тиск, МПа
10			
11			
12			
13			
14			
15			

№ вар.	Вертикальні переміщення, мм	Еквівалентні напруження, МПа	Контактний тиск, МПа
16			
17			
18			
19			
20			
21			

№ вар.	Вертикальні переміщення, мм	Еквівалентні напруження, МПа	Контактний тиск, МПа
22			
23			
24			
25			

2. При зростанні температурного впливу різко зростає нерівномірність розподілу контактного тиску між дискретно та континуально зміцненими тілами. Так, у розглянутому діапазоні зростання механічного навантаження призводить до зростання контактного тиску при дії температури до 10% та вище.

3. Зростання зовнішнього навантаження призводить до певного вирівнювання розподілу контактного тиску між зміцненими тілами. Таким чином, за рахунок балансування рівня температурного та силового навантаження можливо оптимізувати і розподіл контактного тиску, і рівень напружень у фрагменті дискретно-континуально зміцнених тіл.

У подальшому планується дослідити вплив також інших варіюваних параметрів на контактну взаємодію та напружено-деформований стан зміцнюваних дискретно-континуальним методом деталей машин військового та цивільного призначення.

Дослідження здійснені у рамках проекту NRFD ID: 2023.04/0036 «Research and development of device for restoring elements of military equipment by means of discrete-continuous strengthening of structures».

Список літератури

1. Високотехнологічні автономні турбодетандерні електричні станції задля енергобезпеки та енергонезалежності: монографія / М. А. Ткачук та ін.; за заг. ред. М. М. Ткачука. Харків: ФОП Панов А. М., 2025. 196 с.
2. Ткачук М. М., Новіков М. К., Грабовський А. В., Кравченко С. О., Ткачук М. А., Подреза С. М. Створення технології дискретно-континуального зміцнення елементів автономних турбодетандерних електростанцій. *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: *Машинознавство та САПР*. 2024. № 1. С. 121-133. doi:10.20998/2079-0775.2024.01.12
3. Грабовський А.В., Ткачук М.М., Кравченко С.О., Ткачук М.А., Льозний О.С., Ткачук Г.В., Новіков М.К. Ефект температурного впливу на контактну взаємодію дискретно-континуально зміцнених тіл. *Вісник НТУ «ХП»*. Серія: *Машинознавство та САПР*. 2025. № 1. С. 19-26.
4. Tkachuk, M., Lvov, G., Kravchenko, S., Moiseiev, S., Novikov, M., Burniashev, A., Pakki, G., Podrieza, S. (2023).

- Substantiating promising technical solutions for turbo-expander power plants based on the research into working processes and states. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (7 (124)), 98–105. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.285865>
5. Tkachuk N. A., Kravchenko S. A., Pylev V. A., Parsadanov I. V., Grabovsky A. V., Veretelnik O. V. (2019) Discrete and Continual Strengthening of Contacting Structural Elements: Conception, Mathematical and Numerical Modeling. *Science and Technique*, 18 (3), 240–247. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-3-240-247> URL: <https://sat.bntu.by/jour/article/view/1980/1794>
 6. Dyyak, I.I., Prokopyshyn, I.I., Prokopyshyn, I.A., Styahar, A.O. (2024). Numerical Analysis of Contact Between Elastic Bodies in the Presence of Thin Coating and Nonlinear Winkler Surface Layers. In: Altenbach, H., Bogdanov, V., Grigorenko, A.Y., Kushnir, R.M., Nazarenko, V.M., Eremeyev, V.A. (eds) Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods. *Advanced Structured Materials*, vol. 204. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54063-9_9
 7. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci* 205, 535–553 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10958-015-2265-0>
 8. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Numerical Analysis of Contact of the Elastic Bodies One of which Has a Discontinuous Thin Coating. *Mater Sci* 57, 734–744 (2022). doi.org/10.1007/s11003-022-00602-0
 9. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Investigation of Contact between Elastic Bodies One of Which has a Thin Coating Connected with the Body through a Nonlinear Winkler Layer by the Domain Decomposition Methods. *J Math Sci* 258, 477–506 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10958-021-05562-5>
 10. Kinderlehrer D., Stampacchia G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications. *Classics in Applied Mathematics* (Vol. 31). SIAM, 2000. 333 p.
 11. Trémolières R., Lions J.-L., Glowinski R. *Numerical Analysis of Variational Inequalities*. Amsterdam: Elsevier, 2011. 775 p.
 12. Pohrt, R., Popov, V. L. (2013). Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behavior. *Hindawi Publishing Corporation Advances in Tribology*, 2013, Article ID 974178, 4 p. doi:10.1155/2013/974178
 13. Li, Q., Pohrt, R., Lyashenko, I. A., Popov, V. L. (2018). Boundary element method for nonadhesive and adhesive contacts of a coated elastic half-space. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 1350650119854250.
 14. Ciavarella M. (2015). Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 104, pp. 104–111.
 15. Persson B.N.J. (2001). Elastoplastic contact between randomly rough surfaces. *Physical Review Letters*, vol. 87(11), pp. 116101.
 16. Pohrt R., Popov V. L. (2013). Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*, vol. 3(1): 3293.
 17. Li Q., Popov V. L. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, vol. 230, iss. 7, pp. 2447–2453.
 18. Sobol, O. V., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Subbotina, V. V., Dur, O., Stolbovoy, V. A., & Kovteba, D. V. (2020). Structural engineering of multi period (TiMo) N/ZrN vacuum arc coatings. *Functional materials*, 4, 737. <https://doi.org/10.15407/FM27.04.736>
 19. Postelnyk, H. O., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Zhadko, M. A., Andreev, A. A., & Stolbovoy, V. A. (2021). Influence of Bias Potential Magnitude on Structural Engineering of ZrN-Based Vacuum-Arc Coatings. *Physics and Chemistry of Solid State*, 22(1), 66–72. <https://doi.org/10.15330/PCSS.22.1.66-72>
 20. Sobol', O., Dur, O. (2020). Structural Engineering of Nanocomposite Coatings Based on Tungsten and Titanium Carbides. In: Ivanov, V., Trojanowska, J., Pavlenko, I., Zajac, J., Peraković, D. (eds) Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50794-7_54
 21. Subbotina, V., Sobol, O., Belozarov, V., Subbotin, A., Smynova, Y. (2020). A study of the phase-structural engineering possibilities of coatings on D16 alloy during microarc oxidation in electrolytes of different types. *Eastern-European journal of enterprise technologies*. Vol. 4. no. 12 (106), pp. 14–23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209722>
 22. Субботін О. В., Білозеров В. В., Волков О. О., Субботіна В. В., Шевцов В. М. Фрикційні властивості МДО-покриттів на алюмінієвих сплавах. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Машинознавство та САПР. 2022. № 2. С. 59–63. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.2.07>
 23. Martin, J., Leone, P., Nomine, A., Veys-Renaux, D., Henrion, G., Belmonte, T. (2015). Influence of electrolyte ageing on the plasma electrolytic oxidation of aluminium. *Surf Coat Technol.* 269, 36–46. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2014.11.001>.
 24. Васидзу К. *Вариационные методы в теории упругости и пластичности*. М.: Мир, 1987. 542 с
- References (transliterated)**
1. *Vysokotekhnologichni avtonomni turbodetanderni elektrychni stanciyi zadlya energobezpeky ta energonezalezhnosti: monografiya* / M. A. Tkachuk ta in.; za zag. red. M. M. Tkachuka. Xarkiv: FOP Panov A. M., 2025. 196 p.
 2. Mykola M. Tkachuk, Maksym Novikov, Andriy Grabovskiy, Sergiy Kravchenko, Mykola A. Tkachuk, Sergiy Podryeza. Ctvorenniya tekhnologiyi dyskretno-kontynual'nogo zmichenniya elementiv avtonomnykh turbodetandernykh elektrostanciy. *Visnyk Nacional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»*. Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. 2024, № 1, P. 121–133. doi:10.20998/2079-0775.2024.01.12
 3. Grabovskiy A.V., Tkachuk M.M., Kravchenko S.O., Tkachuk M.A., Loznyi O.S., Tkachuk H.V., Novikov M.K. Efekt temperaturnoho vplyvu na kontaktnu vzaimodiiu dyskretno-kontynualno zmitsnennykh til. *Visnyk Nacional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI»*. Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. 2025, № 1, P. 19–26.
 4. Tkachuk, M., Lvov, G., Kravchenko, S., Moiseiev, S., Novikov, M., Burniashev, A., Pakki, G., Podryeza, S. (2023). Substantiating promising technical solutions for turbo-expander power plants based on the research into working processes and states. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (7 (124)), 98–105. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.285865>
 5. Tkachuk N. A., Kravchenko S. A., Pylev V. A., Parsadanov I. V., Grabovsky A. V., Veretelnik O. V. (2019) Discrete and Continual Strengthening of Contacting Structural Elements: Conception, Mathematical and Numerical Modeling. *Science and Technique*, 18 (3), 240–247. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-3-240-247> URL: <https://sat.bntu.by/jour/article/view/1980/1794>
 6. Dyyak, I.I., Prokopyshyn, I.I., Prokopyshyn, I.A., Styahar, A.O. (2024). Numerical Analysis of Contact Between Elastic Bodies in the Presence of Thin Coating and Nonlinear Winkler Surface Layers. In: Altenbach, H., Bogdanov, V., Grigorenko, A.Y., Kushnir, R.M., Nazarenko, V.M., Eremeyev, V.A. (eds) Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods. *Advanced Structured Materials*, vol. 204. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54063-9_9
 7. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci* 205, 535–553 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10958-015-2265-0>
 8. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Numerical Analysis of Contact of the Elastic Bodies One of which Has a Discontinuous Thin Coating. *Mater Sci* 57, 734–744 (2022). doi.org/10.1007/s11003-022-00602-0
 9. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Investigation of Contact between Elastic Bodies One of Which has a Thin Coating Connected with the Body through a Nonlinear Winkler Layer by the Domain Decomposition Methods. *J Math Sci* 258, 477–506 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10958-021-05562-5>
 10. Kinderlehrer D., Stampacchia G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications. *Classics in Applied Mathematics* (Vol. 31). SIAM, 2000. 333 p.
 11. Trémolières R., Lions J.-L., Glowinski R. *Numerical Analysis of Variational Inequalities*. Amsterdam: Elsevier, 2011. 775 p.
 12. Pohrt, R., Popov, V. L. (2013). Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behavior. *Hindawi Publishing Corporation Advances in Tribology*, 2013, Article ID 974178, 4 p. doi:10.1155/2013/974178
 13. Li, Q., Pohrt, R., Lyashenko, I. A., Popov, V. L. (2018). Boundary element method for nonadhesive and adhesive contacts of a coated elastic half-space. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 1350650119854250.
 14. Ciavarella M. (2015). Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 104, pp. 104–111.

15. Persson BNJ. (2001). Elastoplastic contact between randomly rough surfaces. *Physical Review Letters*, vol. 87(11), pp. 116101.
16. Pohrt R., Popov V. L. (2013). Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*, vol. 3(1): 3293.
17. Li Q., Popov V. L. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, vol. 230, iss. 7, pp. 2447–2453.
18. Sobol, O. V., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Subbotina, V. V., Dur, O., Stolbovoy, V. A., & Kovtuba, D. V. (2020). Structural engineering of multi period (TiMo) N/ZrN vacuum arc coatings. *Functional materials*, 4, 737. <https://doi.org/10.15407/FM27.04.736>
19. Postelnik, H. O., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Zhadko, M. A., Andreev, A. A., & Stolbovoy, V. A. (2021). Influence of Bias Potential Magnitude on Structural Engineering of ZrN-Based Vacuum-Arc Coatings. *Physics and Chemistry of Solid State*, 22(1), 66–72. <https://doi.org/10.15330/PCSS.22.1.66-72>
20. Sobol', O., Dur, O. (2020). Structural Engineering of Nanocomposite Coatings Based on Tungsten and Titanium Carbides. In: Ivanov, V., Trojanowska, J., Pavlenko, L., Zajac, J., Peraković, D. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50794-7_54
21. Subbotina, V., Sobol, O., Belozarov, V., Subbotin, A., Smyrnova, Y. (2020). A study of the phase-structural engineering possibilities of coatings on D16 alloy during microarc oxidation in electrolytes of different types. *Eastern European journal of enterprise technologies*, vol. 4, no. 12 (106), pp. 14–23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209722>
22. Subbotin O. V., Belozarov V. V., Volkov O. O., Subbotina V. V., Shevczov V. M. Frykcijsni vlasti vosti MDO-pokryt'iv na alyuminiyevy'x splavax. *Visnyk Nacional'nogo tekhnichnogo universy'tetu «KhPI»*. Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. 2022. No. 2. P. 59–63. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.2.07>
23. Martin, J., Leone, P., Nomine, A., Veys-Renaux, D., Henrion, G., Belmonte, T. (2015). Influence of electrolyte ageing on the plasma electrolytic oxidation of aluminium. *Surf Coat Technol.*, 269, 36–46. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2014.11.001>.
24. Vasidzu K. *Variacionnye metody v teorii uprugosti i plastichnosti* / K. Vasidzu. M.: Mir, 1987. 542 p.

Надійшла (received) 23.06.2025

Відомості про авторів / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович / Tkachuk Mykola M. – доктор технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

Новіков Максим Костянтинович / Novikov Maksym – ПрАТ «ТУРБОГАЗ», заступник Голови Правління, головний інженер, м. Харків, Україна; e-mail: novikovmaxim1980@ukr.net

Грабовський Андрій Володимирович / Grabovskiy Andrey – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com

Дьоміна Наталя Анатоліївна / Domina Natalia – кандидат технічних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, кафедра вищої математики і фізики, м. СЗапоріжжя, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1118-1834>; e-mail: natalia.domina@tsatu.edu.ua

Васильєв Антон Юрійович / Vasiliev Anton – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8106-0950>; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org

Ткачук Ганна Володимирівна / Tkachuk Ganna – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0435-1847>; e-mail: TkachukAV@tmm-sapr.org

Гречка Ірина Павлівна / Hrechka Iryna – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4907-9170>; тел.: (057)7076534; e-mail: girinap7@gmail.com

Ткачук Микола Анатолійович / Tkachuk Mykola A. – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; email: tma@tmm-sapr.org

Льозний Олег Сергійович / Loznyi Oleh – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-1122-9068>; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Пінчук Наталія Володимирівна / Pinchuk Nataliya – кандидат фізико-математичних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, старший науковий співробітник кафедри «Матеріалознавство», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0954-2266>; тел.: (057) 707-64-35; e-mail: spiritnata@gmail.com

Кравченко Сергій Олександрович / Kravchenko Sergiy – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри двигунів та гібридних енергетичних установок, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2882-7814>, e-mail: dvs.khpi2016@gmail.com; ID Scopus: 57281194900