

**А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. М. ТКАЧУК, С. О. КРАВЧЕНКО, М. А. ТКАЧУК, О. С. ЛЬОЗНИЙ,
Г. В. ТКАЧУК, М. К. НОВІКОВ**

ЕФЕКТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ВПЛИВУ НА КОНТАКТНУ ВЗАЄМОДІЮ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНО ЗМІЦНЕНИХ ТІЛ

У роботі досліджується напружено-деформований стан контактуючих дискретно-континуально зміцнених тіл. Додатково до виявлених раніше « Δ -ефекту» та « σ -ефекту» пропонується також нагрівання системи контактуючих тіл. Виявилося, що зазначені ефекти при цьому зберігаються. Вони полягають у сприятливому перерозподілі контактного тиску і напружень дискретно-континуально зміцнених тіл порівняно із незміцненими тілами. Більш того, ці ефекти підсилюються при нагріванні тіл на температуру T . Це названо « T -ефектом». Відповідно, виявлено новий ефект. Сукупно усі три ефекти створюють більш широкі потенційні можливості для підвищення міцності у спраженні зміцнених тіл. А це створює підґрунтя для підвищення технічних характеристик машинобудівних конструкцій, у складі яких – дискретно-континуально зміцнені пари деталей. Виявлений ефект полягає у тому, що навіть без навантаження номінально плоска поверхня набуває пагорбистого профілю. Чим вища температура нагрівання дискретно зміцненого тіла, тим вищим є прояв зазначеного ефекту. Також ефект посилюється при збільшенні коефіцієнта лінійного розширення матеріалу зони дискретно зміцнення. Таким чином, при сумісній дії силового та температурного навантаження сприятливі ефекти посилюються.

Ключові слова: дискретно-континуальне зміцнення, міцність, напружено-деформований стан, контактна взаємодія, контактний тиск

**A. GRABOVSKIY, M. M. TKACHUK, S. KRAVCHENKO, M. A. TKACHUK, O. LOZNYI, H. TKACHUK,
M. NOVIKOV**

IMPACT OF TEMPERATURE ON THE CONTACT INTERACTION OF DISCRETELY AND CONTINUOUSLY STRENGTHENED BODIES

Stress-strain state of contacting discretely-continuously strengthened bodies investigates in work. In addition to the previously identified « Δ -effect» and « σ -effect» heating of the system of contacting bodies is also proposed. It turned out that the mentioned effects are preserved. They consist in a favorable redistribution of contact pressure and stresses of discretely-continuously strengthened bodies compared to non-strengthened bodies. Moreover, these effects are enhanced when bodies are heated to a temperature T . This is called « T -effect». Accordingly, a new effect has been discovered. Together, all three effects create broader potential opportunities for increasing the strength in the coupling of reinforced bodies. And this creates the basis for increasing the technical characteristics of machine-building structures, which include discretely-continuously reinforced pairs of parts. The discovered effect is that a nominally flat surface acquires a hilly profile even without a load. The higher the heating temperature of the discretely strengthened body, the higher is the manifestation of the specified effect. The effect is also enhanced by increasing the coefficient of linear expansion of the material of the discretely strengthened zone. Thus, with the combined action of force and temperature loads, the beneficial effects are mutually enhanced.

Keywords: discrete-continuous hardening, strength, stress-strain state, contact interaction, contact pressure

Вступ. У сучасному машинобудуванні спостерігається низка характерних тенденцій. Однією із них є діалектика відносин «конструкція-технологія» у ході створення нових машин, споруд, обладнання із високими технічними характеристиками. Якщо на якомусь етапі створюється достатньо вдале конструктивне рішення того чи іншого виробу, то надалі виникає задача удосконалення технологічних прийомів, які призводять, як правило, до поступового поліпшення технічних характеристик цього виробу. У подальшому ці так звані «конструкторські» та «технологічні» етапи по чергову «підштовхують» технічні характеристики виробу. Вони здійснюються не за певним сценарієм, а в силу готовності тих чи інших потенційних можливостей. Зазвичай вичерпання одного типу рішень призводить до інтенсифікації зусиль – іншого.

Такий процес «взаємопідштовхування» та «взаємопідтягування» зазначених етапів відбувається до тих пір, доки не виникне «стеля» можливостей у поліпшенні конструкції та технології. Щодо конструктивних рішень, то їхня «стеля» визначається законами робочого процесу, який лежить в основі функціонування машини. І якщо конструкція наближається до природньої межі, то поліпшення технічних характеристик потребує переходу до застосування інших фізичних принципів функціонування. З іншого («технологічного») боку,

така межа («стеля») визначається типом технологічного процесу та режимами його виконання. Залишаючи поза увагою економічні міркування, можна зазначити, що можливості поліпшення того чи іншого технологічного процесу теж у певний момент вичерпуються. Вичерпуються також і можливості оптимізації технологічних режимів. За таких обставин «глухого кута» одним із продуктивних ходів є синтез нових технологічних рішень шляхом поєднання кількох відомих технологій. Важливо, що таке поєднання – не простий механічний процес, а бажано, щоби досягався синергітичний ефект.

Для прикладу, це стосується технології дискретно-континуального зміцнення елементів машин [1]. Ця технологія поєднує дискретне зміцнення у контактній парі сталеві (чавунної) деталі та континуальне – іншої (алюмінієвої). Таке поєднання, як зазначено у [2], призводить до посилення позитивних властивостей кожної із технологій та до приглушення – негативних. Разом із тим натеper виникла потреба у подальшому вдосконаленні такого нового методу зміцнення. Це сформувало напрямок досліджень, описаних у роботі.

© А. В. Грабовський, М. М. Ткачук, С. О. Кравченко,
М. А. Ткачук, О. С. Льозний, Г. В. Ткачук,
М. К. Новіков, 2025

Аналіз методів дослідження напружено-деформованого стану контактуючих тіл. Аналіз контактної взаємодії є визначальним етапом дослідження процесів і станів зміцнених деталей машин, які перебувають у кінематичному та силовому sprzęженні у парі. Особливо це стосується випадків, коли контактуючі тіла мають особливості форми та властивостей поверхневих шарів контактуючих тіл. Якраз такий випадок у досліджуваному випадку.

Для аналізу напружено-деформованого стану такого типу тіл підходять методи теорії варіаційних нерівностей [3–8]. Так, у роботах [3–6] моделюється поверхневий шар за моделлю Вінклера або подібних до неї. Такого типу моделі мають ту перевагу, що зводять початково поставлену задачу до проблеми мінімізації енергетичного функціоналу на множині обмежень, заданих нерівностями. У цей функціонал входять складові, які, окрім іншого, ще й визначають енергію тонкого поверхневого шару матеріалу (шорсткість, покриття, плівка тощо).

Застосування зазначених постановок, своєю чергою, вимагає застосування фізично адекватних моделей властивостей цих поверхневих шарів. Так, у низці робіт [9–14] побудовані моделі шорсткості. Що ж стосується моделей та властивостей різного типу покриттів, то вони описані у багатьох роботах [15–17]. Зокрема, привертають увагу властивості оксидних шарів, які формуються за технологією мікродугового оксидування [18–20]. Якраз ця технологія є «парною» при обраному варіанті дискретно-континуального зміцнення [1, 2, 21].

Таким чином, формування розрахункових моделей напружено-деформованого стану контактуючих дискретно-континуально зміцнених тіл не викликає додаткових труднощів. Разом із тим основне питання, що ставить інтерес, – аналіз закономірностей та ефектів при взаємодії таких зміцнених тіл.

Мета роботи – дослідження напружено-деформованого стану дискретно-континуально

зміцнених тіл та установлення ефектів, які при цьому спостерігаються.

Базові підходи та моделі для аналізу напружено-деформованого стану контактуючих дискретно-континуально зміцнених тіл.

Розглядається представницький фрагмент дискретно-континуально зміцнених тіл (рис. 1), досліджених раніше [1, 2, 21]. Для цих тіл характерна реалізація двох фізичних ефектів: « Δ -ефект» та « σ -ефект». Перший ефект (« Δ -ефект») полягає у тому, що при прикладанні до вільної верхньої (рис. 1, 2) поверхні алюмінієвої деталі тиску p на дискретно зміцненій деталі формується профіль із «пагорбом» у зоні дискретного зміцнення. Другий ефект (« σ -ефект») полягає у тому, що контактний тиск між тілами локалізується переважно у зоні дискретного зміцнення. Відповідно, і напруження у цій зоні (високоміцна сталь) переважають напруження у основному матеріалі (тут – чавун). А оскільки фізико-механічні властивості матеріалу зони дискретного зміцнення вищі, ніж у основного матеріалу, то за загальною міцністю композиції отримується певний вигравш.

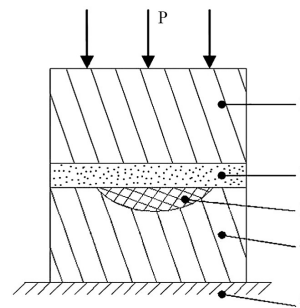


Рисунок 1 – Представницький фрагмент дискретно-континуально зміцнених тіл [1, 2]:

1 – алюмінієвий сплав; 2 – корундовий шар (оксид алюмінію); 3 – зона дискретного зміцнення (сталь); 4 – основний матеріал (чавун); 5 – основа

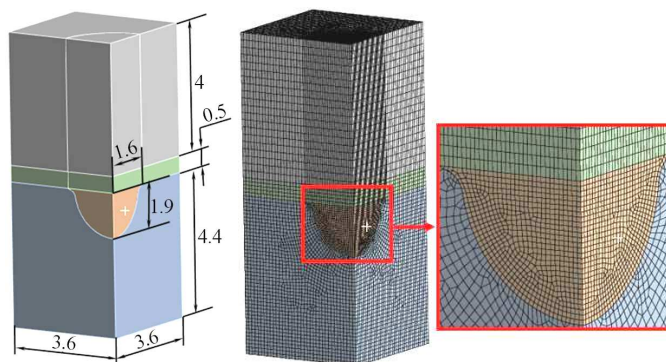


Рисунок 2 – Модель представницького фрагменту (1/4 в силу симетрії) дискретно-континуально зміцнених тіл [1] – розміри у мм (10^{-3} м)

Ці два ефекти, зазначені у [1, 2, 21], проявляються при дії навантажень. Разом із тим виникає бажання створити певну імітацію зазначених ефектів ще до прикладання робочого механічного навантаження.

Зокрема, можна розглянути деякий попередній вплив на систему цих тіл шляхом нагріву. Враховуючі різні коефіцієнти лінійного розширення сталі та чавуна, початково плоский профіль набуде «пагорбистого» характеру. Тобто, потенційно

досягається посилення зазначених « Δ -» та « σ -ефектів». Це потребує чисельних досліджень.

Аналіз напружено-деформованого стану дискретно-континуального зміцнених тіл при дії механічного та температурного навантаження. Розглядається та ж, що і раніше [1, 2], система контактуючих дискретно-континуально зміцнених тіл (рис. 1, 2), на вільну поверхню діє тиск $p \in [10; 100]$ МПа. Тіла нагріваються до різної

температури $T \in [0; 100]^\circ\text{C}$. Досліджується розподіл контактного тиску $q = q(p, T)$ на поверхні контакту «2-3» та «2-4».

На рис. 3–17 наведені характерні розподіли контактної тиску, профіль контактної поверхні дискретно зміцненої деталі та розподіли еквівалентних напружень за Мізесом.

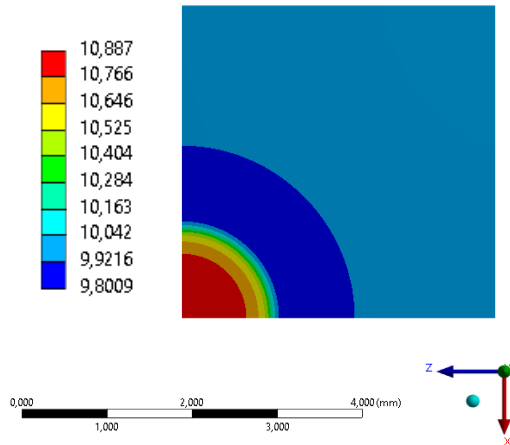


Рисунок 3 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за нульової температури T та зовнішнього тиску $P=10$ МПа

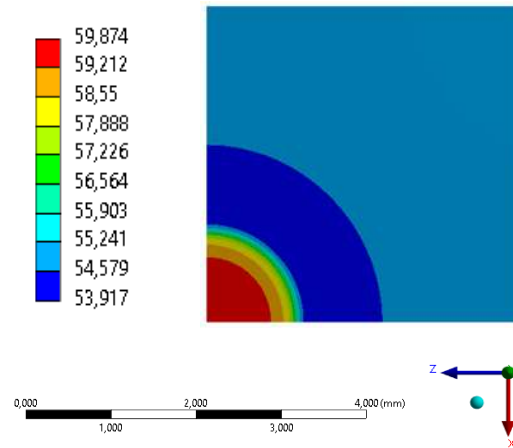


Рисунок 4 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за нульової температури T та зовнішнього тиску $P=50$ МПа

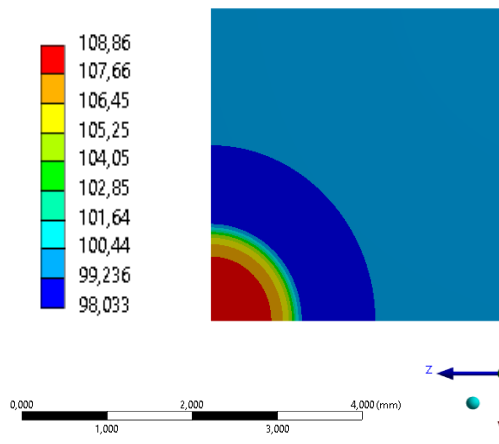


Рисунок 5 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за нульової температури T та зовнішнього тиску $P=100$ МПа

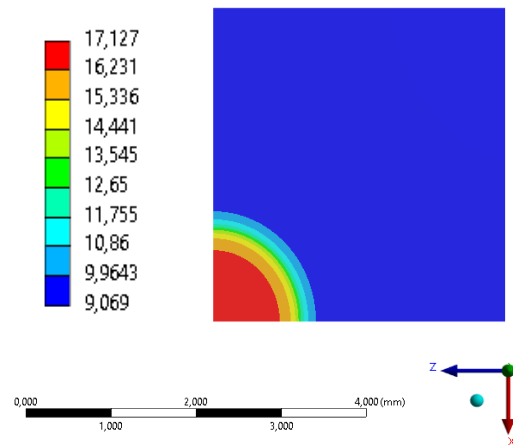


Рисунок 6 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T=50^\circ\text{C}$ та зовнішнього тиску $P=10$ МПа

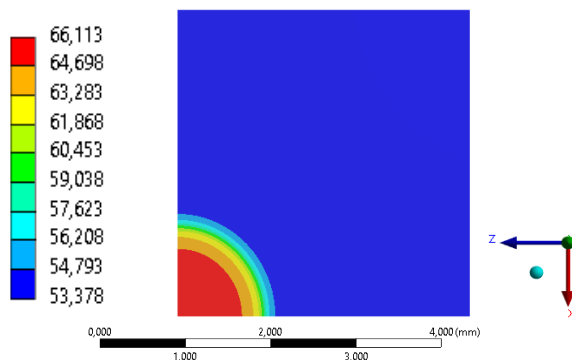


Рисунок 7 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T=50^\circ\text{C}$ та зовнішнього тиску $P=50$ МПа

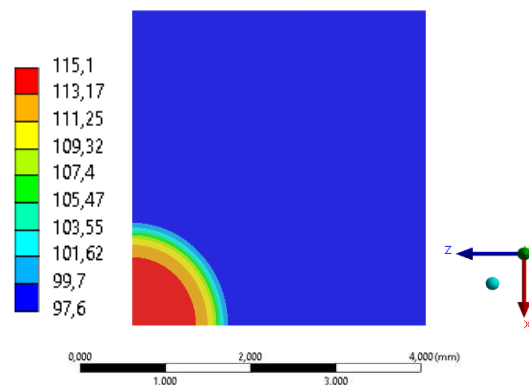


Рисунок 8 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T=50^\circ\text{C}$ та зовнішнього тиску $P=100$ МПа

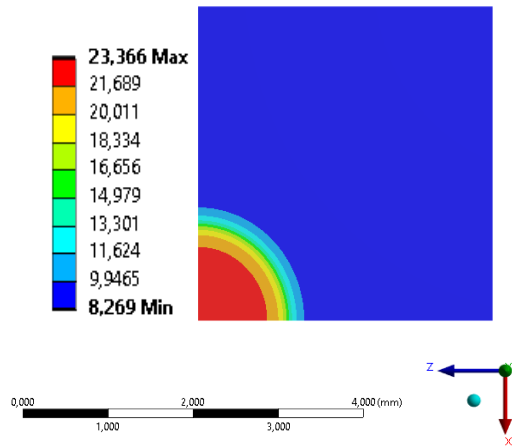


Рисунок 9 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 100^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 10$ МПа

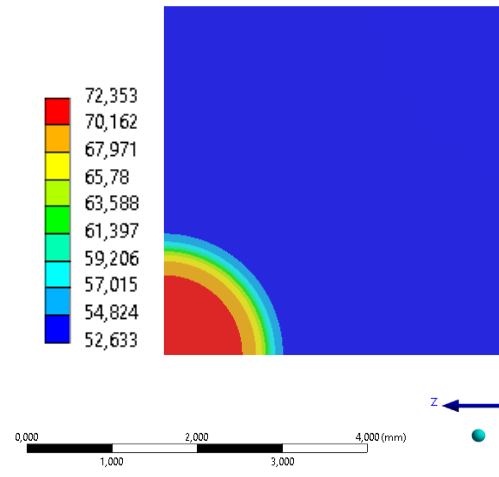


Рисунок 10 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 100^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 50$ МПа

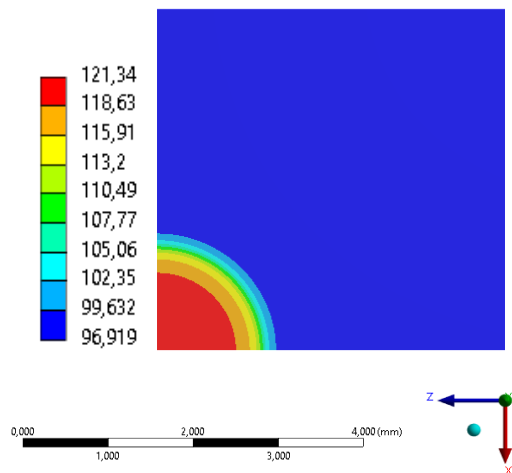


Рисунок 11 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 100^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 100$ МПа

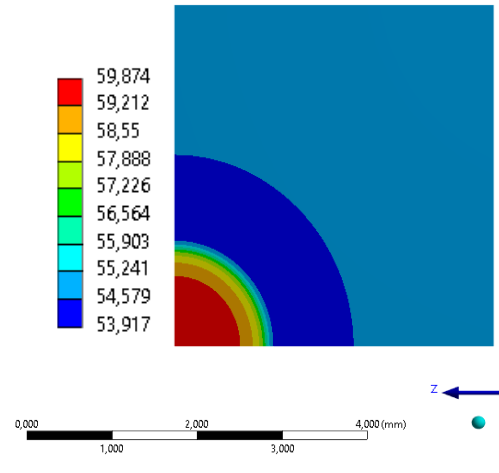


Рисунок 12 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за нульової температури T та зовнішнього тиску $P = 50$ МПа

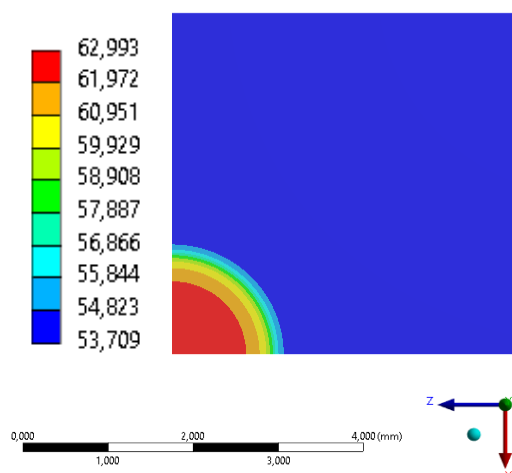


Рисунок 13 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 25^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 50$ МПа

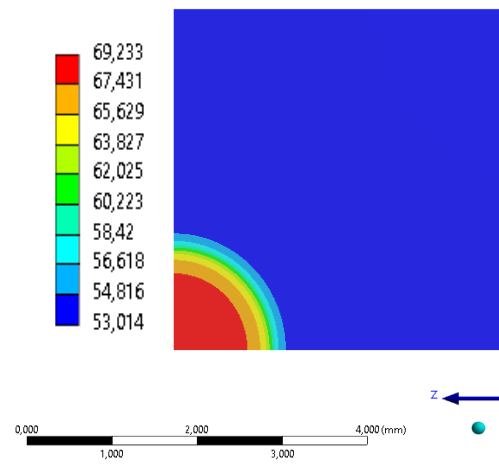


Рисунок 14 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 75^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 50$ МПа

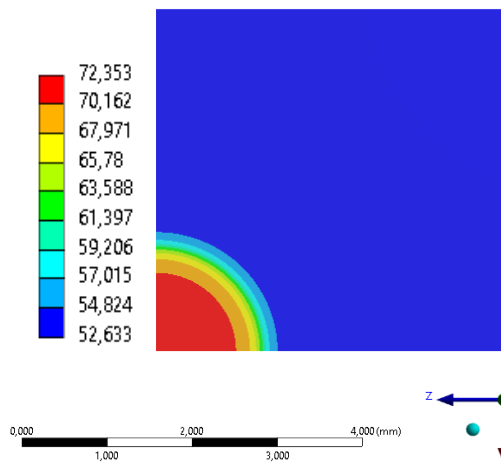


Рисунок 15 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 100^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 50$ МПа

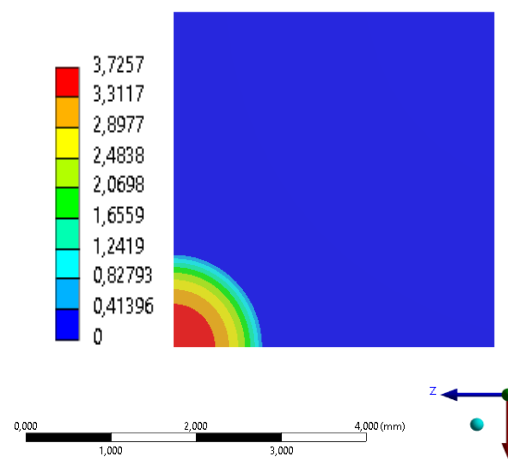


Рисунок 16 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 50^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 0$ МПа

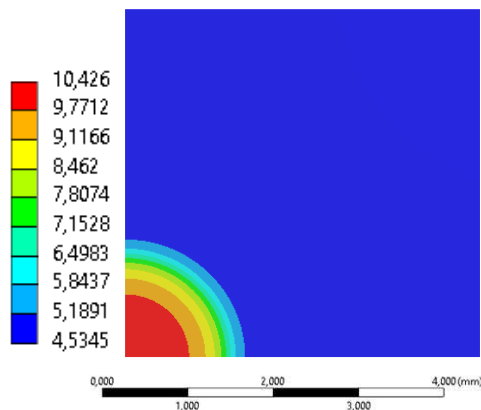


Рисунок 17 – Розподіл контактної тиску q (МПа) за температури $T = 50^{\circ}\text{C}$ та зовнішнього тиску $P = 5$ МПа

На рис. 18–21 наведені розподіл вертикальних переміщень та напружень дискретно (та дискретно-континуально) зміцненого тіла при різних температурах та зовнішньому навантаженні, а

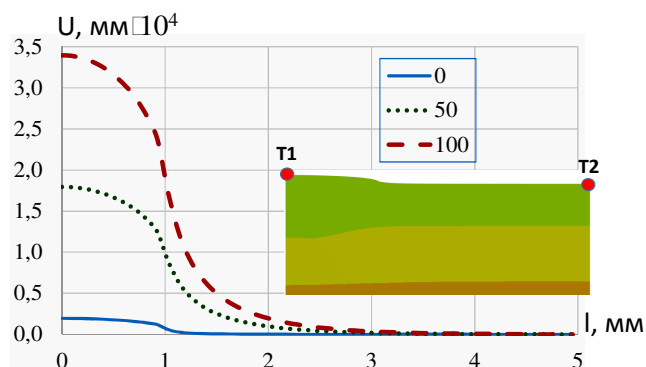


Рисунок 18 – Розподіл вертикальних переміщень U дискретно зміцненого тіла при різних температурах T та зовнішньому навантаженні $p = 10$ МПа уздовж координати l відрізка між центральною точкою T_1 та кутовою точкою T_2 на поверхні контактування із шаром оксиду алюмінію (переміщення U – відносно точки T_2 , яка прийнята за «нульовий» рівень)

також залежності відносного максимуму контактної тиску від зовнішнього тиску p і температури T .

Аналіз результатів досліджень напружено-деформованого стану дискретно-континуально зміцнених тіл. Висновки.

1. При дії нагрівання дискретно-континуально зміцнених тіл виявлені у попередніх дослідженнях « Δ -ефект» та « σ -ефект» зберігаються.

2. Вплив нагрівання на означені « Δ -ефект» та « σ -ефект» полягає у їх підсиленні. Такий вплив можна назвати « T -ефект».

3. Шляхом варіювання властивостей дискретно і континуально зміцнених шарів матеріалів, а також температури нагрівання, створюється потенційно більш широкі можливості у сумарному зміцненні.

У подальшому планується більш детально дослідити сумісний вплив різних ефектів на зміцнення тіл у контакті.

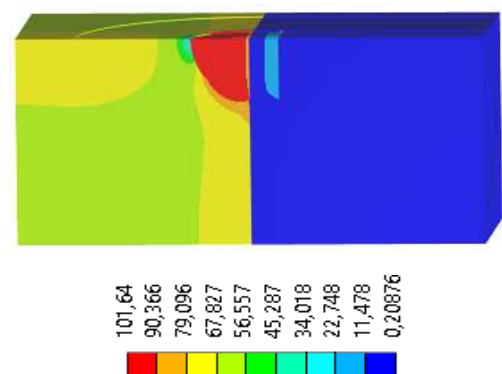


Рисунок 19 – Картина розподілу напружень за Мізесом (МПа) у фрагменті дискретно-континуально зміцнених тіл (1/4 частина в силу симетрії, зліва – дискретно зміцнене тіло, справа – континуально зміцнене тіло) при зовнішньому навантаженні 100 МПа та температурі нагріву 50°C

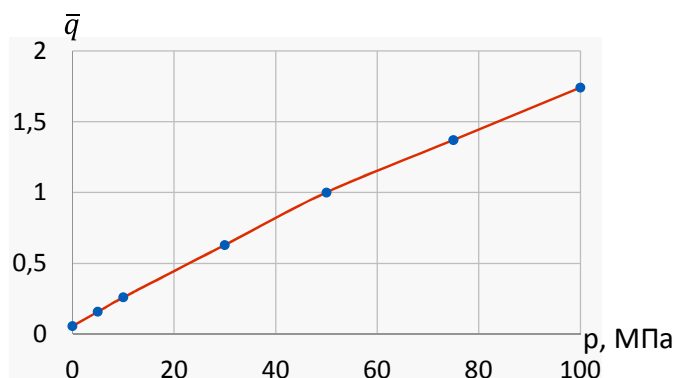


Рисунок 20 – Залежність відносного максимуму контактного тиску $\bar{q} = q_{\max}(p, 50)/q_{\max}(50, 50)$ від зовнішнього тиску при постійній температурі 50°C

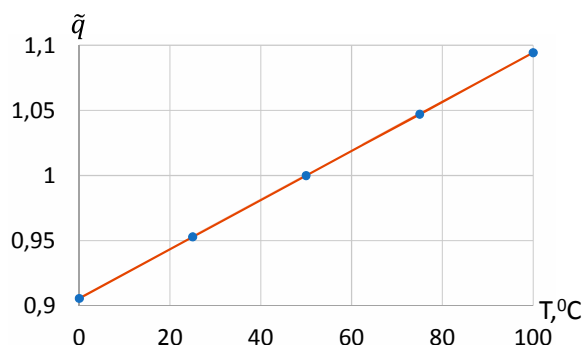


Рисунок 21 – Залежність відносного максимуму контактного тиску $\tilde{q} = q_{\max}(50, T)/q_{\max}(50, 50)$ від температури при постійному зовнішньому тиску 50 МПа

Дослідження здійснені у рамках EU #3055 EURIZON “Combined technologies of metallic surface modification by micro - arc oxidation and boriding for critical machine parts with high contact loads“, а також проєкту NRFD ID: 2023.04/0036 «Research and development of device for restoring elements of military equipment by means of discrete-continuous strengthening of structures».

Список літератури

1. Tkachuk, M., Lvov, G., Kravchenko, S., Moiseiev, S., Novikov, M., Burniashev, A., Pakki, G., Podrieza, S. (2023). Substantiating promising technical solutions for turbo- expander power plants based on the research into working processes and states. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (7 (124)), 98–105. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.285865>
2. Tkachuk N. A., Kravchenko S. A., Pylev V. A., Parsadanov I. V., Grabovsky A. V., Veretelnik O. V. (2019) Discrete and Continual Strengthening of Contacting Structural Elements: Conception, Mathematical and Numerical Modeling. *Science and Technique*. 18 (3), 240–247. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-3-240-247> URL: <https://sat.bntu.by/jour/article/view/1980/1794>
3. Dyyak, I.I., Prokopyshyn, I.I., Prokopyshyn, I.A., Styahar, A.O. (2024). Numerical Analysis of Contact Between Elastic Bodies in the Presence of Thin Coating and Nonlinear Winkler Surface Layers. In: Altenbach, H., Bogdanov, V., Grigorenko, A.Y., Kushnir, R.M., Nazarenko, V.M., Eremeyev, V.A. (eds) *Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods. Advanced Structured Materials*, vol. 204. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54063-9_9
4. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci* 205, 535–553 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10958-015-2265-0>
5. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Numerical Analysis of Contact of the Elastic Bodies One of which Has a Discontinuous Thin Coating. *Mater Sci* 57, 734–744 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11003-022-00602-0>
6. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Investigation of Contact between Elastic Bodies One of Which has a Thin Coating Connected with the Body through a Nonlinear Winkler Layer by the Domain Decomposition Methods. *J Math Sci* 258, 477–506 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10958-021-05562-5>
7. Kinderlehrer D., Stampacchia G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications. *Classics in Applied Mathematics* (Vol. 31). SIAM, 2000. 333 p.
8. Trémolières R., Lions J.-L., Glowinski R. *Numerical Analysis of Variational Inequalities*. Amsterdam: Elsevier, 2011. 775 p.
9. Pohrt, R., Popov, V. L. (2013). Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behavior. *Hindawi Publishing Corporation Advances in Tribology*, 2013, Article ID 974178, 4 p. doi:10.1155/2013/974178
10. Li, Q., Pohrt, R., Lyashenko, I. A., Popov, V. L. (2018). Boundary element method for nonadhesive and adhesive contacts of a coated elastic half-space. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 1350650119854250.
11. Ciavarella M. (2015). Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 104, pp. 104–111.
12. Persson BNJ. (2001). Elastoplastic contact between randomly rough surfaces. *Physical Review Letters*, vol. 87(11), pp. 116101.
13. Pohrt R., Popov V. L. (2013). Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*, vol. 3(1): 3293.
14. Li Q., Popov V. L. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, vol. 230, iss. 7, pp. 2447–2453.
15. Sobol, O. V., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Subbotina, V. V., Dur, O., Stolbovoy, V. A., & Kovteba, D. V. (2020). Structural engineering of multi period (TiMo) N/ZrN vacuum arc

- coatings. *Functional materials*, 4, 737. <https://doi.org/10.15407/FM27.04.736>
16. Postelnyk, H. O., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Zhadko, M. A., Andreev, A. A., & Stolbovoy, V. A. (2021). Influence of Bias Potential Magnitude on Structural Engineering of ZrN-Based Vacuum-Arc Coatings. *Physics and Chemistry of Solid State*, 22(1), 66-72. <https://doi.org/10.15330/PCSS.22.1.66-72>
 17. Sobol', O., Dur, O. (2020). Structural Engineering of Nanocomposite Coatings Based on Tungsten and Titanium Carbides. In: Ivanov, V., Trojanowska, J., Pavlenko, I., Zajac, J., Peraković, D. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50794-7_54
 18. Subbotina, V., Sobol, O., Belozarov, V., Subbotin, A., Smirnova, Y. (2020). A study of the phase-structural engineering possibilities of coatings on D16 alloy during microarc oxidation in electrolytes of different types. *Eastern-european journal of enterprise technologies*, vol. 4, no. 12 (106), pp. 14–23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209722>
 19. Субботін О. В., Білозеров В. В., Волков О. О., Субботіна В. В., Шевцов В. М. Фрикційні властивості МДО-покривтів на алюмінієвих сплавах. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Машинознавство та САПР. 2022. № 2. С. 59–63. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.2.07>
 20. Martin, J., Leone, P., Nomine, A., Veys-Renaux, D., Henrion, G., Belmonte, T. (2015). Influence of electrolyte ageing on the plasma electrolytic oxidation of aluminium. *Surf Coat Technol.*, 269, 36–46. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2014.11.001>
 21. Микола М. Ткачук, Максим Новіков, Андрій Грабовський, Сергій Кравченко, Микола А. Ткачук, Сергій Подрыза. Створення технології дискретно-континуального зміцнення елементів автономних турбодетандерних електростанцій. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Машинознавство та САПР. 2024. № 1. С. 121–131. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2024.1.12>
- References (transliterated)**
1. Tkachuk, M., Lvov, G., Kravchenko, S., Moiseiev, S., Novikov, M., Burniashev, A., Pakki, G., Podrieza, S. (2023). Substantiating promising technical solutions for turbo- expander power plants based on the research into working processes and states. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4 (7 (124)), 98–105. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.285865>
 2. Tkachuk N. A., Kravchenko S. A., Pylev V. A., Parsadanov I. V., Grabovsky A. V., Veretelnik O. V. (2019) Discrete and Continual Strengthening of Contacting Structural Elements: Conception, Mathematical and Numerical Modeling. *Science and Technique*. 18 (3), 240–247. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2019-18-3-240-247> URL: <https://sat.bntu.by/jour/article/view/1980/1794>
 3. Dyyak, I.I., Prokopyshyn, I.I., Prokopyshyn, I.A., Styahar, A.O. (2024). Numerical Analysis of Contact Between Elastic Bodies in the Presence of Thin Coating and Nonlinear Winkler Surface Layers. In: Altenbach, H., Bogdanov, V., Grigorenko, A.Y., Kushnir, R.M., Nazarenko, V.M., Eremeyev, V.A. (eds) *Selected Problems of Solid Mechanics and Solving Methods. Advanced Structured Materials*, vol. 204. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54063-9_9
 4. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci* 205, 535–553 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10958-015-2265-0>
 5. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Numerical Analysis of Contact of the Elastic Bodies One of which Has a Discontinuous Thin Coating. *Mater Sci* 57, 734–744 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11003-022-00602-0>
 6. Prokopyshyn, I.I., Styahar, A.O. Investigation of Contact between Elastic Bodies One of Which has a Thin Coating Connected with the Body through a Nonlinear Winkler Layer by the Domain Decomposition Methods. *J Math Sci* 258, 477–506 (2021). <https://doi.org/10.1007/s10958-021-05562-5>
 7. Kinderlehrer D., Stampacchia G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications. *Classics in Applied Mathematics* (Vol. 31). SIAM, 2000. 333 p.
 8. Trémolières R., Lions J.-L., Glowinski R. *Numerical Analysis of Variational Inequalities*. Amsterdam: Elsevier, 2011. 775 p.
 9. Pohrt, R., Popov, V. L. (2013). Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behavior. *Hindawi Publishing Corporation Advances in Tribology*, 2013, Article ID 974178, 4 p. doi:10.1155/2013/974178
 10. Li, Q., Pohrt, R., Lyashenko, I. A., Popov, V. L. (2018). Boundary element method for nonadhesive and adhesive contacts of a coated elastic half-space. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 1350650119854250.
 11. Ciavarella M. (2015). Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 104, pp. 104–111.
 12. Persson BNJ. (2001). Elastoplastic contact between randomly rough surfaces. *Physical Review Letters*, vol. 87(11), pp. 116101.
 13. Pohrt R., Popov V. L. (2013). Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*, vol. 3(1): 3293.
 14. Li Q., Popov V. L. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, vol. 230, iss. 7, pp. 2447–2453.
 15. Sobol, O. V., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Subbotina, V. V., Dur, O., Stolbovoy, V. A., & Kovteba, D. V. (2020). Structural engineering of multi period (TiMo) N/ZrN vacuum arc coatings. *Functional materials*, 4, 737. <https://doi.org/10.15407/FM27.04.736>
 16. Postelnyk, H. O., Pinchuk, N. V., Meylekhov, A. A., Zhadko, M. A., Andreev, A. A., & Stolbovoy, V. A. (2021). Influence of Bias Potential Magnitude on Structural Engineering of ZrN-Based Vacuum-Arc Coatings. *Physics and Chemistry of Solid State*, 22(1), 66-72. <https://doi.org/10.15330/PCSS.22.1.66-72>
 17. Sobol', O., Dur, O. (2020). Structural Engineering of Nanocomposite Coatings Based on Tungsten and Titanium Carbides. In: Ivanov, V., Trojanowska, J., Pavlenko, I., Zajac, J., Peraković, D. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50794-7_54
 18. Subbotina, V., Sobol, O., Belozarov, V., Subbotin, A., Smirnova, Y. (2020). A study of the phase-structural engineering possibilities of coatings on D16 alloy during microarc oxidation in electrolytes of different types. *Eastern-european journal of enterprise technologies*, vol. 4, no. 12 (106), pp. 14–23. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209722>
 19. Subbotin O. V., Bilozarov V. V., Volkov O. O., Subbotina V. V., Shevczov V. M. Fry'kcijni vlasty'vosti MDO-pokry'ttiv na alyuminiyevy'x splavax. *Visny'k Nacional'nogo texnichnogo universy'tetu «KhPI»*. Seriya: Mashy'noznavstvo ta SAPR. 2022. No. 2. P. 59–63. DOI: <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.2.07>
 20. Martin, J., Leone, P., Nomine, A., Veys-Renaux, D., Henrion, G., Belmonte, T. (2015). Influence of electrolyte ageing on the plasma electrolytic oxidation of aluminium. *Surf Coat Technol.*, 269, 36–46. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2014.11.001>
 21. Mykola M. Tkachuk, Maksym Novikov, Andriy Grabovskiy, Sergiy Kravchenko, Mykola A. Tkachuk, Sergiy Podryeza. Ctvorennya texnologiyi dy'skretno-konty'nual'nogo zmichnennya elementiv avtonomny'x turbodetanderny'x elektrostancij. *Visny'k Nacional'nogo texnichnogo universy'tetu «KhPI»*. Seriya: Mashy'noznavstvo ta SAPR. 2024. No. 1. C. 121–131. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2024.1.12>

Надійшло (received) 11.12.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Грабовський Андрій Володимирович / Grabovskiy Andrey – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий

співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e mail: andrej8383@gmail.com.

Ткачук Микола Миколайович / Tkachuk Mykola M. – доктор технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e mail: m.tkachuk@tmm-sapir.org

Кравченко Сергій Олександрович / Kravchenko Sergiy – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри двигунів та гібридних енергетичних установок, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2882-7814>, e-mail: dvs.khpi2016@gmail.com ID Scopus: 57281194900

Ткачук Микола Анатолійович / Tkachuk Mykola A. – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e mail: tma@tmm-sapir.org.

Льозний Олег Сергійович / Loznyi Oleh – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна, e-mail: tma@tmm-sapir.org

Ткачук Ганна Володимирівна / Tkachuk Hanna – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0435-1847>. e-mail: TkachuckAV@tmm-sapir.org

Новіков Максим Костянтинович / Novikov Maksym – ПрАТ «ТУРБОГАЗ», заступник Голови Правління, головний інженер, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-4169-6046>. e-mail: novikovmaxim1980@ukr.net