

О. В. БОНДАРЕНКО, О. В. УСТИНЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, С. В. АНДРІЄНКО

КРИТЕРІЇ ТА ЦІЛЬОВІ ФУНКЦІЇ ПРИ РАЦІОНАЛЬНОМУ ПРОЄКТУВАННІ ДВОХВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

Описано актуальність науково-практичної задачі формування критеріїв та цільових функцій при раціональному проєктуванні двохвальних коробок передач. Це дало змогу зрозуміти необхідність висвітлення вказаної теми та проведення відповідних досліджень та наукових дискусій стосовно питання. Виділені найбільш значущі масогабаритні характеристики двохвальних коробок передач з точки зору проєктування транспортного засобу, які й використано у якості критеріїв для оптимально-раціонального проєктування. А саме: міжосьова відстань, яка визначає розташування валів коробки передач та її висоту; довжина коробки передач, яка визначає один з основних габаритних розмірів останньої; маса коробки передач, зменшення якої може бути обумовлено вимогами до технічного об'єкта, а також приводить до зменшення використаного матеріалу і споживання енергетичних ресурсів; ймовірність безвідмовної роботи. Записано цільові функції, що відповідають критеріям оптимально-раціонального проєктування, які відображаються функціональними залежностями між геометро-конструктивними параметрами та масогабаритними характеристиками, а також враховують аспекти міцності основних елементів двохвальних коробок передач. Цільова функція мінімальної міжосьової відстані дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней усіх зачеплень коробки передач, а при врахуванні умови рівності міжосьових відстаней зубчастих зачеплень коробки передач між собою зберегти конструктивні особливості та розташування зубчастих зачеплень. Цільова функція мінімальної довжини досить точно характеризує лінійний розмір (довжину) коробки передач. Вона враховує не тільки ширини зубчастих зубців, але й інші показники (розміри зазорів, підшипників, синхронізаторів тощо), що є вагомими додатками і підвищує точність розрахунків. Цільова функція мінімальної маси коробки передач складається з мас її основних елементів, а саме: зубчастих коліс, валів, підшипників, синхронізаторів та картера з механізмом перемикання. Перелічені елементи вносять основний вклад до масової характеристики, а масами інших деталей будемо знехатати у зв'язку з малістю величин і віднесення їх у похибку, що може бути допустимим для оціночних розрахунків. Цільова функція максимальної ймовірності безвідмовної роботи подана як деяка «інтегральна» величина, яка містить в собі всі розрахункові коефіцієнти рівня напруженості за згинними та контактними напруженнями. Також визначені змінні проєктування.

Ключові слова: критерій, цільова функція, коробка передач, змінні проєктування

O. BONDARENKO, O. USTYENKO, R. PROTASOV, S. ANDRIENKO

CRITERIA AND OBJECTIVE FUNCTIONS IN THE RATIONAL DESIGN OF TWO-SHAFT GEARBOXES

The relevance of the scientific and practical task of forming criteria and objective functions in the rational design of two-shaft gearboxes is described. This has made it possible to understand the need to highlight the topic and conduct relevant research and scientific discussions on the issue. The most significant mass and dimensional characteristics of two-shaft gearboxes from the perspective of vehicle design have been identified and used as criteria for optimal and rational design. Specifically: the center distance, which determines the placement of the gearbox shafts and its height; the length of the gearbox, which determines one of the main overall dimensions of the gearbox; the weight of the gearbox, the reduction of which may be dictated by the requirements for the technical object and also leads to a reduction in the material used and energy consumption; and the probability of reliable operation. Objective functions corresponding to the criteria of optimal and rational design are formulated, which are expressed by functional dependencies between geometric-constructive parameters and mass-dimensional characteristics, and also take into account the strength aspects of the main elements of two-shaft gearboxes. The objective function of the minimum center distance allows reducing the sum of the center distances of all gear meshes of the gearbox, and considering the condition of equality of the center distances of the gearbox gear meshes among themselves, to preserve the structural features and arrangement of the gear meshes. The objective function of minimum length accurately characterizes the linear dimension (length) of the gearbox. It considers not only the widths of the gear teeth but also other indicators (clearances, bearings, synchronizers, etc.), which are significant additions and increase the accuracy of calculations. The objective function of minimum weight of the gearbox consists of the weights of its main elements, namely: gears, shafts, bearings, synchronizers, and housing with the shifting mechanism. These elements make the main contribution to the mass characteristic, and the weights of other parts will be neglected due to their small sizes and inclusion in the error, which may be permissible for estimation calculations. The objective function of maximum reliability probability is presented as a certain «integral» value, which contains all calculated coefficients of stress levels for bending and contact stresses. Also design variables are defined

Keywords: criterion, objective function, gearbox, design variables.

Вступ. Актуальність задачі.

Коробка передач (КП) [1, 2] – це важливий компонент автомобільної трансмісії, який відповідає за перетворення обертового моменту та швидкості обертання колінчастого вала двигуна, забезпечуючи різні режими тягового зусилля на ведучих колесах за-для ефективного руху автомобіля в різних умовах дороги та завантаження. Окрім цього, КП забезпечує можливість руху автомобіля заднім ходом, що робить маневрування більш зручними та безпечними. Важливою функцією КП є також тривале від'єднання двигуна від трансмісії під час зупинки або роботі на холостому ході. В результаті КП відіграє ключову роль у забезпеченні ефективності, безпеки та комфорту водіння автомобіля.

Для забезпечення нормальної роботи автомобільні КП повинні задовольняти таким вимогам:

- збільшення оптимального тягового зусилля до значення, необхідного для переборювання опору рухові в заданих експлуатаційних умовах при хоро-

ших показниках паливної економічності;

- мати мінімально можливу вагу на одиницю крутного моменту, що передається, при забезпеченні достатньої надійності та міцності;

- мати мінімально можливі розміри при забезпеченні достатньої надійності та міцності;

- забезпечувати безшумну роботу;

- мати високий коефіцієнт корисної дії;

- надійно фіксувати включену передачу від самовимикання;

- не допускати одночасного включення двох передач;

- бути зручними у обслуговуванні;

- мати високий міжремонтний термін;

- бути простими та економічними у виробництві;

- забезпечувати оптимальне використання потужності двигуна;

- забезпечувати ефективне та легке керування

© О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко, Р. В. Протасов, С. В. Андрієнко, 2024

перемиканням передач;

- мати наявність нейтрального положення для забезпечення тривалої зупинки без вимкнення двигуна;
- мати можливість відбору потужності для приводу додаткового обладнання.

У ступінчастих КП передавальне число змінюється ступінчасто і, відповідно, тягове зусилля на ведучих колесах автомобіля змінюється так само.

Ступінчасті КП за кількістю ступенів переднього ходу діляться на двох-, трьох-, чотирьох-, п'яти- і багатоступінчасті (шести-, семиступінчасті тощо), а за положенням осей КП – з нерухомими осями валів та з осями, що обертаються, та комбіновані.

КП з нерухомими осями валів поділяються на двох-, трьох- і багатовальні, у відповідності до кількості валів в їх конструкції.

В двохвальній КП потік потужності від первинного до паралельного вторинного валу завжди передається тільки через одну пару зубчастих коліс. Тому таку КП називають ще однопарною.

Двохвальні КП характеризуються:

- 1) простотою конструкції;
- 2) низьким рівнем шуму;
- 3) збільшеним коефіцієнтом корисної дії;

Серед недоліків двохвальних КП слід відмітити:

- 1) відсутність прямої передачі;
- 2) важкість отримати велике передавальне число на нижчій передачі ($u = 4...4,5$).

Двохвальні ПК мають мінімальне число передач, що дорівнює двом. На практиці, зазвичай, число передач не перевищує шести, оскільки при їх збільшенні зростає довжина валів та їх прогин при передачі крутного моменту. Більша кількість передач призводить до порушення зачеплення зубчастих коліс і погіршення роботи підшипникових вузлів, а в результаті – до зниження довговічності.

Двохвальні КП [3, 4] застосовують у передньоприводних і задньоприводних автомобілях. Конструктивно вони можуть бути об'єднані в одному блоці з двигуном, зчепленням, центральною (головною) передачею і диференціалом. В середніх та важких військових машинах як самостійний агрегат вони мають обмежене застосування, але їх часто використовують як один з елементів складної КП з шестернями постійного зачеплення.

Зважаючи на переваги та розповсюдженість двохвальних КП, а також актуальність сучасних методів раціонального проектування в машинобудуванні, формування критеріїв та цільових функцій при раціональному проектуванні двохвальних коробок передач є актуальною науково-практичною задачею.

Основна частина.

Основні параметри та характеристики двохвальної коробки передач. Принципова схема такої коробки зображена на рисунку 1.

КП складається з первинного і вторинного валів. На шліцах первинного та/або вторинного валів можуть бути встановлені одно- або двовінцеві каретки для отримання передач, в тому числі можлива і передача заднього ходу. Переміщення кареток по шліцах валів здійснюється окремою важільно-тяговою системою керування КП, яка дає змогу фіксувати в зачепленні тільки одну пару шестерень, що

забезпечує необхідне передавальне число. Шестерні та вали розміщуються всередині картера КП, в отворах стінок і перегородок якого встановлені відповідні підшипники опор валів або додаткових осей. Для отримання передачі заднього ходу між валами КП вводять додаткову зубчасту передачу, що змінює напрямок обертання її вторинного валу при незмінному обертанні первинного валу. Це може бути шестерня або блок з двох шестерень одного або різних діаметрів, що знаходяться в постійному зачепленні з веденою шестернею, закріпленою на вторинному валу.

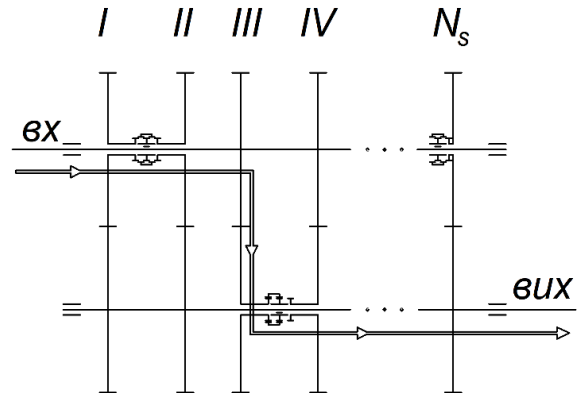


Рисунок 1 – Принципова схема двохвальної КП

На рисунку 2 показані основні параметри двохвальної КП, які використовуються у якості змінних раціонального проектування:

m_μ – відповідні модулі пар зубчастих коліс, μ – номер зубчастого зачеплення у КП ($\mu = 1, \dots, s$), s – кількість зубчастих зачеплень у КП;

$z_{\mu,k}$ – відповідні числа зубців коліс, k – номер колеса у зачепленні ($k = 1$ – ведуче колесо, $k = 2$ – ведене колесо);

β_μ – кути нахилу зубців у зачепленнях.

Передавальне відношення КП (тут і далі у роботі без урахування знаку) для цього випадку буде дорівнювати:

$$i_{\text{КП}}^\mu = \frac{z_{\mu 2}}{z_{\mu 1}}, \mu = 1, \dots, s. \quad (1)$$

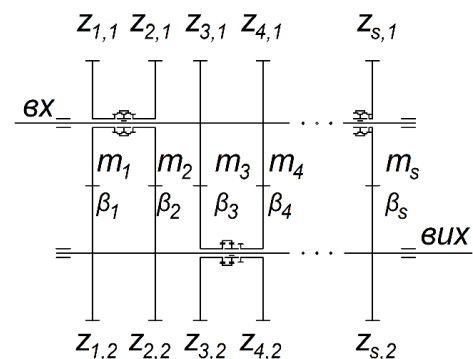


Рисунок 2 – Основні параметри двохвальної КП

Будь яка КП як об'єкт дослідження може бути характеризована наступними значеннями: габаритами (довжина, ширина, висота, міжосьова відстань), масою, об'ємом, вірогідністю безвідмовної роботи, рівнем шуму при роботі та іншими.

3 точки зору проектування [1–5] подібного типу

КП відмітимо найбільш значущі характеристики, які можуть бути використані у якості складових критеріїв всієї системи або самостійних критеріїв для моделі раціонального проектування КП як елемента трансмісії машини.

Перша характеристика – міжосьова відстань. Вона встановлює розташування валів приводу та опосередковано визначає його висоту. Цей критерій загалом дуже актуальний для транспортного машинобудування, коли є необхідність збільшити кліренс автомобіля для більшої прохідності або розташувати нову КП у вже існуючу конструкцію автомобіля.

Друга характеристика – довжина КП. Зменшення довжини КП при великій кількості передач стає значною проблемою. Тому раціональне проектування за критерієм, що враховує зменшення лінійних розмірів деталей приводу (а у сукупності і усього приводу) може вирішувати складнощі цієї проблеми.

Третя характеристика – маса КП. По-перше, зниження маси КП може бути викликано вимогами до технічного об'єкта, а по-друге, зменшення маси приводить до зниження витрат матеріалів та, як наслідок, до зменшення енергетичних ресурсів на виготовлення агрегату, що на фоні сучасних тенденцій економічності та екологічності є дуже актуальним.

Четверта характеристика – вірогідність безвідмовної роботи КП. Необхідність врахування вірогідності безвідмовної роботи КП автомобілів є критично важливою з кількох причин. По-перше, КП є одним із ключових елементів трансмісійної системи. Будь-які несправності чи відмови в її роботі можуть призвести до серйозних наслідків, таких як зупинка автомобіля на курсі, що створює небезпеку для водія, пасажирів та інших учасників дорожнього руху. По-друге, надійність КП безпосередньо впливає на загальну довговічність автомобіля. Часті поломки цього компонента можуть спричинити значні витрати на ремонт і технічне обслуговування, що знижує економічну ефективність експлуатації автомобіля.

Таким чином, будемо розглядати ці характеристики у якості складових критеріїв всієї системи або самостійних критеріїв при побудові моделі раціонального проектування КП як елемента трансмісії машини.

Також зазначимо, що будь яка бажана (але не описана в цій роботі) проектувальником характеристика об'єкту може бути висунута в ранг критерію моделі.

Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна міжосьова відстань.

Для загального випадку міжосьова відстань зубчастого зачеплення дорівнює (при сумарному коефіцієнті зміщення вихідного контуру $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 \neq 0$)

$$a_w = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \frac{1}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_w} \quad (2)$$

Для випадку, коли сумарний коефіцієнт зміщення $x_{\Sigma} = 0$, міжосьова відстань зубчастого зачеплення дорівнює

$$a_w = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \frac{1}{\cos \beta} \quad (3)$$

У машинобудуванні, зокрема у транспортному, традиційно при проектуванні КП приймають, що зубчасті зачеплення виконуються з $x_{\Sigma} = 0$ (лише інколи для окремих зачеплень використовують $x_{\Sigma} \neq 0$, коли потрібно вписати зубчасті пари в задану міжосьову відстань). Тому подальші викладки будемо проводити саме для цього випадку.

Міжосьові відстані для μ -х зубчастих зачеплень згідно з (2.3) будуть дорівнювати:

$$a_{w\mu}^{ДвКП} = 0,5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos \beta_{\mu}}, \quad (4)$$

$$\mu = 1, \dots, s.$$

Маємо s критеріїв згідно з кількістю зачеплень. Тоді можна записати цільову функцію для кожного зачеплення у вигляді:

$$F(a_{w\mu}^{ДвКП}) = 0,5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos \beta_{\mu}}, \quad (5)$$

$$\mu = 1, \dots, s.$$

Ця сукупність цільових функцій повністю відображає геометрію КП за умови накладення обмеження на рівність міжосьових відстаней, а саме $a_{w1} = a_{w2} = \dots = a_{ws}$.

Але записані формули для мінімізації міжосьових відстаней кожного окремого зубчастого зачеплення не відображають побудови інтегральної моделі раціонального проектування. Задача постала багатокритеріальна, для якої знаходження мінімуму для декількох критеріїв одночасно є складним та суперечливим процесом. Тому для більш зручної побудови інтегральної моделі раціонального проектування, а також з огляду на існуючі підходи, запропоновано подати єдиний критерій – суму міжосьових відстаней, з урахуванням умови рівності останніх,

$$F_a^{ДвКП} = \sum_{\mu=1}^s a_{w\mu}^{ДвКП} \quad (6)$$

Таким чином, представимо цільову функцію як суму цих міжосьових відстаней окремих зачеплень,

$$F_a^{ДвКП} = \sum_{\mu=1}^s 0,5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos \beta_{\mu}} \quad (7)$$

Цю цільову функцію необхідно мінімізувати – $F_a^{ДвКП} \rightarrow \min$.

Такий вигляд цільової функції дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней КП, а при врахуванні умови їх рівності між собою зберегти конструктивні особливості та розташування зубчастих зачеплень.

Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна довжина коробки передач. Для запису цільової функції для цього критерію розглянемо схему КП (рис. 3). Цільову функцію визначимо як суму ширин вінців зубчастих коліс, розташованих на вхідному і вихідному валах, та додаткової величини L_d , що враховує габарити синхроні-

заторів, різноманітних зазорів, опор, картера тощо. Ширини зубчастих коліс подаємо як добуток коефіцієнтів ширин зубчастих вінців та міжосьових відстаней зачеплень.

Тоді залежність для цільової функції набуде вигляду

$$F_L^{ДвКП} = L_d + \sum_{\mu=1}^s \psi_{ba\mu} \cdot a_{w\mu} \quad (8)$$

де $a_{w\mu}$ – міжосьові відстані зачеплень;

$\psi_{ba\mu}$ – коефіцієнти ширин зубчастих вінців,

$$\psi_{ba\mu} = \frac{b_{w\mu}}{a_{w\mu}}.$$

Цільову функцію також можна подати безпосередньо через ширини зубчастих вінців

$$F_L^{ДвКП} = L_d + \sum_{\mu=1}^s b_{w\mu}. \quad (9)$$

Подаємо величину L_d як суму окремих значень (рис. 3),

$$L_d = \sum_{ж=1}^y L_{син,ж} + \sum_{w=1}^h L_{заз,w} + \sum_{r=1}^g L_{підш,r} + \sum_{t=1}^f L_{к,t}, \quad (10)$$

де $\sum_{ж=1}^y L_{син,ж}$ – сумарна ширина усіх синхронізаторів КП, y – кількість синхронізаторів у КП;

$\sum_{w=1}^h L_{заз,w}$ – сумарна ширина зазорів між зубчастими колесами та зазорів між картером та зубчастими колесами, а також інші зазори, які потрібно врахувати, h – кількість зазорів;

$\sum_{r=1}^g L_{підш,r}$ – сумарна ширина підшипників, які потрібно врахувати; g – кількість підшипників;

$\sum_{t=1}^f L_{к,t}$ – сумарна ширина кришок опор, які потрібно врахувати, f – кількість кришок опор.

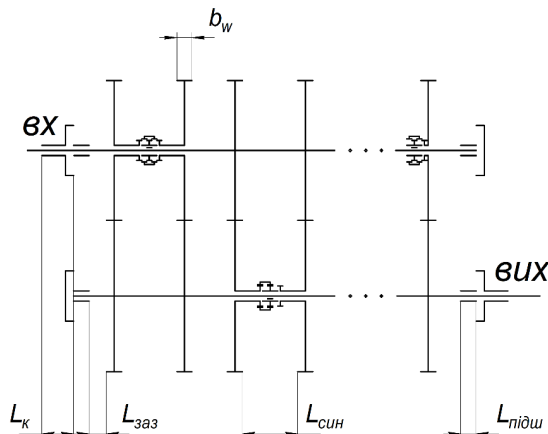


Рисунок 3 – Приклади позицій замірів довжин елементів двохвальної КП

Величина L_d не може бути обчислена точно, це пов'язано з неможливістю врахувати усі конструктивні рішення та компоновання КП. Зважаючи на це, запропоновано всі вказані вище величини брати відповідно до базової КП, що є достатнім для початкового процесу проектування КП.

Таким чином, цільову функцію з урахуванням L_d можемо записати у вигляді

$$F_L^{ДвКП} = \sum_{ж=1}^y L_{син,ж} + \sum_{w=1}^h L_{заз,w} + \sum_{r=1}^g L_{підш,r} + \sum_{t=1}^f L_{к,t} + \sum_{\mu=1}^s \psi_{ba\mu} \cdot a_{w\mu}, \quad (11)$$

або

$$F_L^{ДвКП} = \sum_{ж=1}^y L_{син,ж} + \sum_{w=1}^h L_{заз,w} + \sum_{r=1}^g L_{підш,r} + \sum_{t=1}^f L_{к,t} + \sum_{\mu=1}^s b_{w\mu}. \quad (12)$$

Щоб задовольнити цьому критерію, треба мінімізувати цільову функцію – $F_L^{ДвКП} \rightarrow \min$.

Така цільова функція досить точно характеризує лінійний розмір (довжину) КП. Вона враховує не тільки ширини зубчастих зубців, але й інші показники (розміри зазорів, підшипників, синхронізаторів тощо), що є вагомими додатками і підвищує точність розрахунків.

Змінні проектування залишаються тими ж самими, бо ширини зубчастих вінців і міжосьова відстань розраховуються за покращеним проектувальним розрахунком зачеплень на міцність через вказані змінні проектування [6–8]. Міжосьові відстані зачеплень також розраховуються за цими змінними.

Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна маса коробки передач. Формування цільової функції для випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна маса КП, є досить проблематичним, бо на даному етапі неможливо врахувати маси усіх деталей, що входять до двохвальної КП. Як і для попереднього критерію, можна оцінити масу КП з деякою похибкою, яка достатня для інженерних розрахунків.

Сумарна маса КП складається з мас її основних елементів, а саме: зубчастих коліс, валів, підшипників, синхронізаторів та картера з механізмом перемикавання. Перелічені елементи вносять основний вклад до масової характеристики, а масами інших деталей будемо зневажати у зв'язку з незначним впливом величин і віднесення їх у похибку, що може бути допустимим для оціночних розрахунків. Взавши до уваги ці умови, сформуємо цільову функцію у вигляді

$$F_M^{ДвКП} = \sum_{j=1}^r M_{кол,j} + \sum_{c=1}^v M_{вал,c} + \sum_{ж=1}^u M_{син,ж} + \sum_{o=1}^g M_{підш,o} + M_{кар}, \quad (13)$$

де $\sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j}$ – сумарна маса усіх зубчастих коліс у

КП, r – кількість зубчастих коліс у КП, $r = 2s$;

$\sum_{c=1}^v M_{\text{вал}_c}$ – сумарна маса усіх валів у КП, v – кі-

лькість валів у КП;

$\sum_{ж=1}^y M_{\text{син}_ж}$ – сумарна маса усіх синхронізаторів

у КП (береться відповідно до прототипної КП), y – кількість синхронізаторів у КП;

$\sum_{r=1}^g M_{\text{підш}_r}$ – сумарна маса усіх підшипників у

КП, g – кількість підшипників у КП;

$M_{\text{кар}}$ – маса картера КП.

Розглянемо нижче підходи до визначення цих елементів.

Масу одного зубчастого колеса у КП будемо розраховувати з тим допущенням, що воно розглядається у вигляді суцільного диска, діаметр якого дорівнює ділильному діаметру,

$$M_{\text{кол}} = \frac{\pi \cdot m^2 \cdot z^2 \cdot b_w \cdot \rho_{\text{зк}}}{4 \cdot \cos^2 \beta}, \quad (14)$$

де $\rho_{\text{зк}}$ – щільність матеріалу, з якого вироблені зубчасті колеса.

Сумарну масу усіх зубчастих коліс у КП подаємо у вигляді

$$\sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j} = \sum_{\mu=1}^s \frac{\pi \cdot m_{\mu}^2 \cdot (z_{\mu,1}^2 + z_{\mu,2}^2) \cdot \psi_{b\alpha\mu} \cdot a_{w\mu} \cdot \rho_{\text{зк}}}{4 \cdot \cos^2 \beta_{\mu}}, \quad (15)$$

або

$$\sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j} = \sum_{\mu=1}^s \frac{\pi \cdot m_{\mu}^2 \cdot (z_{\mu,1}^2 + z_{\mu,2}^2) \cdot b_{w\mu} \cdot \rho_{\text{зк}}}{4 \cdot \cos^2 \beta_{\mu}}.$$

Сумарна маса валів для випадку двохвальної КП буде дорівнювати

$$\sum_{c=1}^v M_{\text{вал}_c} = M_{\text{вх.вал}} + M_{\text{вих.вал}}, \quad (16)$$

де $M_{\text{вх.вал}}$ – маса вхідного вала;

$M_{\text{вих.вал}}$ – маса вихідного вала.

Маси валів будемо розраховувати за залежностями:

$$M_{\text{вх.вал}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{вх.вал}}^2}{4} l_{\text{вх.вал}} \cdot \rho_{\text{вх.вал}}; \quad (17)$$

$$M_{\text{вих.вал}} = \frac{\pi \cdot d_{\text{вих.вал}}^2}{4} l_{\text{вих.вал}} \cdot \rho_{\text{вих.вал}}.$$

де $l_{\text{вх.вал}}$, $l_{\text{вих.вал}}$ – відповідно довжини вхідного та вихідного валів;

$d_{\text{вх.вал}}$, $d_{\text{вих.вал}}$ – відповідно діаметри вхідного та вихідного валів;

$\rho_{\text{вх.вал}}$, $\rho_{\text{вих.вал}}$ – відповідно густини матеріалів вхідного та вихідного валів.

Надаємо загальну стратегію по розрахунку параметрів, що входять у (17).

Вхідний та вихідний вали КП традиційно розраховуються на міцність та жорсткість. Як відомо з [8–14], великі прогини та перекося перетинів валів призводять до підвищення концентрації навантажень у зачепленнях, що негативно впливає на міцність зубчастих коліс та рівні шуму.

Первинно діаметри ($d_{\text{вх.вал}}$, мм, $d_{\text{вих.вал}}$, мм) обчислимо приблизно, за проектувальним розрахунком, по обертовому моменту з умови міцності за зниженим значенням допустимих напружень при скручуванні. Згідно з загальновідомою залежністю [8] діаметри цих валів будуть дорівнювати

$$d_{\text{вх.вал}}^{\text{скр}} = \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot T_{\text{вх}}}{0,2 \cdot [\tau_k]}};$$

$$d_{\text{вих.вал}}^{\text{скр}} = \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot T_{\text{вих.макс}}}{0,2 \cdot [\tau_k]}}; \quad (18)$$

де $T_{\text{вх}}$ – обертальний момент на вхідному валу, Н·м;

$T_{\text{вих.макс}}$ – максимальний обертальний момент на вихідному валу, Н·м;

$[\tau_k]$ – допустиме напруження при скручуванні, МПа.

Для обчислення діаметрів валів з умови жорсткості необхідно розглянути наступну розрахункову схему (рис. 4). На цьому рисунку L_1, L_{s+1} – відстані від опор до торців відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової КП); L_2, \dots, L_s – відстані між торцями відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової КП). Згідно з цими позначеннями отримаємо розрахункову схему.

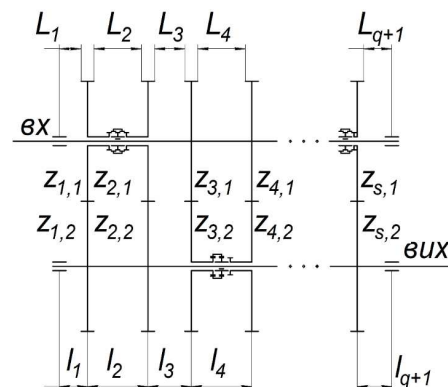


Рисунок 4 – Схема КП

На рисунку 4 через l_1, \dots, l_{s+1} позначено характеристичні відстані вала, які визначаються, з урахуванням ширини вінців зубчастих коліс, за такими формулами:

$$l_1 = L_1 + b_{w1} \cdot 0,5;$$

$$l_2 = L_2 + (b_{w1} + b_{w2}) \cdot 0,5;$$

$$\dots$$

$$l_s = L_s + (b_{ws} + b_{w(s-1)}) \cdot 0,5;$$

$$l_{s+1} = L_{s+1} + b_{ws} \cdot 0,5. \quad (19)$$

Момент інерції для круглого перетину через діаметр вала d обчислюється за формулою

$$I = \frac{\pi d^4}{64}. \quad (20)$$

Таким чином можуть бути розраховані прогини для кожної передачі точок осей валів у площині, що проходить через них.

Допустиме сумарне розходження осей в площині валів для співвісних ступінчастих зубчастих приводів згідно з [14] може бути не більше 0,2...0,3 мм, зокрема для КП прийнято $[y_{\Sigma}] = 0,2$ мм.

При прогині валів повинна дотримуватися умова:

$$[y_{\Sigma}] = y_{2,2} - y_{2,1}; \dots; [y_{\Sigma}] = y_{s,2} - y_{s,1}. \quad (21)$$

Відповідно, через умови дотримання вимог прогину валів можуть бути знайдені моменти інерції перетинів, а через них можемо знайти діаметри валів:

$$d_{1,1} = \sqrt[4]{\frac{I_{1,1} \cdot 64}{\pi}}; \dots; d_{s,2} = \sqrt[4]{\frac{I_{s,2} \cdot 64}{\pi}}. \quad (22)$$

Довжина валу

$$l_{\text{вал}} = (l_1 + \dots + l_{s+1}) \quad (23)$$

Діаметри валів:

$$\begin{aligned} d_{\text{вх.вал}} &= \max(d_{\text{вх.вал}}^{\text{скр}}, d_{1,1}, \dots, d_{s,1}); \\ d_{\text{вих.вал}} &= \max(d_{\text{вх.вал}}^{\text{скр}}, d_{1,2}, \dots, d_{s,2}). \end{aligned} \quad (24)$$

Тоді маси вхідного та вихідного валів будуть дорівнювати

$$\begin{aligned} M_{\text{вх.вал}} &= \frac{\pi \cdot \left(\max(d_{\text{вх.вал}}^{\text{скр}}, d_{1,1}, \dots, d_{s,1}) \right)^2}{4} \times \\ &\quad \times (l_1 + \dots + l_{s+1}) \rho_{\text{вх.вал}}, \\ M_{\text{вих.вал}} &= \frac{\pi \cdot \left(\max(d_{\text{вх.вал}}^{\text{скр}}, d_{1,2}, \dots, d_{s,2}) \right)^2}{4} \times \\ &\quad \times (l_1 + \dots + l_{s+1}) \rho_{\text{вих.вал}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Максимальний діаметр приймається у зв'язку з тим, що вали КП традиційно виготовляються практично без ступенів за найбільшим з розрахункових діаметрів.

Масу картера КП будемо орієнтовно обчислювати як масу оболонки паралелепіпеда з відповідною товщиною стінок на кожній з граней (e_1, e_2, e_3, e_4).

Товщини стінок на даному етапі можна брати з прототипної КП.

Довжину паралелепіпеда (картера КП) умовно приймемо рівною $L_{\text{кар}} = F_L^{\text{ДвКП}}$.

Використання цільової функції для довжини КП як довжини паралелепіпеда дає змогу більш точ-

но розрахувати останню, бо на даному етапі всі значення для $F_L^{\text{ДвКП}}$ відомі, а для її обчислення використовуються змінні проектування.

Також з тією ж метою доцільно використати цільову функцію для міжосьової відстані при розрахунку висоти картера.

Висоту знайдемо як

$$\begin{aligned} H_{\text{кар}} &= \frac{F_a^{\text{ДвКП}}}{s} + \frac{\max(d_{1,1}, \dots, d_{s,1})}{2} + \\ &\quad + \frac{\max(d_{1,2}, \dots, d_{s,2})}{2} + h_{\text{додат}}. \end{aligned} \quad (26)$$

У формулі (26) величина $h_{\text{додат}}$ враховує зазор між найбільшим колесом та дном картера, а також простір, необхідний для розміщення механізму перемикання передач, тоді

$$\begin{aligned} H_{\text{кар}} &= \frac{F_a^{\text{ДвКП}}}{s} + \frac{\max(d_{1,1}, \dots, d_{s,1})}{2} + \\ &\quad + \frac{\max(d_{1,2}, \dots, d_{s,2})}{2} + h_{\text{додат1}} + h_{\text{додат2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Ширину картера обчислимо за формулою

$$S_{\text{кар}} = \max(d_{1,1}, d_{1,2}, \dots, d_{s,1}, d_{s,2}) + s_{\text{додат}}. \quad (28)$$

У (28) величина $s_{\text{додат}}$ враховує зазор між найбільшим колесом та стінками картера КП.

Підсумовуючи усі залежності, масу картера запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} \sum M_{\text{кар}}^{\text{ДвКП}} &= (L_{\text{кар}} \cdot H_{\text{кар}} \cdot 2e_1 + S_{\text{кар}} \cdot H_{\text{кар}} \cdot 2e_2 + \\ &\quad + L_{\text{кар}} \cdot S_{\text{кар}} \cdot e_3 + L_{\text{кар}} \cdot S_{\text{кар}} \cdot e_4) \cdot \rho_{\text{кар}}. \end{aligned} \quad (29)$$

де $\rho_{\text{кар}}$ – густина матеріалу картеру.

Як і для попередніх цільових функцій, змінні проектування залишаються тими ж самими, бо вони впливають на маси всіх елементів КП. Така побудова моделі, коли для різних критеріїв (цільових функцій) використовуються однакові змінні проектування, є зручною у розв'язанні, бо у рамках одної постановки задачі можливо обчислювати різні цільові функції.

Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є максимальна ймовірністю безвідмовної роботи. Також у якості критерію можливо використати деяку «інтегральну» величину, яка містить в собі всі розрахункові коефіцієнти рівня напруженості за згинними та контактними напруженнями. Як відомо, згідно стандарту на розрахунок зубчастих зачеплень, для кожної передачі у результаті розрахунків проектувальник отримує набір напружень: $\sigma_H, \sigma_{HP}, \sigma_{F1}, \sigma_{FP1}, \sigma_{F2}, \sigma_{FP2}$ – діючі та допустимі (P) напруження контакту (H) і згину (F). Введемо коефіцієнти рівня напруженості, відповідно за контактом та згином, як:

$$K_{nH} = \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H}; K_{nF1} = \frac{\sigma_{FP1}}{\sigma_{F2}}; K_{nF2} = \frac{\sigma_{FP2}}{\sigma_{F2}}. \quad (30)$$

При розрахунковому коефіцієнті рівня напруженості менше одиниці – передача є перевантаженою, тобто неробочою; якщо всі три коефіцієнти дорівнюють одиниці – ми отримуємо ідеальну передачу; коефіцієнти рівня напруженості більше одиниці – говорить про наявність резерву міцності. Наближення до одиниці – наближення до ідеальної передачі.

Для двохвальної КП кількість розрахункових коефіцієнтів рівня напруженості буде дорівнювати $3s$. Є можливість об'єднати їх у єдиний характеристичний параметр, завдяки якому можна буде оцінити набір параметрів проектування та, відповідно, розрахункові коефіцієнти рівня напруженості зубчастих передач.

Було запропоновано звернутись до теорії надійності технічних систем (ТС), яка оперує структурно-логічними схемами та ймовірностями безвідмовної роботи. У теорії надійності вказано, що для послідовно з'єднаних n елементів вірогідність безвідмовної роботи всієї системи буде дорівнювати добутку вірогідностей безвідмовної роботи всіх елементів:

$$p = \prod_{i=1}^n p_i. \quad (31)$$

Для паралельно з'єднаних m елементів вірогідність безвідмовної роботи всієї системи буде визначатися за наступною залежністю:

$$p = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - p_j]. \quad (32)$$

У якості елементів структурно-логічної схеми використаємо зубчасті передачі, які розташовуються у схемі двохвальної КП паралельно. Кожен елемент структурно-логічної схеми характеризується трьома ймовірностями безвідмовної роботи ($p(K_{nH})$; $p(K_{nF1})$; $p(K_{nF2})$), що відповідають розрахунковим коефіцієнтам рівня напруженості за контактом та згином. Вказані вірогідності у межах елемента пов'язані логічним «І», тобто перемножуються, бо невиконання навіть однієї з умов міцності за контактом або згином призведе до виходу КП з ладу. Структурно-логічна схема зубчастих зачеплень двохвальної КП наведена на рисунку 5.

Виходячи з залежностей для ймовірностей у випадках паралельного та послідовного з'єднання елементів, вірогідність безвідмовної роботи P всієї системи буде дорівнювати:

$$P_{\text{ДвКП}} = 1 - \prod_{j=1}^s [1 - p(K_{nHj}) \cdot p(K_{nFj1}) \cdot p(K_{nFj2})]. \quad (33)$$

Вірогідність безвідмовної роботи залежить від коефіцієнту запасу. Пропонується зробити припущення, що вказана залежність є лінійною функцією, а у якості базової точки прийняти значення коефіцієнтів запасу, що наведені у ГОСТ 21354-87 при вірогідності безвідмовної роботи зубчастого зачеплення 0,99.

Таким чином у проектувальника з'являється можливість пов'язати набір параметрів проектування зубчастих зачеплень КП з вірогідністю безвідмовної роботи.

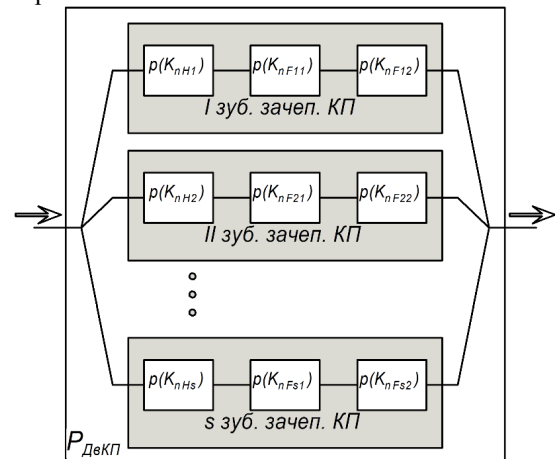


Рисунок 5 – Структурно-логічна схема зубчастих зачеплень двохвальної КП:

$p(K_{nH1}), p(K_{nF11}), p(K_{nF12}), \dots, p(K_{nHs}), p(K_{nFs1}), p(K_{nFs2})$ – вірогідності безвідмовної роботи зубчастих зачеплень за контактом та згином

Висновки:

1. Доведено актуальність науково-практичної задачі формування критеріїв та цільових функцій при раціональному проектуванні двохвальних КП. Це дає змогу зрозуміти необхідність висвітлення вказаної теми та проведення відповідних досліджень та наукових викладок стосовно питання.

2. Виділені найбільш значущі масогабаритні характеристики двохвальних КП з точки зору проектування транспортного засобу, які й використано у якості критеріїв для оптимально-раціонального проектування. А саме: міжосьова відстань, яка визначає розташування валів КП та її висоту, довжина КП, яка визначає один з основних габаритних розмірів КП, маса КП, зменшення якої може бути обумовлено вимогами до технічного об'єкта, а також приводить до зменшення використаного матеріалу і споживання енергетичних ресурсів, ймовірність безвідмовної роботи.

3. Записані цільові функції, що відповідають критеріям оптимально-раціонального проектування, які відображаються функціональними залежностями між геометро-конструктивними параметрами та масогабаритними характеристиками, а також враховують аспекти міцності основних елементів двохвальних КП.

4. Визначені змінні проектування: відповідні модулі пар зубчастих коліс, числа зубців коліс, кути нахилу зубців у зачепленнях. Такий перелік змінних проектування є мінімалістичним та дає змогу якісно охарактеризувати систему КП та сформувати складові моделі раціонального проектування.

Список літератури

1. Harald Naunheimer, Bernd Bertsche, Joachim Ryborz. *Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application*. Springer, 2010. 741 p.
2. Stephen P. Radzevich. *Advances in Gear Design and Manufacture*. CRC Press, 2019. 569 p.
3. Alec Stokes. *Manual Gearbox Design*. Butterworth-Heinemann, 1992. 172 p.

4. Thomas Ask. *Engineering for Industrial Designers and Inventors* O'Reilly, 2016. 216 p.
5. Charles D. Schultz. *Introduction to Gear Design*. Beyta Gear Service, 2015. 75 p.
6. Бондаренко О. В., Устиненко О. В. Оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач. *Вісник Національного Політехнічного Інституту «Харківський Політехнічний Інститут»: тематичний випуск «Машинознавство та САПР»*. Харків, НТУ «ХПІ», 2012, № 22, с. 16–27.
7. Бондаренко О. В. Суміщення методів LPr-пошуку та звуження околив при оптимізації тривальних коробок передач. *Механіка та машинобудування*. Харків, НТУ «ХПІ», 2010, № 1, с. 78–84.
8. О.В. Бондаренко, О.В. Устиненко, В.І. Сєриков. Рациональное проектирование зубчатых цилиндрических двоступенчатых редукторов с учетом равной напряженности зацепления. *Вісник Національного Політехнічного Інституту «Харківський Політехнічний Інститут»: тематичний випуск «Проблеми механічного приводу»*. Харків, НТУ «ХПІ», 2015, № 15, с. 23–27.
9. Mirjalili S. (2015). Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm. *Knowledge-Based Systems*, no. 89, pp. 228–249.
10. Topal A. O., Altun O. (2016). A novel meta-heuristic algorithm: dynamic virtual bats algorithm. *Information Sciences*, no. 354, pp. 222–235.
11. Hashim F. A., Houssein E. H., Mabrouk M. S., Al-Atabany W., Mirjalili S. (2019). Henry gas solubility based algorithm. *Future Generation Computer Systems*, no. 101, pp. 646–667.
12. Abdelazim G. Hussien, Mohamed Amin, Mingjing Wang, Guoxi Liang, Ahmed Alsanad, Abdu Gumaedi, Huiling Chen. (2016). Crow Search Algorithm: Theory, Recent Advances, and Applications. *IEEE Access*, vol. 4, no. 3024108, pp. 1–22.
13. Xinjie Yu, Mitsuo Gen. *Introduction to Evolutionary Algorithms*. Springer, 2010. 433 p.
14. Bondarenko O., Ustynenko O., Serykov V. (2020). Solving the problem of rational design for a two-stage reducer by using a modified evolutionary algorithm. *Proceedings of 7th International BAPT Conference Dedicated to the 90th Anniversary of Prof. Kiril Arnaudov «Power Transmissions 2020» June 10–13, 2020, Borovets, Bulgaria*. Sofia, Bulgaria: Scientific-technical union of mechanical engineering «Industry-4.0», pp. 115–122.
4. Thomas Ask. *Engineering for Industrial Designers and Inventors* O'Reilly, 2016. 216 p.
5. Charles D. Schultz. *Introduction to Gear Design*. Beyta Gear Service, 2015. 75 p.
6. Bondarenko O. V., Ustynenko O. V. Optymizatsiyi spivvisnykh stupinchastykh pryvodiv mashyn po masohabarytnym kharakterystykam na prykladі tryval'nykh korobok peredach [Optimization of coaxial step machine drives the weight and size characteristics on the example of three-shaft gearboxes]. *Visnyk NTU «KhPI». Tematychnyj vypusk «Mashynoznavstvo ta SAPR»* [Bulletin of the NTU «KhPI». Thematic issue Engineering and CAD]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2012, no. 22, pp. 16–27.
7. Bondarenko O. V. Sumishchennya metodiv LPr-poshuku ta zvuzhennya okoliv pry optymizatsiyi tryval'nykh korobok peredach [Combination of methods of LPr-search and narrowing of ranges during optimization of three-shaft gearboxes]. *Mekhanika ta mashynobuduvannya* [Mechanics and machine building]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2010, no. 1, pp. 78–84.
8. O.V. Bondarenko, O.V. Ustynenko, V.I. Serykov. Racional'ne proektuvannya zubchastih cilindrichnih dvostupinchastih reduktoriv z urahuvannjam rivnja napruzhenosti zacheplen' [The rational design of two-stage cylindrical gear reducers taking into account level of gears tension]. *Visnik Nacional'nogo Politehnicnogo Institutu «Kharkiv'skij Politehnicnij Institut»: tematicnij vipusk «Problemi mehanicnogo privodu»* [Bulletin of the NTU «KhPI». Thematic issue Problems of mechanical drive]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2015, no. 15, pp. 23–27.
9. Mirjalili S. (2015). Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm. *Knowledge-Based Systems*, no. 89, pp. 228–249.
10. Topal A. O., Altun O. (2016). A novel meta-heuristic algorithm: dynamic virtual bats algorithm. *Information Sciences*, no. 354, pp. 222–235.
11. Hashim F. A., Houssein E. H., Mabrouk M. S., Al-Atabany W., Mirjalili S. (2019). Henry gas solubility based algorithm. *Future Generation Computer Systems*, no. 101, pp. 646–667.
12. Abdelazim G. Hussien, Mohamed Amin, Mingjing Wang, Guoxi Liang, Ahmed Alsanad, Abdu Gumaedi, Huiling Chen. (2016). Crow Search Algorithm: Theory, Recent Advances, and Applications. *IEEE Access*, vol. 4, no. 3024108, pp. 1–22.
13. Xinjie Yu, Mitsuo Gen. *Introduction to Evolutionary Algorithms*. Springer, 2010. 433 p.
14. Bondarenko O., Ustynenko O., Serykov V. (2020). Solving the problem of rational design for a two-stage reducer by using a modified evolutionary algorithm. *Proceedings of 7th International BAPT Conference Dedicated to the 90th Anniversary of Prof. Kiril Arnaudov «Power Transmissions 2020» June 10–13, 2020, Borovets, Bulgaria*. Sofia, Bulgaria: Scientific-technical union of mechanical engineering «Industry-4.0», pp. 115–122.

References (transliterated)

1. Harald Naunheimer, Bernd Bertsche, Joachim Ryborz. *Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application*. Springer, 2010. 741 p.
2. Stephen P. Radzevich. *Advances in Gear Design and Manufacture*. CRC Press, 2019. 569 p.
3. Alec Stokes. *Manual Gearbox Design*. Butterworth-Heinemann, 1992.

Надійшла (received) 30.06.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Бондаренко Олексій Вікторович / Bondarenko Oleksiy – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», докторант кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (067) 189-97-00; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2693-5301>; e-mail: avbondko@gmail.com

Устиненко Олександр Віталійович / Ustynenko Oleksandr – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (093) 398-33-83; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6714-6122>; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org

Протасов Роман Васильович / Protasov Roman – PhD in Eng. S., Словацький технічний університет в Братиславі, старший викладач кафедри автомобільної інженерії та конструювання; м. Братислава, Словаччина; тел.: +421-949-352-655; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1611-0610>; e-mail: roman.protasov@stuba.sk

Андрієнко Сергій Володимирович / Andrienko Sergij – Харківський національний автомобільно-дорожній університет, викладач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-37-24; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4310-3128>; e-mail: andrsergejjsv@gmail.com