

В. І. ГНІТЬКО**ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ РУДОРІЗМОЛЬНИХ МЛИНІВ**

На основі розробленої методики та спеціалізованої програми розрахунку оболонок обертання вирішено задачу визначення переміщень і напружень в рудорозмельних млинах при несиметричному навантаженні. Рудорозмельні млини є складними конструкціями, які можуть розглядатися як складені розгалужені оболонки обертання, підкріплені ребрами. Методи розрахунку таких конструкцій з урахуванням меридіональних ребер за теорією конструктивно-ортотропних оболонок розроблені досить добре. У розрахункових схемах цих пакетів програм враховується власна вага барабана, вага кульового завантаження та реакція опор, тоді як у цій спеціалізованій програмі додатково враховані відцентрові сили барабана, пульпи та футеровки, реалізовано розгалуження меридіана барабана, а також розглянуто можливість спірання цапфи на один або два підшипники, рознесені у перерізі цапфи під кутом φ . Розглянуті конструкції, навантажені власною вагою, вагою футеровки у вигляді броньових плит, а також вагою руди, яка в суміші з водою подрібнюється металевими шарами чи стрижнями, що знаходяться в циліндричному барабані. Подрібнення руди відбувається внаслідок обертання конструкції, розташованої горизонтально, яка спирається на підшипники ковзання. Це вимагає врахування відцентрових сил вказаних мас, а також з боку підшипників. Детально описано обчислення навантажень та їх подання рядами Фур'є. Всебічно розглянуто питання врахування жорстких зсувів при розрахунку конструкції. У висновку представлені результати дослідження напружено-деформованого стану рудорозмельних млинів.

Ключові слова: розгалужені оболонки обертання, несиметричне навантаження, врахування відцентрових сил, ряди Фур'є

V. HNITKO**RESEARCH OF STRESS-STRAIN STATE OF ORE GRINDING MILLS**

Over the past decades, computing complexes based on finite element methods, such as "MARS," "Lira," "ASKA," "ADINA," "COSMOS," "ANSYS," etc., have been developed and are now successfully operational. However, alongside the development of powerful universal computing packages for various applications, there is a growing trend towards specialized complexes tailored to solve specific practical problems. This trend is driven by the advancement of automation systems for designing both typical structures and computer codes. In this paper, we address the problem of determining displacements and stresses in ore-grinding mills under asymmetric loading, based on a developed methodology and a specialized program for calculating the shells of revolution. Ore-grinding mills are complex structures resembling stacked branched shells of revolution supported by fins. The methods for calculating such structures, considering meridian edges, in accordance with the theory of constructive-orthotropic shells, are well-developed. While the calculation schemes of general-purpose program packages account for the self-weight of the drum, the weight of the ball loading, and the reaction of the supports, our specialized program additionally considers centrifugal forces of the drum, pulp, and inwall. It also accounts for the branching of the drum meridian and the possibility of the tip resting on one or two bearings, positioned at an angle φ in the tip section. These structures are loaded with their own weight, the weight of the inwall in the form of armored plates, as well as the weight of the ore, which, when mixed with water, is crushed by metal layers or rods located in a cylindrical drum. The crushing of ore occurs due to the rotation of the structure, which is horizontally positioned and supported by sliding bearings. This necessitates accounting for the centrifugal forces of the specified masses, as well as reactions from the bearings. Detailed description of load calculation and their representation by Fourier series is provided, along with a comprehensive consideration of taking rigid shifts into account when calculating the structural strength. The results of the study on the stress-strain state and strength of ore grinding mills are presented comprehensively.

Keywords: composite shells of revolution, asymmetrical load, rotation of centrifugal forces, Fourier series

Вступ. Аналіз останніх досліджень і публікацій. Мета роботи. Протягом останніх десятиліть успішно функціонують обчислювальні комплекси, розроблені на основі методу скінченних елементів (МСЕ), такі як «МАРС», «Ліра», «ASKA», «ADINA», «COSMOS», «ANSYS» та інші. Але разом із створенням потужних універсальних обчислювальних пакетів прикладних програм для різних задач зростає тенденція до розробки спеціалізованих комплексів, призначених для вирішення конкретних практичних проблем. Це пов'язано з розвитком систем автоматизації проектування типових конструкцій та засобів обчислювальної техніки. У роботі на основі розробленої методики та спеціалізованої програми розрахунку оболонок обертання розв'язано задачу визначення переміщень і напружень в рудорозмельних млинах при несиметричному навантаженні.

Рудорозмельні млини є складними конструкціями, які можуть розглядатися як складені розгалужені оболонки обертання, підкріплені ребрами. Методи розрахунку таких конструкцій з урахуванням меридіональних ребер за теорією конструктивно-ортотропних оболонок розроблені досить добре [1–4]. У розрахункових схемах, що запропоновані в цих роботах, враховується власна вага барабана, вага кульового завантаження та реакція опор, тоді як у розробленій спеціалізованій програмі додатково

враховані відцентрові сили барабана, пульпи та футеровки, реалізовано розгалуження меридіана барабана, а також розглянута можливість спірання вістря на один або два підшипники, розташовані в секції вістря під кутом φ . Розглянуті конструкції навантажені власною вагою, вагою футеровки у вигляді броньових плит, а також вагою руди, яка в суміші з водою подрібнюється металевими кульками чи стрижнями, що знаходяться в циліндричному барабані [5]. Подрібнення руди відбувається внаслідок обертання конструкції, що розташована горизонтально і опирається на підшипники ковзання. Це вимагає врахування відцентрових сил вказаних мас, а також реакцій з боку підшипників. Обчислення навантажень та їх зображення рядами Фур'є детально описано в роботі [6]. В [7, 8] всебічно розглянуто питання врахування жорстких зсувів при розрахунку конструкції. Подані результати дослідження напружено-деформованого стану (НДС) рудорозмельних млинів [9–12].

Формулювання задачі та розрахункова схема конструкції. Барабан рудорозмельного млина (рис. 1) є конструкцією обертання з горизонтальною віссю. Її основною частиною є тонкостінна циліндрична оболонка з торцевими стінками у вигляді кільцевих пластин або пологих конічних оболонок, що

© В. І. Гнітько, 2024

переходять в цапфи, які мають форму циліндричних оболонок і опираються на підшипники ковзання. Основний циліндр барабана та його торцеві стінки облицьовані броньовими плитами, які з'єднуються болтами. Торцеві стінки приєднуються до основного циліндричного барабана за допомогою фланців болтами. Ці стінки та частково основний барабан в місці з'єднання з торцевими стінками підкріплені ребрами. Барабан заповнений металевими кульками або стрижнями, які розмелюють руду, що надходить через

ліву цапфу разом з водою. Руда, яку розмелюють, разом з водою утворюють пульпу, яка виходить через циліндричну праву цапфу. До кінця правої цапфи приєднане колесо великого діаметру з зубчастим вінцем, яке приводиться в обертання електромотором. Окрім зубчастого колеса справа за ним слідує певна частина конструкції, яка не підлягає розрахунку, але її силовий вплив вважається необхідним враховувати.

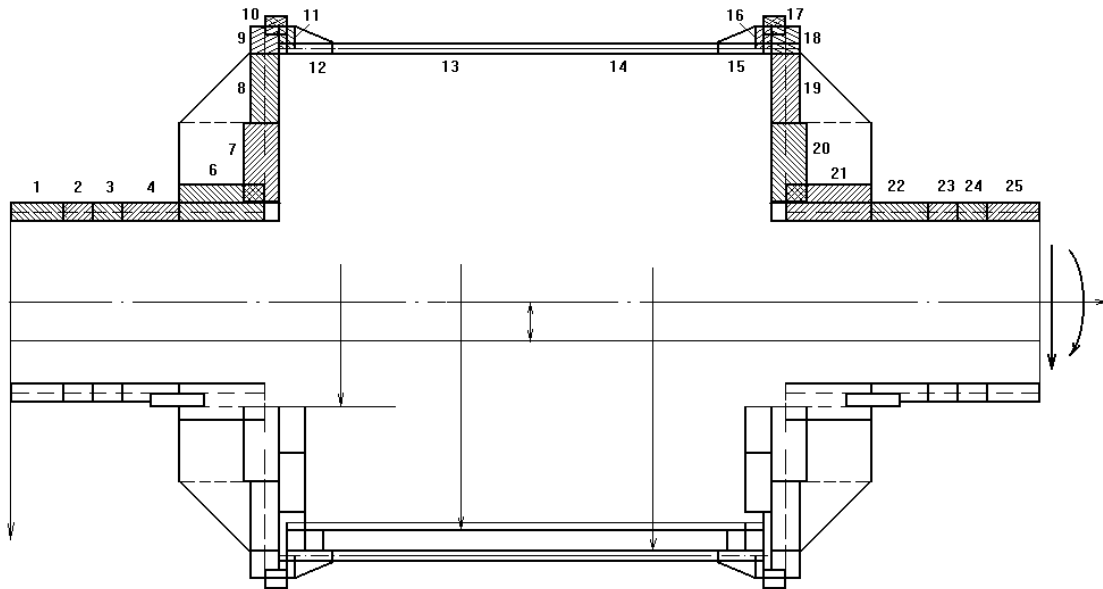


Рисунок 1 – Загальний вигляд барабана рудорозмельного млина

Основними навантаженнями, що діють на конструкцію, є вага пульпи та кульок, вага футеровки, відцентрові сили пульпи та футеровки. Вага оболонок, які складають конструкцію, та їхні власні відцентрові сили мають вторинне значення, але можуть бути легко враховані. Крім того, на конструкцію діє вага привідного зубчастого колеса. До місця його кріплення доцільно застосувати додаткову розподілену силу та момент від конічної оболонки, що звисає справа.

У розрахунковій схемі (рис. 1) описана конструкція визначається послідовністю сегментів: циліндричних, конічних оболонок і круглих пластин. Болти, що з'єднують фланці торцевих стінок з основним циліндричним барабаном, також замінюються ділянками циліндричних оболонок відповідної товщини. Такі ділянки надалі називають болтовими сегментами. На схемі вони відповідають 10-му та 17-му сегментам. Ребра в розрахунковій схемі урахуємо в середньому в окружному напрямку, так, якби їхні жорсткості в окружному напрямку були рівномірно розподілені. Сегменти 6–8, 11 та 12, а також 15, 16, 19–21 підкріплені ребрами. Сегменти 2 і 3, а також 23 і 24 виділені у циліндричній оболонці у зв'язку з тим, що на них діє реакція з боку підшипників, на які опирається конструкція, представлені на рис. 1. Кожний підшипник представлений двома однаковими сегментами, їх середини закріплені. Пульпа разом із кульками розглядається як рідина із певною власною вагою. Ця рідина розташована симетрично

відносно вертикальної площини, що проходить через вісь обертання барабана.

Відцентрові сили пульпи також враховуються наближено. Відзначимо ще одне наближення: нормальну складову тиску на торцеву стінку ми вважаємо співпадаючою з осью. У випадку, коли торцева стінка – диск, це припущення виконується, але для пологої конічної оболонки воно виконується приблизно. Потреба в такому наближенні пов'язана з тим, що броньові плити, що покривають конічну оболонку, займають майже повністю той об'єм, який розташований між середньою поверхнею конічної оболонки та площиною, перпендикулярною осі, яка проходить через основу конуса. Відсутність цього об'єму змушує використовувати зазначене спрощення, щоб не порушити рівновагу конструкції.

Навантаження, що діють на конструкцію, та їх подання рядами Фур'є. Навантаженнями, які діють на барабан рудорозмельного млина, є: власна вага оболонок та броньових плит; відцентрові сили оболонок, броньових плит та пульпи; гідростатичний тиск пульпи; нормальний тиск з боку підшипників (реакція опори).

Власна вага оболонок і вага броньових плит дають внесок лише в першу гармоніку ряду Фур'є. Відцентрові сили оболонок і броньових плит є осьовими і дають внесок лише в нульову гармоніку ряду Фур'є. Гідростатичний тиск пульпи, її відцентрові сили і нормальний тиск з боку підшипників вимагають подання їх рядами Фур'є.

Крім зазначених навантажень, на конструкцію діє вага зубчастого вінця, яка враховується крайовим розподіленням навантаження. Також можливий розгляд ваги частини конструкції, що звисає справа, і моменту від її ваги. Ці навантаження також вносять внесок лише в першу гармоніку ряду Фур'є.

На рис. 2 показано переріз барабана площиною, перпендикулярною його осі. Припускається, що рівень пульпи не досягає середини на величину h . У випадку, якщо рівень пульпи вищий за вісь, то $h < 0$. На рис. 2 також показано кут охоплення ψ_0 і радіус внутрішньої поверхні r_0 .

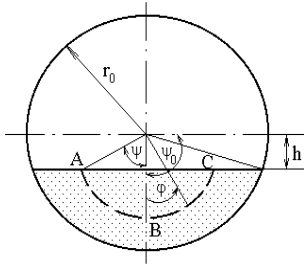


Рисунок 2 – Переріз барабана площиною, перпендикулярною його осі

Розглянемо тиск пульпи вздовж дуги радіуса r , позначеної пунктиром на рис. 2, в залежності від поточного кута, який відраховується від вертикальної площини проти годинникової стрілки. Цій дузі ABC відповідає кут охоплення ψ . Розглянемо нормальний гідростатичний тиск q_n^γ . Тиск пульпи на дузі r визначається наступним чином: якщо $h > 0$ та $r > h$, то

$$\psi = \arctg \frac{\sqrt{r^2 - h^2}}{h}, \quad -\psi \leq \phi \leq \psi; \quad (1)$$

$$q_n^\gamma = \gamma(r \cos \phi - h); \quad (2)$$

якщо $h > 0$, але $r \leq h$, то $q_n^\gamma = 0$.

У випадку $h < 0$

$$\psi = \begin{cases} \arctg \frac{\sqrt{r^2 - h^2}}{h} + \pi; r > |h| \\ \pi; r \leq |h| \end{cases} \quad (3)$$

та для значень $-\psi \leq \phi \leq \psi$ $q_n^\gamma = \gamma(r \cos \phi - h)$.

Розглянемо тепер нормальний тиск q_n^ω , який діє вздовж дуги ABC радіуса r (рис. 2), але викликаний відцентрованими силами пульпи. Для обчислення q_n^ω використовуємо наближене подання, яке полягає в тому, що сегмент ABCA обертається навколо осі O як ціле зі швидкістю ω . Тоді відцентрована сила сегмента одиничної товщини дорівнює

$$P_c = \frac{\gamma}{g} r_c \omega^2 F, \text{ де } g - \text{прискорення сили тяжіння; } F -$$

площа сегмента, а $r_c = \frac{2r^3 \sin^3 \psi}{3F}$ – радіус центра тяжіння.

У підсумку отримаємо

$$P_c = \frac{\gamma}{g} \omega^2 \frac{2}{3} r^3 \sin^3 \psi. \quad (4)$$

Для $h > 0$ і $r \geq h$ кут ψ визначається формулою (1). Припускаючи, що нормальний тиск q_n^ω за дугою ABC визначається законом $q_n^\omega = q_{n_0}^\omega \cos \frac{\pi}{2\psi} \phi$, отримуємо

$$q_n^\omega = \frac{P_c}{C} \cos \frac{\pi}{2\psi} \phi, \quad -\psi \leq \phi \leq \psi, \quad (5)$$

де константа C визначається з умови, що

$$P_c = \int_{-\psi}^{+\psi} q_n^\omega r d\phi \cos \phi. \quad (6)$$

Для $r = h$ сегмент стискається в точку. Звідки випливає, що для $r \leq h, h \geq 0$ $q_n^\omega = 0$.

У випадку від'ємних h для $r > |h|$ кут ψ визначається формулою (3), та співвідношення (4)–(6) зберігають силу. Але при $r \leq |h|$ сегмент трансформується в коло, тоді відцентровану силу кола, що розглядається як ціле, варто вважати нульовою.

Константу C знаходимо, з (5) - (6) та виконуючи інтегрування. Тоді маємо

$$C = \begin{cases} r\psi \left[1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right], & |\beta| \leq \epsilon, \\ r\psi \left[\frac{\sin \beta}{\beta} + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right], & |\beta| \leq \epsilon. \end{cases} \quad (7)$$

Тут $\alpha = \frac{\pi + 2\psi}{2}$; $\beta = \frac{\pi - 2\psi}{2}$; ϵ – мале число, таке, яке з достатньою точністю варто розглядати як $\sin \epsilon / \epsilon = 1$.

Перейдемо до визначення реакцій в опорах, відзначимо, що при проектуванні рудорозмельних млинів використовують два типи підшипників (рис. 3): гідродинамічні і гідростатичні. Для гідродинамічних підшипників (рис. 3 а, в) розподіл сил в опорі близький до косінусоїдального, а для гідростатичних (рис. 3, б) – це розподіл по площі дії реакції постійний. Врахуємо також, що для млинів великого діаметра (4,5÷5 м) часто необхідно встановлювати два підшипники, розташовані в перерізі цапфи під кутом ϕ (див. рис. 3, в).

Нормальний тиск q_n^R зі сторони гідродинамічного підшипника розподіляється згідно з законом косінуса в межах кута охоплення підшипника, який ми позначимо літерою ψ_n . Тоді

$$q_n^R = \frac{R}{C} \cos \frac{\pi}{2\psi_n} \varphi, \quad -\psi_n \leq \varphi \leq \psi_n, \quad (8)$$

де R – реакція підшипника, що припадає на одиницю його довжини;

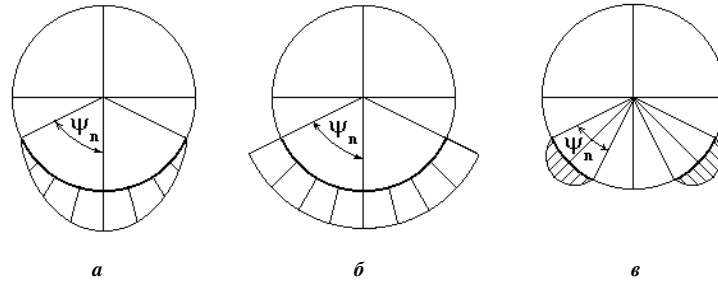


Рисунок 3 – Розподіл сил в підшипниках

Отримані вище вирази для гідростатичного тиску пульпи (2), тиску від відцентрових сил пульпи (5) і тиску підшипника (8) подамо рядами Фур'є. Наведемо розклади Фур'є для функцій зміни навантажень за окружною координатою і визначимо коефіцієнти цих розкладів. Записуючи для функції

$$f(\varphi) = \begin{cases} \cos \varphi, & -\psi \leq \varphi \leq \psi; \\ 0, & \psi < \varphi \leq \pi - \psi \end{cases}$$

ряд Фур'є у вигляді

$$f(\varphi) = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^n b_k \cos k\varphi \quad (9)$$

та визначивши коефіцієнти b_0, b_1, \dots як

$$b_0 = \frac{2}{\pi} \sin \psi, \quad b_1 = \frac{\sin 2\psi}{2\pi} + \frac{\psi}{\pi},$$

$$b_k = \left[\frac{\sin(k+1)\psi}{k+1} + \frac{\sin(k-1)\psi}{k-1} \right], \quad k = 2, 3, \dots \quad (10)$$

для функції

$$f_1(\varphi) = \begin{cases} 1, & -\psi \leq \varphi \leq \psi; \\ 0, & \psi < \varphi < \pi - \psi \end{cases}$$

отримаємо ряд Фур'є у вигляді

$$f_1(\varphi) = \frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k\varphi, \quad (11)$$

де

$$C_0 = \frac{2}{\pi} \psi, \quad C_k = \frac{2}{\pi k} \sin k\varphi. \quad (12)$$

Шукану функцію гідростатичного тиску подамо у вигляді

$$q_n^\gamma = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\varphi.$$

Враховуючи (2) та розклади (9)–(12), знаходимо

$$a_k = \gamma(r b_k - h C_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

C – стала, обчислена за формулою (7), де в якості ψ треба узяти ψ_n .

Одержимо далі розклад функції

$$f_3(\varphi) = \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2\psi} \varphi, & -\psi \leq \varphi \leq \psi, \\ 0, & -\psi > \varphi > \psi \end{cases}$$

у ряд Фур'є

$$f_3(\varphi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k\varphi.$$

Коефіцієнти ряду визначаються співвідношеннями

$$A_0 = \frac{4\psi}{\pi},$$

$$A_k = \begin{cases} \frac{\psi}{\pi} \left[1 + \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} \right], & |\beta_k| < \varepsilon, \\ \frac{\psi}{\pi} \left[\frac{\sin \beta_k}{\beta_k} + \frac{\sin \alpha_k}{\alpha_k} \right], & |\beta_k| \geq \varepsilon. \end{cases}$$

Тут $\alpha_k = \frac{\pi + 2\psi k}{2}$, $\beta_k = \frac{\pi - 2\psi k}{2}$, а ε – додатне мале число, про величину якого сказано вище. Коефіцієнти розкладу тиску від відцентрових сил пульпи q_n^ω та тиску підшипників q_n^R відрізняються від A_k множниками P_c/C і $-R/C$ відповідно, причому у випадку визначення навантаження q_n^R величина ψ – половина кута охоплення підшипника. У випадку визначення q_n^ω величина ψ – відома функція і визначається описаним вище способом.

Врахування жорстких зміщень при розрахунках рудорозмельних млинів. Розклад функції переміщень у ряди Фур'є є повним, і тому включає в себе, зокрема, зміщення тіла як жорсткого цілого. Зазначимо, що жорсткі зміщення визначаються амплітудними значеннями нульового і першого членів розкладу. Умови рівноваги не визначають жорстких зміщень тіла, тому розв'язувальна система рівнянь МСЕ є виродженою, поки на жорсткі зміщення не накладено відповідні обмеження. Розглянемо з боку осі обертання Z деякий переріз оболонки площиною

$Z = \text{const}$, перпендикулярною осі Z , при цьому вісь X направимо вниз, а полярний кут φ будемо відраховувати від осі X проти годинникової стрілки. У випадку навантаження, симетричного відносно площини ZOX , повинні бути обмежені зміщення тіла як жорсткого цілого вздовж осі Z , обертання навколо осі Y і зміщення вздовж осі X . Для цього достатньо підпорядкувати амплітудні значення наступним трьома умовами:

$$u_z^0 \Big|_{z=z^*} = 0, \quad (13) \quad u_z^1 \Big|_{z=z_1^*} = 0, \quad (14)$$

$$u_x = u_r^1 \cos \varphi - u_\varphi^1 \sin \varphi \Big|_{\substack{z=z_2^* \\ \varphi=\varphi^*}}. \quad (15)$$

Перша з умов відповідає відсутності зміщення кола середньої поверхні при $z = z^*$, друга – відсутності обертання кола середньої поверхні при $z = z_1^*$. Третій умові (15) відповідає відсутність зміщення точки середньої поверхні при $z = z_2^*$, $\varphi = \varphi^*$ по осі X .

Вибір значення φ^* дозволяє спростити останню умову:

при $\varphi^* = 0$ $u_x = u_r^1 \Big|_{z=z_2^*} = 0, \quad (16)$

при $\varphi^* = \frac{\pi}{2}$ $u_x = -u_\varphi^1 = u_\varphi^1 \Big|_{z=z_2^*} = 0. \quad (17)$

Відсутність впливу умов (13), (14) на деформації очевидна, оскільки u_z^0 і u_z^1 визначають зсув та обертання кола середньої поверхні. Умови (15)–(17) виключають жорсткі зсуви при довільному деформуванні. Аналогічно виконується виключення жорстких зсувів, що містяться у описі антисиметричних зсувів першої гармоніки ряду Фур'є. При загальному розв'язку при використанні N симетричних членів ряду Фур'є для конструкції барабана рудорозмельного млина необхідно мати на увазі, що цей барабан є складеною оболонкою з горизонтальною віссю обертання, яка опирається при $z = z_1$ і $z = z_2$. У зазначених перерізах розташовано по два підшипники. Центри їх площини $\varphi = 0$ знаходяться в точках $\pm \varphi^*$. В цьому випадку фізичні умови закріплення будуть

$$u_{r_1}^* = u_r \Big|_{z=z_1^*} = 0, \quad u_{r_2}^* = u_r \Big|_{z=z_2^*} = 0. \quad (18)$$

Позначимо через u_{rL} , u_{zL} і $u_{rП}$ загальні переміщення центрів лівого та правого підшипників. Значення u_{rL} , u_{zL} і $u_{rП}$ отримуємо, сумуючи ці величини за всіма гармоніками, отриманими при розрахунку. Оскільки $u_{rL} \neq 0$ і $u_{rП} \neq 0$, то умови (18) порушуються. Щоб виконати першу з них, надаємо всій конструкції зсув u_{xD} . Тоді перша умова (18) набуває вигляду

$$u_{r1}^* = u_{rL} + u_{xD} \cos \varphi^* = 0. \quad (19)$$

Щоб виконати другу умову, додатково повернемо всю конструкцію відносно осі y , розташованої в перерізі $z = z_1$, на кут θ_D за годинниковою стрілкою. Тоді з другої умови (18) отримаємо

$$u_{r2}^* = u_{rП} + u_{xD} \cos \varphi^* + \theta_D (z_2 - z_1) \cos \varphi^* = 0. \quad (20)$$

Враховуємо жорстке зміщення конструкції u_{zD} , яке знайдемо з умови $u_z \Big|_{\substack{z=z_1^* \\ \varphi=\varphi^*}} = 0$, що визначає вибір початку відліку зсувів u_z від центра лівого підшипника. Враховуючи зсув u_{zD} , цій умові надаємо вигляду

$$u_{zL} - \theta_D r_1 \cos \varphi^* + u_{zD} = 0. \quad (21)$$

Після обчислення u_{xD} , θ_D , u_{zD} відповідно до формул (19)–(21), знайдемо додаткові зсуви u_{rD} , $u_{\varphi D}$, u_{zD} в усіх точках видачі зсувів за формулами

$$u_{rD} = [u_{xD} + \theta_D (z - z_1)] \cos \varphi, \quad u_{zD} = [u_{zD}^\varphi - \theta_D r] \cos \varphi,$$

$$u_{\varphi D} = -[u_{xD} + \theta_D (z - z_1)] \sin \varphi, \quad \theta_{rD} = \theta_D \cos \varphi.$$

Знайдені додаткові зсуви додаються до відповідних зсувів, отриманих шляхом підсумовування результатів для окремих гармонік.

Результати дослідження напружено-деформованого стану рудорозмельних млинів. Представимо результати розрахунків деформованого та напруженого стану рудорозмельних млинів двох типів конструкції. Перша серія розрахунків проведена для млина типу МШЦ 7000 × 9000 (схема зображена на рис. 1). При розв'язанні задачі використовувалось 30 членів ряду Фур'є, що дозволило достатньо точно обчислити навантаження. Граничні умови, встановлені для осесиметричних ($k = 0$) та антисиметричних ($k = 1$) компонентів навантаження на одному з крайових контурів, редукуються до виключення переміщень конструкції як жорсткого тіла.

На рис. 4 подано недеформований стан (жирна лінія) та деформований стан меридіану конструкції для значень окружної координати $\varphi = 0, \pi/3, \pi$ (значення $\varphi = \pi/3$ відповідає точці закріплення в підшипнику). Як випливає з наведених даних, найбільше значення прогину досягається в середині барабана при $\varphi = 0$.

На рис. 5 зображені розподіли амплітудних значень меридіональних σ_s та колових σ_φ напружень на поверхнях оболонки. Знак "+" відповідає зовнішній поверхні, знак "-" – внутрішній. Максимальні значення мають окружні напруження, які досягають найвищих значень на зовнішній поверхні в середині барабана млина, приблизно 90 МПа. Поблизу підшипників напруження досягають 53 МПа.

На рис. 6, 7 подані розподіли сумарних зміщень

та напружень по окружній координаті в точці закріплення (сегмент 2) та в області дії максимальних напружень (середина сегмента 13). Найбільші напруження виникають в околицях сходження $\varphi = 0$. У цьому випадку напруження в середині барабана на зовнішній поверхні є розтягуючими, а на внутрішній – стискаючими. При $\varphi = \pi/3$ має місце протилежне твердження.

Розглянемо ще один тип конструкції проектованих млинів. Меридіан середньої поверхні такої конструкції, показаний на рис. 8, має розгалужену структуру і поданий 23-а сегментами. На рис. 8 позначені номери вузлів на межах сегментів. Паралельно з описаними раніше діючими навантаженнями при

розв'язанні цієї задачі враховувались сили ваги завантажувального патрубку, прикладені до лівого краю конструкції, і розвантажувального патрубку – до правого краю, а також прикладені в середині конструкції сили ваги ротора електродвигуна та фланця.

На рис. 9 показано деформований стан меридіану млина при $\varphi = 0, \pi/2, \pi$, на рис. 10 – розподіл меридіональних і колових напружень на поверхнях. Згини досягають максимальних значень приблизно 0,19 см, краї млина зміщуються в осьовому напрямку на 0,37 см. Найбільшими є меридіональні напруження, які досягають значень приблизно 113 МПа на сегментах 6, 7, а також 18, 19. На сегментах 4, 20 колові напруження мають значення приблизно 80 МПа.

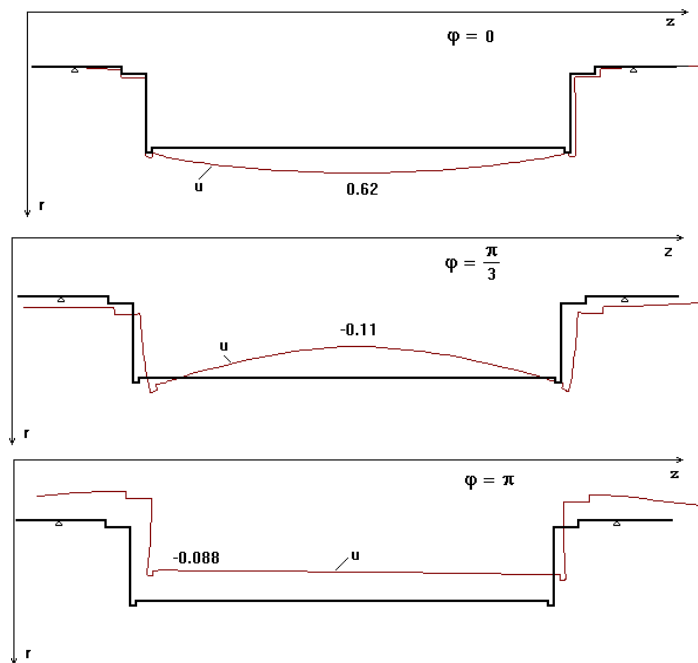


Рисунок 4 – Деформований стан млина при різних значеннях окружної координати

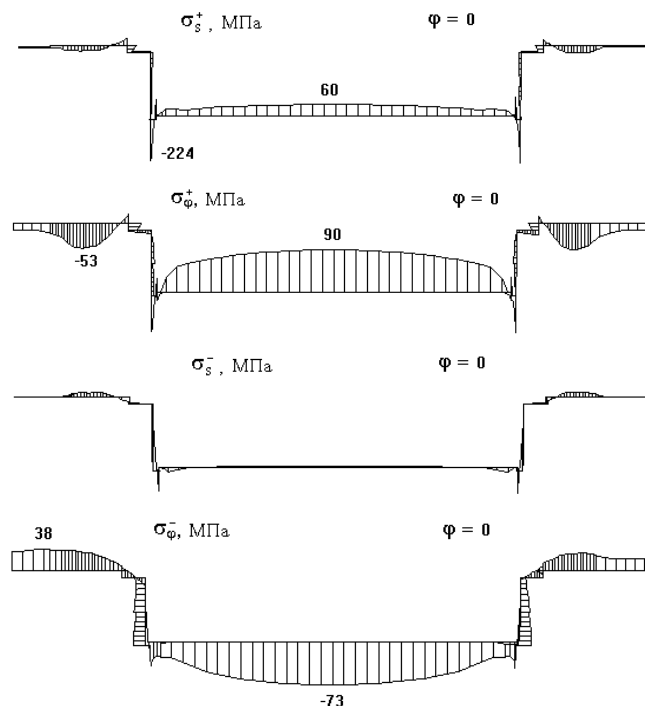


Рисунок 5 – Розподіл напружень уздовж меридіану

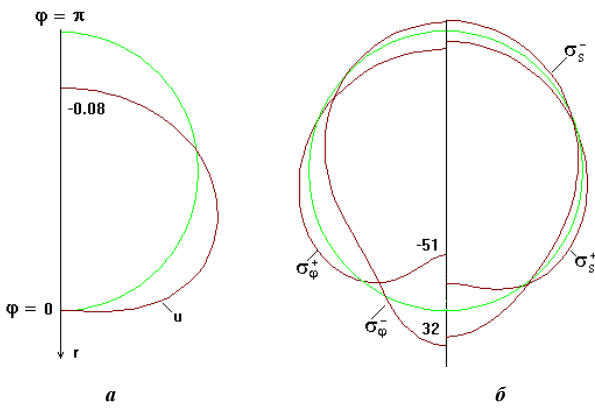


Рисунок 6 – Розподіл переміщень (а) та напружень (б) по колу в підшипниках

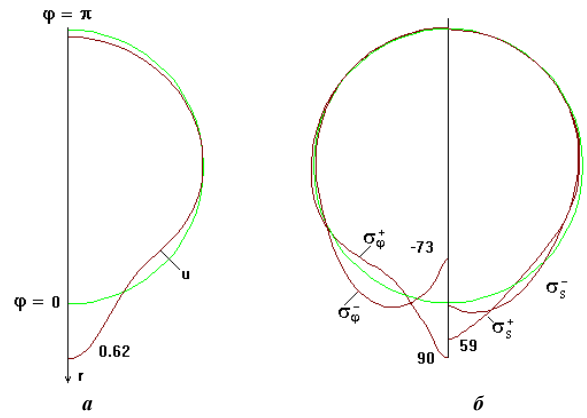


Рисунок 7 – Розподіл переміщень (а) та напружень (б) по колу усередині барабану

На рис. 11–13 подані епюри згинів і напружень в поперечних перерізах оболонки в областях найбільших зміщень і напружень (сегмент 4, вузли 6, 11 на рис. 8).

Числові дослідження НДС барабанів рудорозмельних млинів показали добру збіжність результатів при врахуванні 15–20 членів ряду. Під час розрахунків визначалася похибка обчислення діючого навантаження при утриманні скінченного числа N гармонік.

Якщо функція $f(\varphi)$ зображена рядом

$$f(\varphi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k\varphi,$$

то обмежуючись N членами, знайдемо наближене значення зусилля $\tilde{R} = 2qr\tilde{C}$, де

$$\tilde{C} = \frac{A_0}{2} J_0 - \sum_{k=1}^N A_k J_k, \quad J_k = \int_{-\psi_n}^{\psi_n} \cos k\varphi \cos \varphi d\varphi.$$

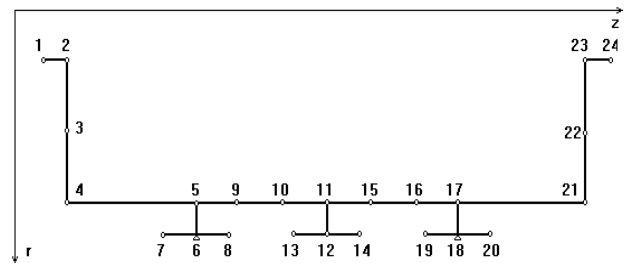


Рисунок 8 – Розрахункова схема млина

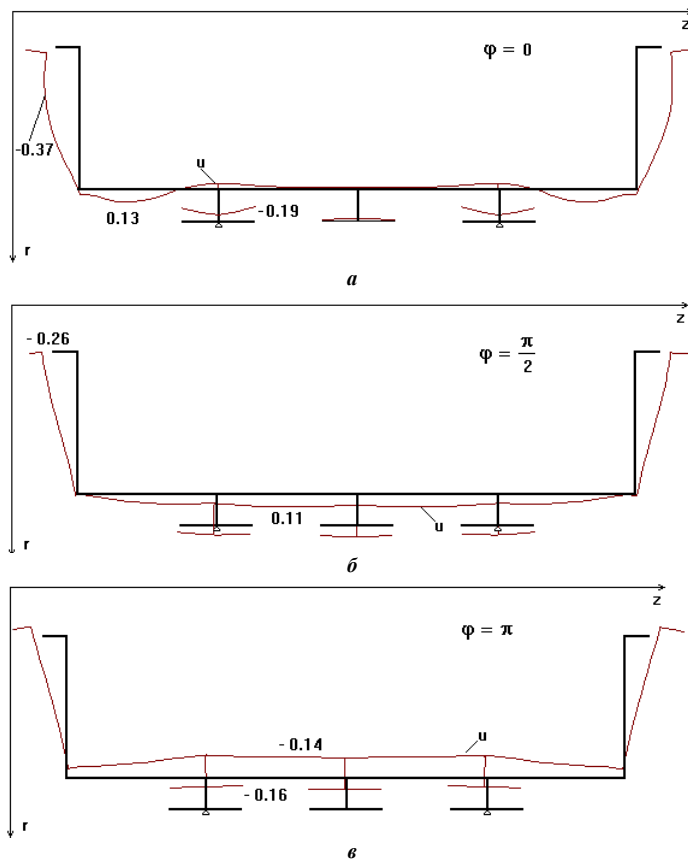


Рисунок 9 – Деформований стан меридіану млина: а – $\varphi = 0$; б – $\varphi = \pi/2$; в – $\varphi = \pi$

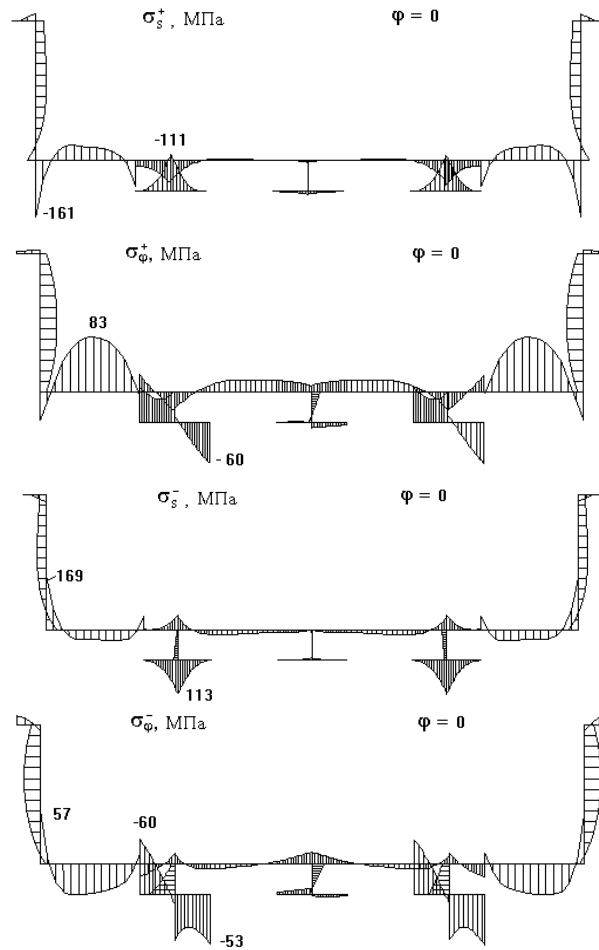


Рисунок 10 – Розподіл переміщень та напружень вздовж меридіану

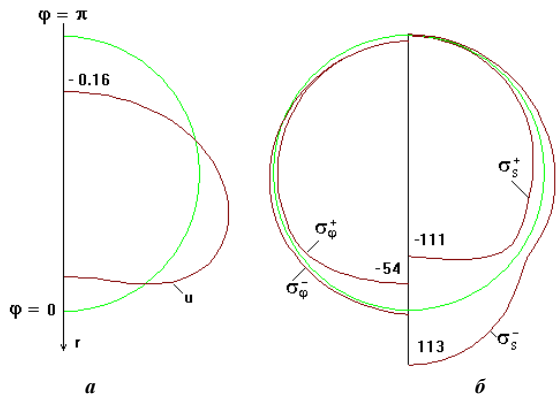


Рисунок 11 – Розподіл переміщень (а) та напружень (б) по колу в вузлі 6

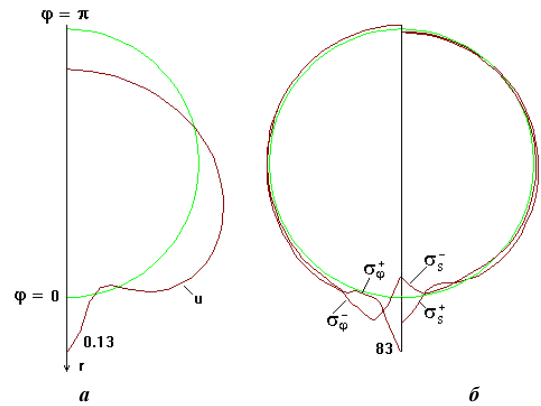


Рисунок 12 – Розподіл переміщень (а) та напружень (б) по колу (сегмент 4)

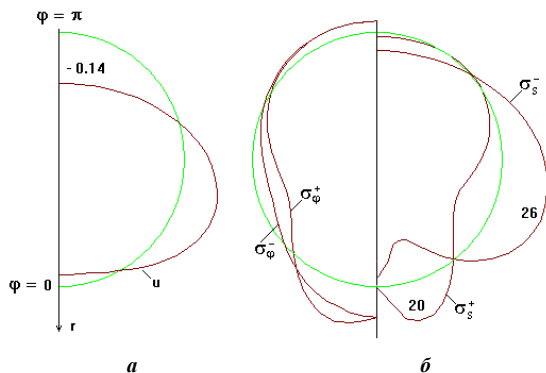


Рисунок 13 – Розподіл переміщень (а) та напружень (б) по колу у вузлі 11

У такому випадку похибка урахування навантаження визначається виразом:

$$\delta = 1 - \frac{\tilde{R}}{R} = 1 - \frac{\tilde{C}}{C}. \quad (22)$$

Висновки. На основі проведених досліджень можна зробити наступні висновки.

Відповідно до реальних умов навантаження барабанів рудорозмельних млинів під час роботи, крім сил ваги барабана, гідростатичного тиску пульпи та нормального тиску з боку підшипників, також визначені відцентрові сили барабана, пульпи та футеровки. Крім того, розглянуто вплив ваги зубчастого колеса, приєднаного до кінця правої втулки, сили

ваги завантажувальних і розвантажувальних фланців, ваги ротора електродвигуна. Урахування всіх цих факторів дозволяє дати уточнену оцінку напруженого стану барабанів млинів при розрахунках.

Згідно з викладеною методикою розв'язання неосесиметричних задач для оболонок обертання отримані зображення зазначених навантажень рядами Фур'є та визначена похибка урахування навантажень при утриманні скінченної кількості N членів ряду у розкладі (22).

Для проєктованих млинів великого діаметру реалізована можливість спірання втулки на два підшипники, рознесених в перерізі під певним кутом.

На основі запропонованої у роботі скінченно-елементної моделі проведені числові дослідження напружено-деформованого стану барабанів рудорозмельних млинів різної конструкції, включаючи ті, що мають розгалужений меридіан. Наведені результати розрахунків дозволяють моделювати напружено-деформований стан барабанів і обирати оптимальні з точки зору міцності та жорсткості параметри конструкції.

Список літератури

1. Еселева Е.В. Термоупругопластическое деформирование несимметрично нагруженных разветвленных оболочек вращения / Е.В. Еселева, В.И. Гнитко // *Збірник наукових праць Вісник НТУ «ХПІ»*, 2000. Вып. 116. С. 43–47.
2. Merzlyakov V.A. Nonaxisymmetric thermoelastoplastic analysis of branched shells of revolution by the semianalytic finite-element method / V.A.Merzlyakov, V.I.Gnitko // *International Applied Mechanics*. 2002. Vol. 38 (8). P. 988–997. DOI: 10.1023/A:1021280216388
3. Беспалова Е.И. Напряженное состояние разветвленных оболочек вращения с учетом поперечных сдвигов и обжатия / Е.И. Беспалова, Г.П. Урусова // *Приклад. механика*. 2015. Т. 51, № 4. С. 54–65.
4. Науменко Ю. В. *Основи теорії режимів роботи барабанних млинів: Монографія* [Текст] / Ю. В. Науменко. Рівне: Вид-во СПД Зелент О.І., 2009. 282 с.
5. Григоренко Я.М. Некоторые подходы к решению задач теории тонких оболочек с переменными геометрическими и механическими параметрами / Я.М. Григоренко, А.Т. Василенко // *Прикладная механика*. 2002. Т. 38, № 11. С. 32–68
6. Григоренко Я.М. Численно-аналитическое решение задач механики оболочек на основе различных моделей / Я.М. Григоренко, Г.Г.Влайков, А.Я. Григоренко. – Київ: Академперіодика, 2006. – 472 с.
7. Заруцкий В.А. Динамические задачи и напряженно-деформируемое состояние неоднородных оболочечных структур при стационарных и нестационарных нагрузках / В.А. Заруцкий, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш // *Приклад. механика*. 2009. Т. 45, № 3. С. 23–58.
8. Шевченко Ю.М. Розробка математичних моделей і комп'ютерних технологій для проведення віртуальних руйнівних випробувань оболонкових конструкцій / Ю.М. Шевченко, Н.Ф. Андрушко, М.О. Бабешко, М.В. Баняс, О.З. Галишин, П.Г. Дегтяренко, В.Г. Савченко, А.М. Тонконоженко, М.М. Тормахов // *Наука та інновації*. 2013. № 6. С. 23–30.
9. Gnitko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid / V. Gnitko, U. Ogorodnick, V. Naumenko, E. Strelnikova // *WIT Transactions on Modelling and Simulation*. 2010. Vol. 50. P. 203–211. DOI: 10.2495/BE100181
10. Morrell S. A new autogenous and semi-autogenous mill model for scale-up, design and optimisation / S. Morrell // *Minerals Engineering*. 2004. Vol. 17(3). P.437–445. DOI: 10.1016/j.mineng.2003.10.013.
11. Salazar, J. L. Dynamic modelling and simulation of semi-autogenous mills. / J.L. Salazar, L. Magne, G. Acuña, F. Cubillos // *Minerals Engineering*. 2009. Vol. 22(1). P. 70–77. DOI: 10.1016/j.mineng.2008.04.009.
12. Jabbari M. Analytical Solution for Centrifugal Force Effect in Functionally Graded Hollow Sphere / M. Jabbari, A. H. Mohazzab // *Applied Mechanics and Materials*. 2012. Vols. 110–116. P. 2829–2837. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.110–116.2829.

References (transliterated)

1. Eseleva E.V. (2000). ermouprugoplasticheskoe deformirovanie nesimmetrichno nagruzhennykh razvetvlyennykh obolochek vrascheniya / E.V. Eseleva, V.I. Gnitko. *Zbirnik naukovykh prats Visnik NTU «KhPI»*, vol. 116, pp. 43–47.
2. Merzlyakov V.A. (2002). Nonaxisymmetric thermoelastoplastic analysis of branched shells of revolution by the semianalytic finite-element method / V.A.Merzlyakov, V.I.Gnitko. *International Applied Mechanics*, vol. 38 (8), pp. 988–997. DOI: 10.1023/A:1021280216388
3. Беспалова Е.И. (2015). Napryazhennoe sostoyanie razvetvlyennykh obolochek vrascheniya s uchetom poperechnykh sdvigoiv i obzhatiya / E.I. Беспалова, G.P. Урусова. *Приклад. Механика*, vol. 51, no. 4, pp. 54–65.
4. Науменко Ю. В. *Osnovi teorii rezhimiv roboti barabannih mliniv: Monografiya* [Tekst]. Rivne: Vid-vo SPD Zelent O.I., 2009. 282 p.
5. Григоренко Я.М. (2002). Nekotorye podhody k resheniyu zadach teorii tonkih obolochek s peremennymi geometricheskimi i mehanicheskimi parametrami / Ya.M. Grigorenko, A.T. Vasilenko. *Прикладная механика*, vol. 38, no. 11, pp. 32–68
6. Григоренко Я.М. *Chislenno-analiticheskoe reshenie zadach mehaniki obolochek na osnovе razlichnykh modeley* / Ya.M. Grigorenko, G.G.Vlaykov, A.Ya. Grigorenko. Kyiv: Akadempriodika, 2006. 472 p.
7. Zarutskiy V.A. (2009). Dinamicheskie zadachi i napryazhenno-deformiruemoє sostoyanie neodnorodnykh obolochechnykh struktur pri statsionarnykh i nestatsionarnykh nagruzkah / V.A. Zarutskiy, P.Z. Lugovoy, V.F. Meysh. *Приклад. Механика*, vol. 45, no. 3, pp. 23–58.
8. Shevchenko Yu.M. (2013). Rozrobka matematichnykh modeley i komp'yuternykh tehnologiy dlya provedennya virtualnykh ruynivnykh viprobuvan obolonkovykh konstruksiy / Yu.M. Shevchenko, N.F. Andrushko, M.O. Babeshko, M.V. Banyas, O.Z. Galishin, P.G. Degtyarenko, V.G. Savchenko, A.M. Tonkonozhenko, M.M. Tormahov. *Nauka ta Innovatsii*, no. 6, pp. 23–30.
9. Gnitko V. (2010). Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid / V. Gnitko, U. Ogorodnick, V. Naumenko, E. Strelnikova. *WIT Transactions on Modelling and Simulation*, vol. 50, pp. 203–211. DOI: 10.2495/BE100181
10. Morrell S. (2004). A new autogenous and semi-autogenous mill model for scale-up, design and optimization. *Minerals Engineering*, vol. 17(3), pp. 437–445. DOI: 10.1016/j.mineng.2003.10.013.
11. Salazar, J. L. (2009). Dynamic modelling and simulation of semi-autogenous mills. / J.L. Salazar, L. Magne, G. Acuña, F. Cubillos. *Minerals Engineering*, vol. 22(1), pp. 70–77. DOI: 10.1016/j.mineng.2008.04.009.
12. Jabbari M. (2012). Analytical Solution for Centrifugal Force Effect in Functionally Graded Hollow Sphere / M. Jabbari, A. H. Mohazzab. *Applied Mechanics and Materials*. vol. 110–116, pp. 2829–2837. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.110–116.2829.

Надійшла (received) 18.01.2024

Відомості про авторів / About the Authors

Гнітко Василь Іванович / Hnitko Vasyl – кандидат технічних наук, старший дослідник, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного Національної академії наук України, старший науковий співробітник, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2475-5486>; e-mail: Gnitkovi@gmail.com