

А. В. ГАЙДАМАКА, А. С. ЛУКАШОВ

ЗАВДАННЯ З УДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІКИ ЦИЛІНДРИЧНИХ РОЛИКОВИХ ВАЛЬНИЦЬ

Проектування конструкцій сепараторів вальниць на основі емпіричних даних не дає можливості оцінити вплив багатьох конструкційних та експлуатаційних факторів. Тому виникає потреба у розробці аналітичних моделей функціонування вальниць кочення для визначення величин навантажень, які діють з боку деталей вальниці на сепаратор. Для цього необхідно удосконалити моделі статички, кінематики і динаміки вальниць. В цій публікації розглядаються найбільш навантажені вальниці з циліндричними роликами нормального класу точності, які на відміну від вальниць з конічними роликами допускають вищу швидкість експлуатації. Відсутність науково обґрунтованої моделі кінематики циліндричних роликових вальниць нормального класу точності не дозволяє побудувати адекватну модель їх динаміки, а отже оцінити роботоздатність їх деталей, що впливає на надійність опорних вузлів машин. За аналізом технічної літератури встановлено, що переважна більшість сучасних публікацій з моделей динаміки присвячена швидкісній групі, яку застосовують в авіаційній та космічній галузях. Динаміка нешвидкісних циліндричних вальниць кочення важких режимів експлуатації найбільш досліджена для опорних вузлів рухомого складу залізничного транспорту. Сформульовано основні завдання з удосконалення моделей динаміки нешвидкісних циліндричних роликових вальниць нормального класу точності, які спрямовані на удосконалення моделей кінематики і дослідження динаміки вальниць у навантажених і ненавантажених зовнішніми силами зонах з урахуванням перекосу кілець і деформації сепаратора. Завдання з удосконалення моделей динаміки включатимуть розробку 3D-моделей в частині взаємодії сепаратора з роликами у зоні радіального навантаження і сепаратора з базуючим кільцем з урахуванням перекосів деталей. Нові моделі динаміки вальниці дозволять визначати сили взаємодії деталей при будь-яких режимах експлуатації для оцінки їх роботоздатності і проектування оптимальних конструкцій сепаратора.

Ключові слова: роликова вальниця, моделі динаміки, зона радіального навантаження, сепаратор, ролики

A. GAYDAMAKA, A. LUKASHOV

PROBLEMS OF IMPROVING OF DYNAMIC MODELS OF CYLINDRICAL ROLLER BEARINGS

Designing of construction of a bearing cage base on empirical data does not provide an opportunity to assess the impact of many structural and operational factors. Therefore, there is a need to develop analytical models of the functioning of roller bearings in order to determine the magnitude of the loads imposed on the separator by bearing parts. For this purpose, it is necessary to improve the models of the statics, kinematics and dynamics of bearing heads. This article examines high-capacity bearings with straight rollers of the normal accuracy grade, which, unlike bearings with taper rollers, allow higher operating speeds. The lack of a scientifically based model of the kinematics of straight roller bearings of the normal accuracy grade does not allow building an adequate model of their dynamics and therefore assessing the performance of their parts, which affects the reliability of machine support units. The analysis of the technical literature enables revealing that the vast majority of the articles on dynamics models are devoted to the speed group, which is used in the aviation and space industries. The dynamics of low-speed straight roller bearings under heavy operating conditions are the most extensively studied for the supporting units of the rolling stock of railway transport. We have determined the basic tasks for improving the dynamics models of low-speed straight roller bearings of normal accuracy grade, which are aimed at optimizing the kinematics models and studying the dynamics of the bearings in the areas loaded and unloaded by external forces, taking into account misalignment of the rings and deformation of the cage. The task of improving the dynamics models will include the development of 3D models of the interaction of the cage with the rollers in the radial load area, as well as the cage with the base ring, taking into account misalignment of the parts. New models of the bearing dynamics enable determining the forces of interaction of the parts under any operating mode to assess their performance and design optimal constructions of the cage.

Key words: roller bearing, dynamics models, radial load area, cage, rollers

Вступ. Сучасне проектування конструкцій сепараторів вальниць ґрунтується на виборі їх геометричних параметрів за емпіричними формулами, таблицями та графіками. Перевірочні розрахунки міцності та жорсткості сепараторів виконуються на основі чисельних методів та експериментально визначених навантажень. Останнє інколи пов'язано зі значними матеріальними витратами і не завжди можливе. Отже, є потреба у розробці аналітичних моделей динаміки вальниць кочення для визначення навантажень на сепаратор. Розрахунок сепаратора повинен ґрунтуватися на інформації, по-перше, про місця прикладання сил до конструкції, по-друге, про напрям дії сил, і, по-третє, про величини і характер сил. Місця прикладання сил до сепаратора і напрями їх дії з'ясовують на основі дослідження кінематики вальниці, а величини сил визначаються за результатами дослідження динаміки. Існуючі моделі динаміки, наприклад, циліндричних вальниць важких режимів навантаження, що є основою методу розрахунку сепараторів, недосконалі. Тому в цій роботі сформульовано завдання удосконалення моделей динаміки циліндричних вальниць нормального класу точності з каталожною частотою їх обертання.

Аналіз літературних даних і постановка проблеми. Переважна більшість сучасних публікацій з динаміки вальниць присвячена швидкісній групі, що використовують в опорах приладів, шпіндельних (верстатних) і моторних (авіаційно-космічних) вузлів. Цю групу вальниць об'єднують схожі причини втрати роботоздатності – мала точність обертання, підвищені вібрації та неприйнятні енерговитрати. Вказане спричинюється значними швидкостями обертання з хаотичною динамікою сепаратора і тіл кочення [1]. Нестабільність руху сепаратора і тіл кочення при стійкому режимі експлуатації досліджені в роботах [2, 3], а також в момент пуску чи зупинки [4]. Проковзування сепаратора разом з комплектом роликів встановлено в роботі [5]. В публікації [6] встановлено, що проковзування тіл кочення виникають в момент входу та виходу з зони навантаження вальниці і мають майже однакові значення. За результатами дослідження [7] руху тіл кочення у вальниці розроблена нелінійна модель їх проко-

© А. В. Гайдамака, А. С. Лукашов, 2023

взування. Вплив гідродинамічного змащування на вібростійкість вальниці розглянуто у роботі [8]. Розглянуто модель ударної взаємодії ролика і сепаратора високо-швидкісної вальниці (рис. 1) [9] з подальшою оптимізацією розмірів сепаратора [9].

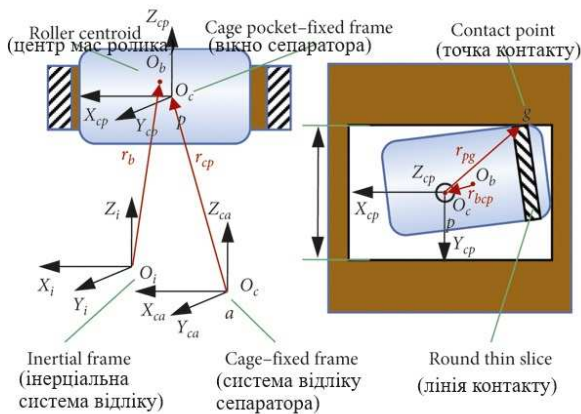


Рисунок 1 – Взаємодія ролика і сепаратора швидкісної вальниці

Перелік досліджень динаміки нешвидкісних циліндричних вальниць важких режимів експлуатації дуже обмежений. Характерними представниками цієї групи є вальниці опорних вузлів вагонів і локомотивів, де дійсні такі співвідношення: $F_r \geq 0,15 C_r$; $F_r \leq F_a$; $d \cdot n \leq 3 \cdot 10^5$ мм·хв.⁻¹; тут F_r , F_a – відповідно радіальне і осьове навантаження; C_r – динамічна вантажність вальниці; $d \cdot n$ – швидкісний параметр вальниці. В роботі [10] подано динамічну модель сепаратора вальниці асинхронних двигунів локомотивів (рис.2, 3) [10], яку застосовують для діагностики технічного стану деталей вальниці. Розроблена динамічна модель не дозволяє визначити сили взаємодії всіх деталей, через що неможливо провести адекватні розрахунки сепаратора. Найбільш повна інформація з дослідження динаміки нешвидкісних циліндричних вальниць важких режимів експлуатації представлена у публікаціях [11, 12].

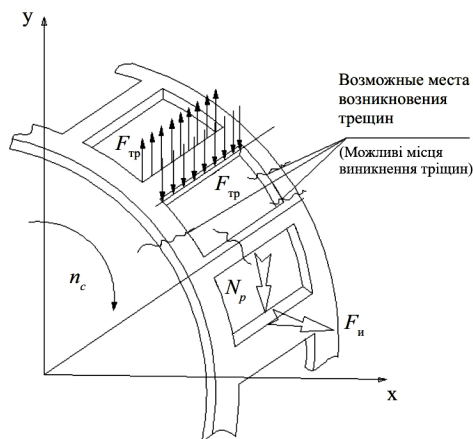


Рисунок 2 – Розрахункова схема сепаратора роликів вальниці:

$F_{тр}$ – сила тертя; N_p – сила взаємодії ролика з сепаратором; F_i – сила інерції перемички сепаратора



Рисунок 3 – Комп'ютерна модель вальниці

За результатами дослідження кінематики ідеальної вальниці встановлено, що причиною зміни швидкості тіл кочення і сепаратора є контактні деформації перших від зовнішнього навантаження, а рух деталей неідеальної вальниці визначається комплексом сукупного впливу конструктивних, технологічних і експлуатаційних факторів. За аналізом вказаних факторів встановлено визначальний фактор – бокові зазори у вікнах сепараторів. Запропоновано механізм передачі руху від тіл кочення до сепаратора, коли останній рухається нерівномірно (уривчасто). Вказаний механізм передачі руху на сепаратор реалізується тілами кочення зони радіального навантаження вальниці. Вважається, що ззовні зони радіального навантаження вальниці взаємодія між тілами кочення і сепаратором несуттєва.

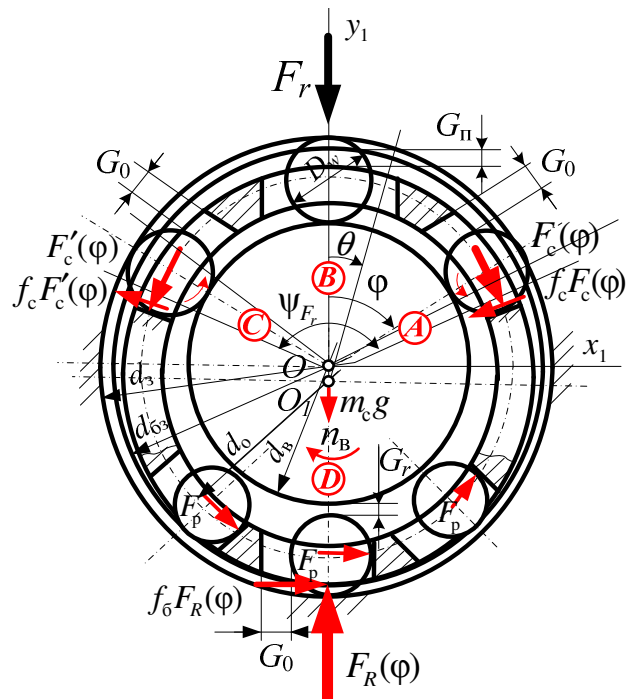


Рисунок 4 – 2D-модель взаємодії сепаратора з деталями вальниці

На основі встановленої кінематики запропоновані 2D-моделі взаємодії сепаратора з деталями вальниці (рис. 4) [11, 12] і взаємодії сепаратора з «ведучим» роликком на виході із зони ψ_F радіального

навантаження (ділянка A (рис. 5)). Вважалося, що при сталому режимі роботи вальниці умови взаємодії сепаратора з тілами кочення на вході (ділянка C (див. рис. 4)) і виході (ділянка A (див. рис. 4)) із зони радіального навантаження однакові, що непрямым чином підтверджено авторами роботи [6].

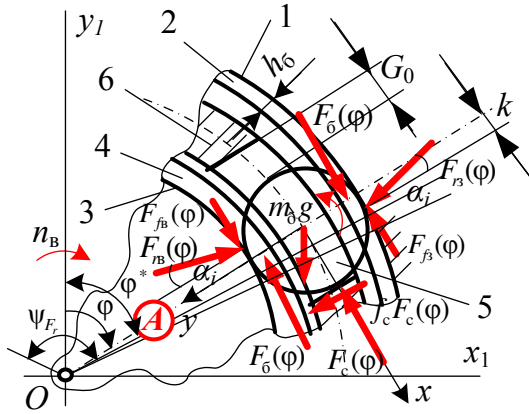


Рисунок 5 – 2D-модель взаємодії деталей на ділянці A зони радіального навантаження:
1,2 – зовнішнє кільце та відповідний упорний бурт;
3,4 – внутрішнє кільце та упорний бурт; 5 – ролик;
6 – сепаратор

Аналітична модель динаміки системи «ролик – сепаратор», згідно з 2D-моделлю взаємодії деталей, представлена рівняннями (1) ... (5) [11,12]:

$$m_p \ddot{x}_c = F_{f_b}(\varphi) - F_{f_3}(\varphi) + m_p g \cdot \sin \varphi - F_c(\varphi) + [F_{r_b}(\varphi) + F_{r_3}(\varphi)] \cdot \sin \alpha_i; \quad (2)$$

$$m_p \ddot{y}_c = m_p g \cdot \cos \varphi + [F_{r_3}(\varphi) - F_{r_b}(\varphi)] \cdot \cos \alpha_i + f_c \cdot F_c(\varphi); \quad (3)$$

$$I_p \ddot{\varphi}_c = [F_{f_b}(\varphi) + F_{f_3}(\varphi)] \cdot \frac{D_w}{2} - k \cdot [F_{r_b}(\varphi) + F_{r_3}(\varphi)] \cdot \cos \alpha_i - F_0(\varphi) \cdot (D_w - h_b) - f_c \cdot F_c(\varphi) \cdot \frac{D_w}{2}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{16} m_p \cdot D_w^2 (\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) = \\ & = m_p g \cdot (\cos \varphi'_0 - \cos \varphi'_1) \frac{D_0}{2} + \\ & + [F_{f_b}(\varphi) + F_{f_3}(\varphi)] S - \frac{k \cdot S}{D_w} [F_{r_3}(\varphi) + F_{r_b}(\varphi)] \cdot \cos \alpha_i - \\ & - F_0(\varphi) \cdot (D_w - h_b) \frac{S}{D_w} + \\ & + [F_{r_b}(\varphi) + F_{r_3}(\varphi)] \cdot S \cdot \sin \alpha_i - F_c(\varphi) \cdot S; \\ & F_{f_3}(\varphi) \leq f_p \cdot N(\varphi), \quad (6) \end{aligned}$$

де перші три рівняння описують площинний рух роликів до моменту початку їх проковзування, четверте – рівняння збереження кінетичної енергії ролика, п'яте – умова відсутності проковзування ролика по доріжці кочення внутрішнього кільця.

Розв'язання системи (2) ... (6) дало можливість отримати силу натискування «ведучого» ролика на сепаратор $F_c(\varphi)$ – рівняння (7) [11,12], яка за величиною дорівнювала силі натискування $F'_c(\varphi)$ «гальмівного» ролика (див. рис. 3).

$$\begin{aligned} F_c(\varphi^*) = & \frac{1}{\left(\frac{k \cdot f_c}{D_w} - f_p \cdot f_c - \frac{2}{3} f_c + 0,5 \right)} \times \\ & \times \left[f_p (F_{r_b}(\varphi^*) \cdot \cos \alpha_i - m_p g \cdot \cos \varphi^*) + \right. \\ & + \frac{m_p \cdot D_w^2}{32S} (\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) - \\ & - \frac{m_p g \cdot D_0}{12S} (\cos \varphi'_0 - \cos \varphi'_1) - \\ & - \frac{m_p g}{3} \sin \varphi' - F_{r_b}(\varphi^*) \cdot \sin \alpha_i + \\ & + \frac{F_0(\varphi^*)}{D_w} (D_w - h_b) - \left(\frac{k}{D_w} 2F_{r_b}(\varphi^*) \cdot \cos \alpha_i + \right. \\ & \left. \left. + \frac{m_p \cdot \omega_{p1}^2 \cdot D_0}{2} - m_p g \cdot \cos \varphi^* \right) \right], \quad (7) \end{aligned}$$

де $N(\varphi) = F_{r_b}(\varphi) \cdot \cos \alpha_i - m_p g \cdot \cos \varphi - F_c(\varphi) \cdot f_c$;

m_p – маса ролика;

φ – кутова координата ролика;

$F_{r_b}(\varphi)$ – сила тиску ролика на внутрішнє кільце;

$F_{r_3}(\varphi)$ – сила тиску ролика на зовнішнє кільце;

$F_c(\varphi)$ – сила натискування ролика на сепаратор;

$F_{f_b}(\varphi)$ – сила тертя ролика по внутрішньому кільцю;

$F_{f_3}(\varphi)$ – сила тертя ролика по зовнішньому кільцю;

f_c – коефіцієнт тертя ролика по сепаратору;

α_i – кут відхилення $F_{r_b}(\varphi)$ і $F_{r_3}(\varphi)$ від нормалі;

$F_0(\varphi)$ – осьова сила, що діє на ролик;

φ_c – кутова координата центру мас ролика;

I_p – момент інерції ролика;

k – коефіцієнт тертя кочення ролика;

D_w – діаметр ролика;

h_b – висота борта кільця;

ω_{p1}, ω_{p0} – відповідно кутові швидкості ролика на початку і в середині зони ψ_{F_r} навантаження вальниці;

S – шлях ролика на половині зони ψ_{F_r} ;

φ'_0, φ'_1 – відповідно кутові координати ролика на початку і в середині зони ψ_{F_r} ;

D_0 – діаметр центрів роликів;

f_p – коефіцієнт тертя ролика по біговій доріжці кільця.

Розрахунки сил натискування ролика на пере-

мичку сепаратора виконані на прикладі роликової вальниці типу 2726 ($z = 14$) при наступних вихідних даних згідно з умовами експлуатації:

$F_r = 30 \text{ і } 50 \text{ кН}$ – радіальне навантаження вальниці;

$F_a = 5, 10, 15, 20 \text{ кН}$ – осьове навантаження;

$\psi_{F_r} = 128^\circ$ – кут зони радіального навантаження;

$\varphi^* = 60 \dots 63^\circ$ – кути початку ковзання;

$f_p = 0,05, f_c = 0,07$ – коефіцієнти ковзання

ролика і сепаратора відповідно;

ролика $k = 0,00001 \text{ м}$ – коефіцієнт кочення;

$D_w = 0,032 \text{ м}$ – діаметр ролика;

$d_o = 0,19 \text{ м}$ – діаметр центрів роликів;

$d_b = 0,158 \text{ м}$ – діаметр доріжки кочення внутрішнього кільця;

$h_g = 0,008 \text{ м}$ – висота борту кільця;

$S = \frac{\pi \cdot d_o \cdot \varphi^*}{360} = 0,10 \text{ м}$ – шлях ролика від середини зони ψ_{F_r} до початку ковзання;

$G_0 = 0,0005 \text{ м}$ – зазор у вікні сепаратора;

$\omega_{p0} = \frac{V_0 \cdot d_b}{d_o \cdot d_k} = 24,317 \text{ с}^{-1}$ – кутова швидкість

ролика в середній частині зони радіального навантаження при швидкості вагона $V_0 = 27,78 \text{ м/с}$ (100 км/г) з діаметром кочення $d_k = 0,95 \text{ м}$ колеса;

$\omega_{p1} = \omega_{p0} \left(1 - \frac{2G_0}{d_o \cdot \psi} \right) = 24,258 \text{ с}^{-1}$ – кутова швид-

кість ролика на виході із зони радіального навантаження;

$m_p = 0,326 \text{ кг}$ – маса ролика;

$g = 10 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

Результати розрахунків сил $F_c(\varphi)$ наведені на рис. 6 [11, 12].

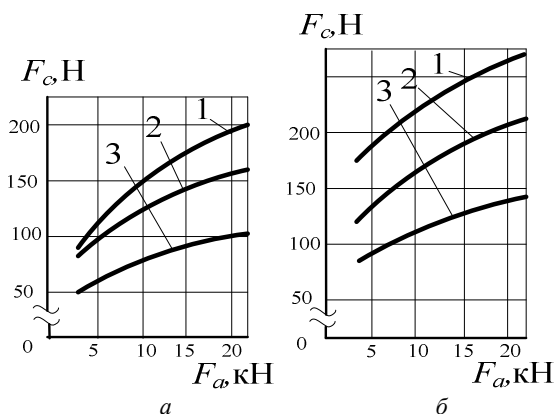


Рисунок 6 – Графіки розрахункових сил натискування ролика на перемичку сепаратора ($Z = 14$) при частоті обертання вальниці $n = 559 \text{ хв}^{-1}$

(експериментальні кути початку ковзання: $\varphi^* = 60^\circ$ –

крива 1; $\varphi^* = 61^\circ$ – крива 2; $\varphi^* = 62^\circ$ – крива 3):

a – $F_r = 30 \text{ кН}$; b – $F_r = 50 \text{ кН}$

Результати розрахунків сил натискування ролика на перемичку сепаратора з урахуванням експериментальних даних наведені на рис. 7 [11, 12], де відхилення максимальних розрахункових (при $F_r = 50 \text{ кН}$, $\varphi^* = 60^\circ$) і експериментально отриманих сил натискування роликів на перемичку сепаратора не перевищує 20%.

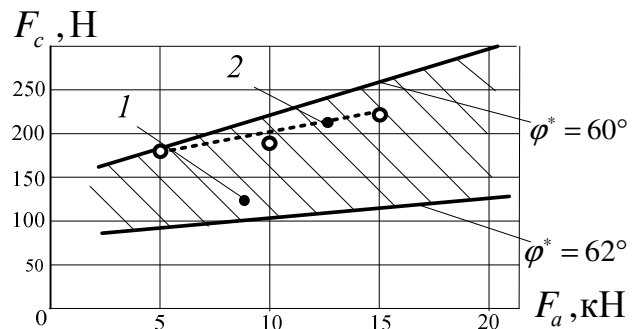


Рисунок 7. – Графіки зміни розрахункових (область 1) і експериментальних (пряма 2) сил натискування ролика на перемичку сепаратора при $\varphi^* = 62^\circ$

Отже, розроблені у публікаціях [11, 12] моделі динаміки циліндричної роликової вальниці опорних вузлів колісних пар залізничних вагонів в цілому адекватно відображають процеси механічної взаємодії деталей, але потребують удосконалення за деякими факторами.

Метою роботи є розробка завдань з дослідження і удосконалення моделей динаміки нешвидкісних циліндричних вальниць важких режимів експлуатації.

Для досягнення поставленої мети треба вирішити наступні задачі:

- проаналізувати відомі дослідження динаміки вальниць кочення;
- сформулювати завдання з удосконалення моделей динаміки нешвидкісних циліндричних вальниць важких режимів експлуатації.

Основна частина. Розроблені у [11, 12] спрощені 2D моделі динаміки нешвидкісних циліндричних вальниць важких режимів експлуатації не повною мірою враховують реальні умови роботи деталей. При цьому вводилися наступні основні допущення:

- ефекти перекосів деталей вальниць не враховуються;
- вплив роликів ненавантаженої зони вальниці на взаємодію деталей не враховувався;
- натискування «ведучого» і «гальмівного» роликів у зону навантаження вальниці на перемичку сепаратора однакові;
- враховуються тільки контактні деформації деталей.

У процесі експлуатації кільця вальниці втрачають співвісність, що призводить до перекосів роликів у нормальній і дотичній площині до доріжок кочення. Як наслідок вказаного, сепаратор отримує нецентральне навантаження від роликів, отже – неоднакові сили взаємодії з бортами базуючого кільця.

Такі умови роботи спричинюють різні за величиною спрацювання кілець сепаратора. Запобігти цьому можна конструктивним удосконаленням перемичок сепаратора, яке обґрунтовується лише на основі аналізу 3D моделей динаміки циліндричних вальниць.

У ненавантаженій радіальною зовнішньою силою зоні вальниці (див. рис. 5, ділянка D) [11,12] до сих пір не досліджено, як рухаються ролики: скільки роликів рухається самостійно по інерції і яка кількість роликів чинить спротив руху сепаратора, коли вони втрачають енергію після виходу із зони радіального навантаження. Отже для 3D моделей динаміки необхідно дослідити і уточнити кількість гальмівних роликів і значення сил їх взаємодії із задніми за ходом руху перемичками сепаратора.

Уривчастий характер руху сепаратора через зазори у вікнах його конструкції спричинює різні значення тиску на задню і передню за ходом руху перемички. Величина бокових зазорів у вікнах впливає на обертовий рух сепаратора, а перекося роликів при уривчастому характерові руху сепаратора додають коливальний рух його рамної конструкції в межах зазору «плавання» сепаратора. Отже, перекося деталей спричинює складний рух сепаратора, що може суттєво вплинути на сили взаємодії з бортами базуючого кільця вальниці.

Неврахування деформацій згину сепаратора в умовах перекося спрощує його розрахункову схему і впливає на точність розрахунку, проектування оптимальної конструкції, прогнозування умов тертя.

Отже, завдання з удосконалення аналітичних моделей динаміки циліндричних роликівих вальниць нормального класу точності важких режимів експлуатації повинні включати:

- 1) розробку 3D моделей динаміки;
- 2) дослідження руху роликів у ненавантаженій зоні вальниці;
- 3) врахування деформації конструкції сепаратора в умовах перекося кілець;
- 4) уточнення сил взаємодії роликів з передньою і задньою за ходом руху перемичками сепаратора в зоні радіального навантаження.

Висновки.

1. Аналіз відомих досліджень динаміки вальниць кочення засвідчив, що переважна більшість сучасних публікацій присвячена швидкісній групі, яку застосовують в авіаційній та космічній галузях. Динаміка нешвидкісних циліндричних вальниць кочення важких режимів експлуатації найбільш досліджена для опорних вузлів рухомого складу залізничного транспорту.

2. Сформульовано основні завдання з удосконалення моделей динаміки нешвидкісних циліндричних роликівих вальниць нормального класу точності, які спрямовані на подальше дослідження кінематики і динаміки вальниць у навантаженій і ненавантаженій зовнішніми силами зонах з урахуванням перекося кілець і деформації сепаратора.

3. За удосконаленими моделями динаміки циліндричної вальниці буде побудована розрахункова схема сепаратора для оцінки його роботоздатності і проектування оптимальної конструкції.

Список літератури

1. Long Long Chen, Xintao Xia, Haotian Zheng and Ming Qiu. (2015), Chaotic Dynamics of Cage Behavior in a High-Speed Cylindrical Roller Bearing, *Shock and Vibration*, Vol. 2016, 12 p., available at: <https://doi.org/10.1155/2016/9120505>
2. Shuaijun Ma, Xiaohong Zhang, Ke Yan, Yongsheng Zhu and Jun Hong. (2021), Study on Bearing Dynamic Features under the Condition of Multiball-Cage Collision. *Lubricants*, 2022, p.10, 9, available at: <https://doi.org/10.3390/lubricants10010009>
3. Zhang, T., Chen, X., Gu, J. and Li, Q. (2018) Progress of research on cage stability of high-speed angular contact ball bearings, *Astronaut. Sin.* 2018, Hangkong Xuebao/Acta Aeronaut., p. 39., available at: doi: [10.7527/S1000-6893.2018.22026](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2018.22026)
4. Wang, Y. (2017) Dynamic Analysis of Angular Contact Ball Bearing-Rotor System during Start up and Shut down. *Mech. Eng.* 2018, 54, p. 9–16, available at: doi: [10.3901/JME.2018.09.009](https://doi.org/10.3901/JME.2018.09.009)
5. Tomoya Sakaguchi and Kaoru Ueno. (2003). Dynamic Analysis of Cage Behavior in a Cylindrical Roller Bearing. NTN TECHNICAL REVIEW, No.71, p. 8-17.
6. Yuqing Liu, Zaigang Chen, Liang Tang and Wanming Zhai. (2019), Skidding dynamic performance of rolling bearing with cage flexibility under accelerating conditions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 150, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107257>
7. Qinkai Han, Fulei Chu. (2015) Nonlinear dynamic model for skidding behavior of angular contact ball bearings, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 354, pp. 219–235, available at: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.06.008>
8. Natália Akemi Hoshikawa Tsuha and Katia Lucchesi Cavalca. (2020). Stiffness and damping of elastohydrodynamic line contact applied to cylindrical roller bearing dynamic model. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 481, available at: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115444>
9. Lihai Chen, Fang Ma, Ming Qiu, Yanfang Dong, Xiaoxu Pang, Junxing Li and Chuanmeng Yang (2022). Optimal Design of Clearances of Cylindrical Roller Bearing Components Based on Dynamic Analysis, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2022, available at: <https://doi.org/10.1155/2022/4811914>
10. Грищенко А. В., Хрушев А. С., Хамидов О. Р., Яшкин М. С. Математическая модель сепаратора подшипника качения локомотивных асинхронных электродвигателей. *Известия ПЛУИП*. 2014. №2. С. 5–11.
11. Гайдамака А.В. Модели кінематики і динаміки циліндричних роликівих вальниць залізничного транспорту *Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна*. 2014. Вип. 3 (51). С. 100–108.
12. Гайдамака А.В. Методологія підвищення технічного рівня роликівих подшипників букс рейкового транспорту: автореферат. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук. : спец. 05.02.02. / А.В. Гайдамака. Одеса 2017. 39 с.

References (transliterated)

1. Long Long Chen, Xintao Xia, Haotian Zheng and Ming Qiu. (2015), Chaotic Dynamics of Cage Behavior in a High-Speed Cylindrical Roller Bearing, *Shock and Vibration*, Vol. 2016, 12 p., available at: <https://doi.org/10.1155/2016/9120505>
2. Shuaijun Ma, Xiaohong Zhang, Ke Yan, Yongsheng Zhu and Jun Hong. (2021), Study on Bearing Dynamic Features under the Condition of Multiball-Cage Collision. *Lubricants*, 2022, p.10, 9, available at: <https://doi.org/10.3390/lubricants10010009>
3. Zhang, T., Chen, X., Gu, J. and Li, Q. (2018) Progress of research on cage stability of high-speed angular contact ball bearings, *Astronaut. Sin.* 2018, Hangkong Xuebao/Acta Aeronaut., p. 39., available at: doi: [10.7527/S1000-6893.2018.22026](https://doi.org/10.7527/S1000-6893.2018.22026)
4. Wang, Y. (2017) Dynamic Analysis of Angular Contact Ball Bearing-Rotor System during Start up and Shut down. *Mech. Eng.* 2018, 54, p. 9–16, available at: doi: [10.3901/JME.2018.09.009](https://doi.org/10.3901/JME.2018.09.009)
5. Tomoya Sakaguchi and Kaoru Ueno. (2003). Dynamic Analysis of Cage Behavior in a Cylindrical Roller Bearing. NTN TECHNICAL REVIEW, No.71, p. 8-17.
6. Yuqing Liu, Zaigang Chen, Liang Tang and Wanming Zhai. (2019), Skidding dynamic performance of rolling bearing with cage flexibility under accelerating conditions, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 150, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107257>

7. Qinkai Han, Fulei Chu. (2015) Nonlinear dynamic model for skidding behavior of angular contact ball bearings, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 354, pp. 219–235, available at: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.06.008>
8. Natália Akemi Hoshikawa Tsuha and Katia Lucchesi Cavalca. (2020). Stiffness and damping of elasto-hydrodynamic line contact applied to cylindrical roller bearing dynamic model. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 481, available at: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115444>
9. Lihai Chen, Fang Ma, Ming Qiu, Yanfang Dong, Xiaoxu Pang, Junxing Li and Chuanmeng Yang (2022). Optimal Design of Clearances of Cylindrical Roller Bearing Components Based on Dynamic Analysis, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2022, available at: <https://doi.org/10.1155/2022/4811914>
10. Grishchenko A. V., Khrushchev A. S., Khamidov O. R. and M. Yashkin S. (2014). Mathematical model of the separator of the rolling bearing of locomotive asynchronous electric motors: Author's thesis [Matematicheskaya model' separatora podshipnika kacheniya lokomotivnykh asinkhronnykh elektrodvigatelye], *Izvestiya PGUPS*. No. 2, pp. 5-11.
11. Gaydamaka A.V. (2014). Models of kinematics and dynamics of cylindrical roller bearings of railway transport : Author's thesis [Modeli kinematiki i dinamiki tsilindricheskikh rolkopodshipnikov zheleznodorozhnogo transporta], *Visn. Dni-propetr. nat. un-tu zalizn. transp. im. acad. V. Lazaryan*. Vol.3 (51), pp. 100–108.
12. Gaydamaka A.V. (2017). Methodology for the advancement of the technical level of roller bearings in axle boxes for rake transport : Author's thesis [Metodolohiya pidvyshchennya tekhnichnoho rivnya rolykovykh pidshyynykiv buks reykovoho transportu], 39 p.

Надійшла (received) 28.08.2023

Відомості про авторів / About the Authors

Гайдамака Анатолій Володимирович / Gaydamaka Anatoly – доктор технічних наук (doctor of technical sciences), професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Деталі машин та гідропневмосистеми»; м. Харків, Україна; <https://orcid.org/0000-0002-6952-4086>; e-mail: gaydamaka.doc@gmail.com

Лукашов Андрій Сергійович / Lukashov Andrii – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», магістрант; м. Харків, Україна; e-mail: andrii.lukashov1997@gmail.com