

*М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. В. ПРОКОПЕНКО, О. Ю. ШУТЬ, Н. В. ПІНЧУК,
М. А. ТКАЧУК, І. Є. КЛОЧКОВ, Є. М. ЛІПЕЙКО, Г. В. ЦЕНДРА, А. В. ШЕВЧЕНКО, А. М. КОБА*

ЖОРСТКІСНІ ВЛАСТИВОСТІ ПРУЖНИХ ВТУЛОК ВИСОКООБЕРТОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДВИГУНІВ

У роботі створено теоретичні основи аналізу поведінки пружних втулок високооберткових елементів сучасних двигунів під навантаженням. Запропоновано декілька варіаційних постановок. Перша з них базується на моделі тонкого кільця. Друга модель сформована на плоскій постановці. Третя модель – тривимірна постановка контактної задачі. Установлено, що у ході навантаження радіальною силою відбувається нерівномірне деформування пружного проміжного кільця. При цьому зони контактування поступово змінюють свою локалізацію у напрямку дії радіальної сили. Залежність радіального переміщення від навантажувальної сили є суттєво нелінійною. Установлено, що статична характеристика пружного кільця має складний вигляд. На відміну від традиційної лінійної характеристики, вона складається із трьох ділянок. Перша відповідає нульовій реакції на дію навантаження. Друга – лінійна частина. Третя – жорстка ділянка. Таким чином, розроблено нові постановки задачі про визначення напружено-деформованого стану пружного проміжного кільця із урахуванням контактної взаємодії. Це формує, на відміну від традиційних лінійних, суттєво нелінійні моделі напружено-деформованого стану. Вони є більш адекватними та враховують чинники, які раніше не враховувалися. Зокрема, беруться до уваги зазори, натяг та контакт у sprzęженні пружного проміжного кільця із іншими деталями конструкції опори роторної системи.

Ключові слова: високообертковий елемент, пружна втулка, опора, критичні швидкості обертання, нагнітач повітря, двигун внутрішнього згоряння

*М. М. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСЬКИЙ, М. В. ПРОКОПЕНКО, О. ШУТЬ, Н. ПІНЧУК, М. А. ТКАЧУК,
І. КЛОЧКОВ, А. ЛІПЕЙКО, Г. В. ЦЕНДРА, А. ШЕВЧЕНКО, А. КОБА*

RIGID PROPERTIES OF ELASTIC BUSHINGS OF ENGINES HIGH SPEED ELEMENTS

In the work, theoretical foundations of behavior analysis of elastic bushings of modern engines high-speed elements under load were created. Several variation settings are offered. The first one of them is based on the model of a thin ring. The second model is formed on a flat setting. The third model is a three-dimensional formulation of the contact problem. It was established that during radial force loading, uneven deformation of the elastic intermediate ring occurs. At the same time, the contact zones gradually change their location in the direction of the radial force. The dependence of the radial displacement on the loading force is significantly nonlinear. It was established that the static characteristic of an elastic ring has a complex form. Unlike the traditional linear characteristic, it consists of three sections. The first one corresponds to a zero reaction to the action of the load. The second is a linear part. The third is a tough section. Thus, new formulations of the problem of determining the stress-strain state of an elastic intermediate ring, taking into account the contact interaction, have been developed. This forms, in contrast to traditional linear, significantly nonlinear models of the stress-strain state. They are more adequate and take into account factors that were not taken into account before. In particular, the clearances, tension and contact in the coupling of the elastic intermediate ring with other parts of the structure of the support of the rotor system are taken into account.

Keywords: high-speed element, elastic bushing, support, critical rotational speeds, air blower, internal combustion engine

Вступ. Сучасні форсовані двигуни внутрішнього згоряння (ДВЗ) великої потужності, а також інші машини та агрегати і вузли мають у своєму складі високооберткові елементи. Це, зокрема, ротори нагнітачів повітря, деталі трансмісії, приводів тощо. Усі робочі частоти обертання сягають десятків тисяч обертів на хвилину. Відповідно, можуть потенційно виникати критичні режими руху.

Для відлаштування від цих критичних режимів, зокрема, застосовуються проміжні пружні втулки для зниження жорсткості опор валів роторних частин [1]. Відповідно, у розрахункові моделі цих роторних систем вводиться пружний елемент із властивостями, які визначаються геометричними параметрами цих кілець та властивостями матеріалів. Проте при цьому не враховуються проєктні (конструктивні) параметри, які суттєвим чином можуть вплинути на статичну характеристику цього пружного кільця у складанні, тобто у з'єднанні з іншими елементами конструкції пружної опори. У свою чергу, це змушує відчутно ускладнити математичні та чисельні моделі напружено-деформованого стану (НДС) пружного кільця, оскільки необхідно враховувати зазори, натяг та умови контактної взаємодії на внутрішньому та зовнішньому радіусах у sprzęженні із іншими деталями опори. Це формує напрямком розробок та досліджень, які знайшли відображення у цій статті.

Аналіз існуючих моделей та методів досліджень пружних проміжних кілець як складових опор роторних систем. Опори роторних систем, як

уже зазначалося вище, містять у своєму складі податливі деталі (пружне проміжне кільце (ППК)), що зазвичай моделюється лінійно-пружним елементом, характеристики якого визначаються номінальними геометричними параметрами та фізико-механічними властивостями їх матеріалу. Зокрема, визначення таких характеристик можна здійснювати із застосуванням традиційних методик для кільцевих структур [1]. Можливе також застосування більш сучасних моделей та методів.

Як зазначається у статті [2], роторні машини схильні до вібрацій через різні фактори їх конструкції та роботи. Розташування та характеристики опор ротора відіграють ключову роль у його динамічній стійкості. Зокрема, це стосується високошвидкісних робочих коліс (РК) у двотактних ДВЗ з турбонаддувом [3]. Через компактність і високу продуктивність цього компонента відрегулювати ротор з важким диском від критичних швидкостей обертання є складним завданням. Для досягнення цієї мети можна вживати пасивних і активних заходів [4, 5]. Основне завдання – контроль жорсткості підшипників та інших опор ротора. Ця характеристика часто виявляється нелінійною. Крім методів нелінійної динаміки ротора [6], що описують коливання в цих системах, необхідні спеціальні методи

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. В. Прокопенко, О. Ю. Шуть, Н. В. Пінчук, М. А. Ткачук, І. Є. Клочков, А. І. Ліпейко, Г. В. Цендра, А. В. Шевченко, А. М. Коба, 2022

для моделювання радіальної реакції самих опор у рамках більшого аналізу.

Аналіз скінченних елементів є утилітарним інструментом для виконання такого аналізу для довільних конструкцій опор ротора [7]. Тим не менш, це може бути важко доступним у повсякденній інженерній практиці, де прості та швидкі рішення цінуються достатньо високо. Тому ці роботи пропонують альтернативний метод аналізу. Він заснований на усталеному варіаційному принципі контактної механіки, запропонованому Дж. Калькером [8]. Це формулювання раніше виявилось ефективною математичною основою для чисельних методів контактної аналізу [9]. Крім того, існує дуже ефективно застосування цього підходу до спеціальної конструкції гнучких кільцевих амортизаторів, які використовуються як проміжні пружні опори роторів. Його радіальна реакція визначається з розв'язку квадратичної задачі мінімізації з обмеженнями, кожна частина якої обчислюється аналітично.

Крім того, аналогічним та пов'язаним питанням присвячені роботи [10–17]. Так, у роботі [10] досліджується напружено-деформований стан та критичні швидкості обертання роторної частини нагнітача повітря високофорсованого двигуна. У роботі здійснено варіювання характеристиками жорсткості пружних підшипникових опор ротора. Визначено вплив цих параметрів на критичні швидкості обертання роторної частини нагнітача повітря. Розроблені рекомендації стосовно відлаштування від небезпечних режимів роботи нагнітача.

У роботах [11–15] мова переважно йде про відлаштування від критичних режимів обертання роторних систем. Проте визначаються такі режими із застосуванням саме лінійно-пружних моделей проміжних втулок.

Роботи [12–14, 16, 17] присвячені питанням динаміки роторних систем, але з іншими видами нелінійностей.

Таким чином, здійснений аналіз літературних джерел свідчить, що натеper не розроблено загального комплексного підходу, який би враховував при визначенні реакцій пружного проміжного кільця

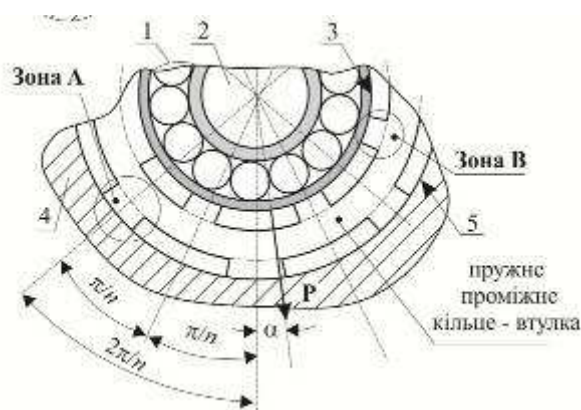


Рисунок 2 – Умовна схема взаємодії пружного проміжного кільця із іншими елементами конструкції опори роторної системи:

1 – підшипник, 2 – вал, 3 – внутрішня опорна поверхня, 4 – корпус, 5 – зовнішня опорна поверхня, E

зокрема, розглядаються роторні системи нагнітачів повітря, у яких робоче колесо розташоване

умови контактування із іншими елементами опор роторних систем. Це свідчить про актуальність питання, яке розглядається у статті.

Мета роботи – дослідження жорсткісних властивостей пружних проміжних втулок (кільць) із урахуванням їх контактної взаємодії з іншими деталями конструкції опори роторної системи.

1. Загальна постановка проблеми. Розглядається на розвиток робіт [2, 10, 11, 15], роторна система, зображена на рис. 1.

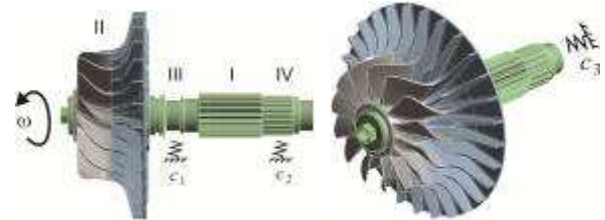
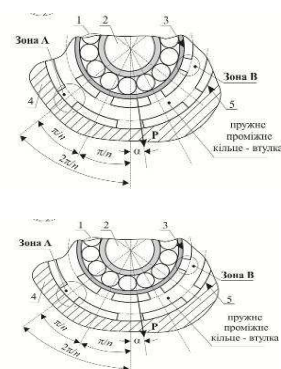


Рисунок 1 – Приклад роторної системи нагнітача повітря із консольним розташуванням робочого колеса [10]

Як зазначається у [8], із метою дослідження НДС та критичних швидкостей обертання роторної частини нагнітача повітря високофорсованого двигуна із певними особливостями будуються їх параметричні геометричні та скінченно-елементні моделі. РК нагнітача розташоване консольно (рис. 1). Це може викликати низькі критичні частоти обертання порівняно із випадком його розташування між опорами. Ці частоти можуть потрапляти у робочий діапазон кутових швидкостей обертання роторної частини нагнітача. Усі перелічені чинники у комплексі у межах єдиної розрахункової моделі раніше не враховувалися. Натомість, якраз урахування залежностей рівнів напружень, деформацій та критичних швидкостей від проектних параметрів становить інтерес при розробці конструкцій нагнітачів.

Проте слід зазначити, що у роботі [10] усі пружні елементи (c_1, c_2, c_3) моделюються лінійно-пружними властивостями. Разом із тим подібні реальні кільця (втулки) мають у спряженні із іншими деталями певні зазори та натяги (рис. 2).



консольно відносно двох пружних підшипникових опор (див. рис. 1). Роторна система містить вал I із

РК II, а також дві пружні підшипникові опори III (роликівий підшипник) та IV (кульковий радіально-упорний підшипник). Відповідно, як узагальнені варійовані параметри задіяні: конструктивне виконання валу, властивості його матеріалу та геометричні розміри; конструктивне виконання РК, властивості його матеріалу та геометричні розміри; міжопорна відстань та виліт консолі; пружні властивості опор (у радіальному (c_1 та c_2) та осьовому напрямках (c_3); кутова швидкість обертання ω .

Так, між зовнішньою E та внутрішньою поверхнею I можуть бути зазори Δ_E та Δ_I відповідно. Якщо Δ_E або Δ_I – від'ємні, то спостерігається натяг у sprzęженні.

Таким чином, для системи типу зображеної на рис. 2 ставиться задача визначення статичної характеристики за наявності зазорів Δ_E та Δ_I . Тобто становить інтерес отримання залежностей $P(w)$ та оберненої до неї $w(P)$, де w – радіальне переміщення внутрішнього валу відносно корпуса (див. рис. 2) при дії на нього радіальної сили P .

2. Математичне та чисельне моделювання реакції досліджуваного об'єкта на дію навантаження. Розроблено три типи моделей для аналізу реакції досліджуваного об'єкта на дію навантаження.

2.1 Аналітичний метод. На розвиток підходу, описаного у статті [2], запропоновано аналітичний метод. Цей метод заснований на принципі Калькера про мінімум додаткової енергії. Розроблене спеціальне варіаційне формулювання у закритому вигляді з використанням пучкового наближення Ейлера-Бернуллі для пружного кільця та спрощеної моделі нормального контакту на поверхнях кільця. Зазори (натяги) поверхонь E та I (див. рис. 2) мають істотний вплив на радіальну характеристику гнучкого кільця, яка може стати нелінійною. Щільне прилягання кільця з обох боків робить його набагато жорсткішим, а нещільне прилягання призводить до вільного руху ротора і значно слабшого гасіння його руху. Пружне кільце подане як криволінійна балка змінного перерізу. Мінімізується функціонал додаткової енергії. Варійованими є невід'ємні реакції на виступах ППК із поверхнями E та I (див. рис. 2). Певні результати досліджень наведені у статті [2].

Розвитком моделі, описаної у [2], є розширення її на випадок довільної форми пружного проміжного кільця та інших параметрів. Усі ці чинники є варійованими. Таким чином, забезпечується можливість аналізу напружено-деформованого стану та визначення залежностей $P(w)$ та $w(P)$ не для окремого об'єкта, а для цілої їх множини.

2.2 Двовимірне скінченно-елементне моделювання. Оскільки геометрична форма ППК є циліндричною тонкою оболонкою із серією виступів (опор), логічно застосувати для розрахунку її НДС двовимірну модель. У такій постановці можна застосувати метод скінченних елементів із використанням скінченних елементів PLANE або подібних. При цьому ігноруються ефекти, пов'язані із поздовжною координатою (у напрямку, нормальному до площини рис. 2).

Задаються умови контакту на колах, що моделюють поверхні E та I . Відповідно, визначаються контактні зони та деформований стан ППК (рис. 3).

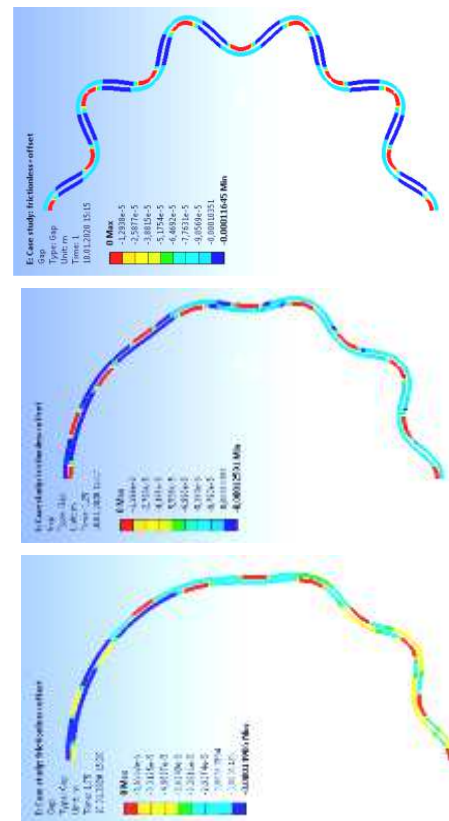


Рисунок 3 – Деформований стан і контактні сили на внутрішній I та зовнішній E поверхнях (колах) у взаємодії із ними ППК (двовимірне скінченно-елементне моделювання) при зростанні притискної сили

Здійснений аналіз свідчить, що, крім розмірів кільця, кількості опор і глибини вирізів та інших параметрів геометрії, суттєвий вплив на жорсткість ППК мають натяги (зазори) на поверхнях E та I .

2.3 Тривимірне скінченно-елементне моделювання. Із метою найбільш коректного моделювання напружено-деформованого стану ППК раціонально застосувати повне просторове скінченно-елементне моделювання. Було побудовано параметричні скінченно-елементні моделі ППК (рис. 4).

«Базова» тестова втулка має зовнішній діаметр 80 мм, внутрішній – 76 мм, висота гребеня – 0,5 мм, кількість гребенів – 10 (зовні та всередині), товщина гребеня – 5 мм, ширина втулки – 20 мм (у симетричній постановці – 10 мм).

Варіюються: 1) кути дії сили відносно виступів (10 виступів дають змінюваність жорсткості у секторі 18°), відповідно, він варіюється у значеннях $[0^\circ; 4,5^\circ; 9^\circ; 13,5^\circ; 18^\circ]$; 2) кількість опор – $[10, 9, 8, 7, 6]$; 3) висота виступів – $[0,1, 0,3, 0,5, 0,7, 0,9]$, мм, для втулки із 10 виступами – із кінематичним навантаженням, максимальний рівень якого дорівнює висоті виступа; 4) висота виступів – $[0,1, 0,3, 0,5, 0,7, 0,9]$, мм, для втулки із 10 виступами – із кінематичним навантаженням, максимальний рівень якого дорівнює 0,9 мм.

На рис. 4 наведені геометрична модель, симет-

рична постановка задачі, дві контактні пари (циліндрична поверхня контактує з усіма поверхнями втулки), зафіксована поверхня, а також кінематичне зміщення внутрішнього циліндра, де величина усунення збігається з величиною зазору (0,5 мм).

Визначено контактні зони, розподіл контактного тиску та залежності $P(w)$ та $w(P)$ (рис. 5).

В цілому отримані результати моделювання із використанням просторових скінченних елементів якісно та кількісно відповідають результатам із ви-

користанням одновимірної та двовимірної постановках. На рис. 6–8 наведені варіанти скінченно-елементних моделей для дослідження при варіюванні кутів дії сили, кількості опор, висот виступів та кінематичного зміщення, а у табл. 1–6 – картини розподілу компонент НДС та контактної тиску (варіант 10 опор). Введений параметр $\tau_i = \{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5\} = \{0,1/0,05; 0,25/0,125; 0,5/0,25; 0,75/0,375; 1,0/0,5\}$ є час (с)/переміщення (мм).

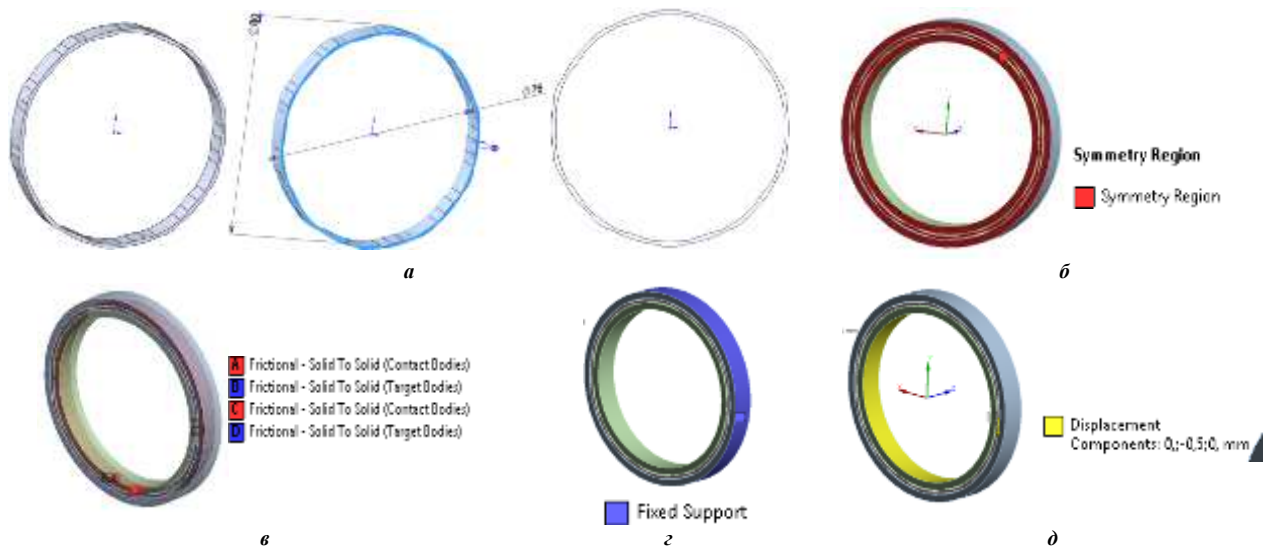


Рисунок 4 – До питання моделювання напружено-деформованого стану пружного проміжного кільця: *a* – геометрична модель; *б* – симетрична постановка; *в* – дві контактні пари (циліндрична поверхня контактує з усіма поверхнями втулки); *г* – зафіксована поверхня; *д* – кінематичне зміщення внутрішнього циліндра, величина усунення співпадає з величиною зазору (0,5мм)

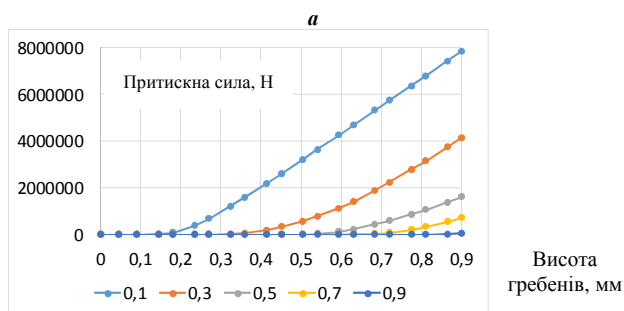
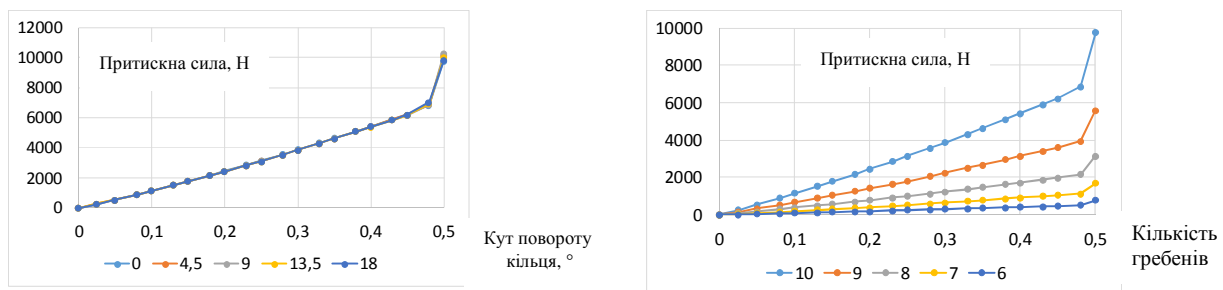


Рисунок 5 – Розподіл величини реакції у закріпленні залежно від:
a – величини кінематичного зміщення та кута повороту пружного кільця; *б* – величини кінематичного зміщення та кількості гребенів на пружному кільці; *в* – величини кінематичного зміщення та висоти гребенів на пружному кільці

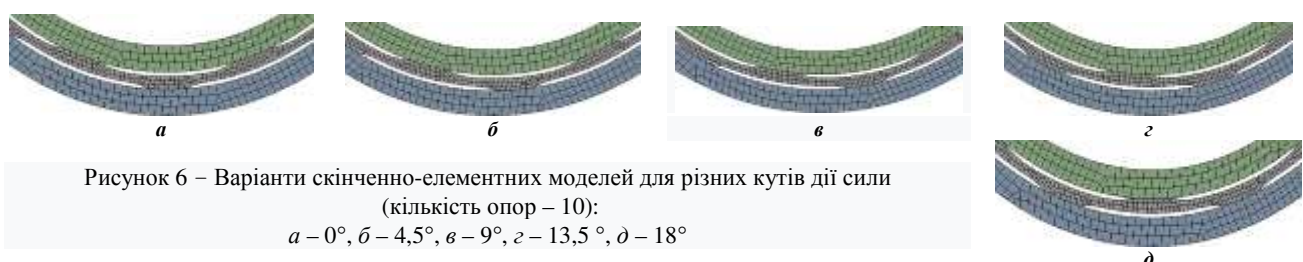


Рисунок 6 – Варіанти скінченно-елементних моделей для різних кутів дії сили (кількість опор – 10):
a – 0°, *б* – 4,5°, *в* – 9°, *г* – 13,5 °, *д* – 18°



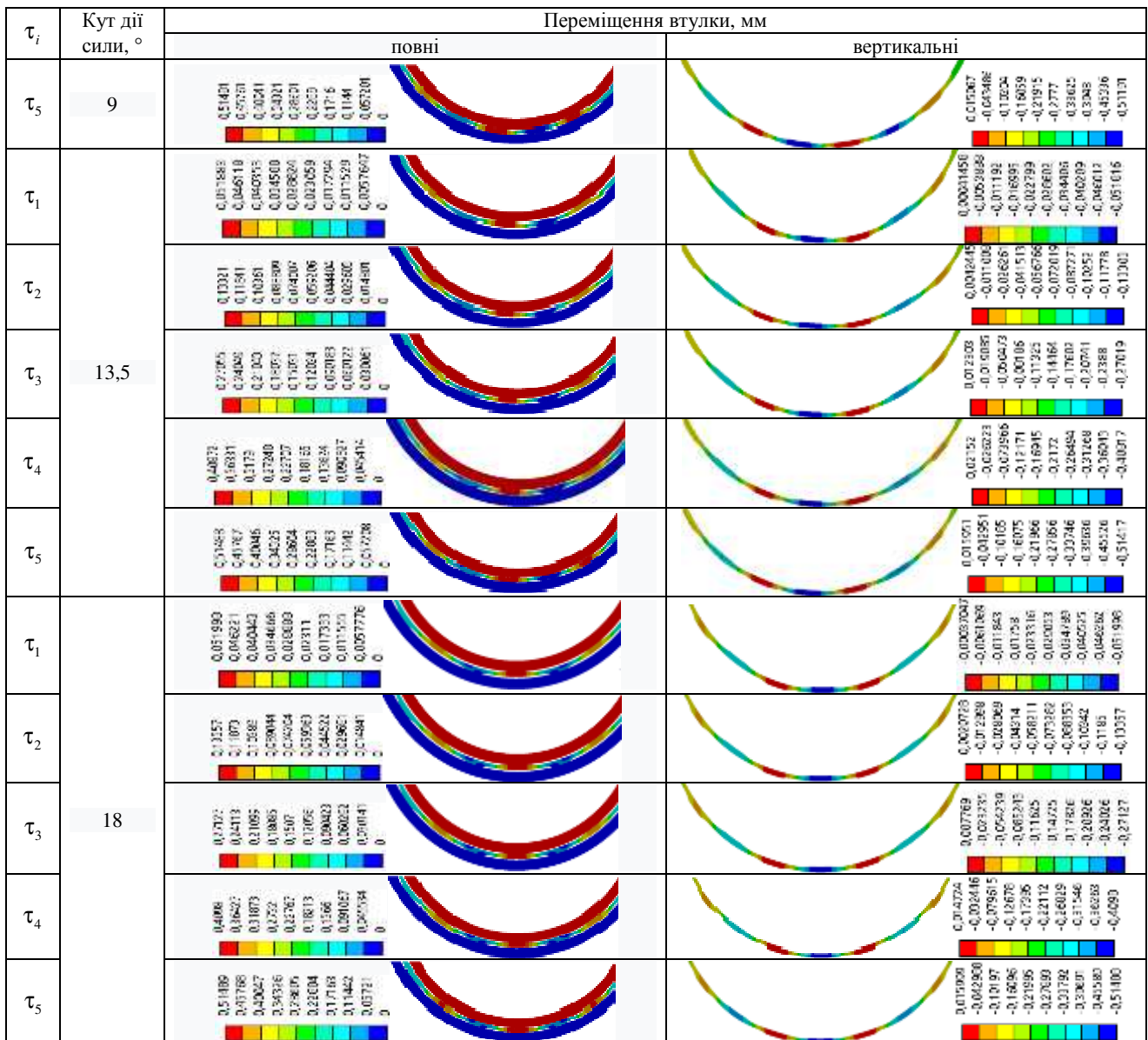
Рисунок 7 – Варіанти скінченно-елементних моделей для різної кількості опор (кут дії сили 0°):
 а – 9 опор, б – 8 опор, в – 7 опор, з – 6 опор



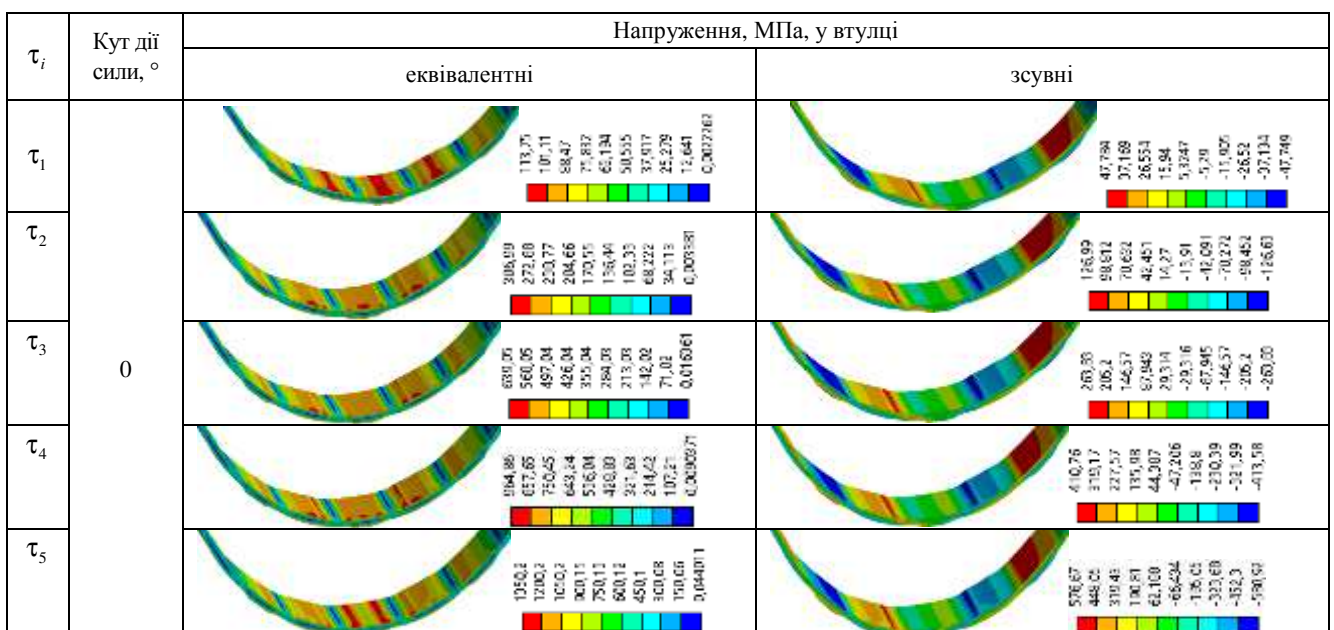
Рисунок 8 – Варіанти скінченно-елементних моделей для різних висот виступів (кутів дії сили 0°):
 а – 0,1 мм; б – 0,3 мм; в – 0,7 мм; з – 0,9 мм

Таблиця 1 – Повні та вертикальні переміщення (мм) втулки для різних кутів дії сили (варіант 10 опор)

τ_i	Кут дії сили, $^\circ$	Переміщення втулки, мм		
		повні	вертикальні	
τ_1	0	0.005225 0.044445 0.038573 0.033307 0.027757 0.022225 0.017391 0.011112 0.007776 0.004445		0.000476 -0.000707 -0.000919 -0.001127 -0.001331 -0.001531 -0.001727 -0.001919 -0.002107 -0.002291
		0.12775 0.023362 0.005189 0.075971 0.005279 0.005196 0.005119 0.005042 0.004965		0.000820 -0.002709 -0.002239 -0.001691 -0.001143 -0.000595 -0.000047 -0.000510 -0.001020
		0.21248 0.23267 0.25286 0.27305 0.29324 0.31343 0.33362 0.35381 0.37400		0.017381 -0.012240 -0.004217 -0.007265 -0.100279 -0.132296 -0.164313 -0.196330 -0.228347
		0.39226 0.44869 0.50512 0.56155 0.61798 0.67441 0.73084 0.78727 0.84370		0.03202 -0.01937 -0.00864 -0.15825 -0.15161 -0.10029 -0.13296 -0.16563 -0.19830
		0.51229 0.57714 0.64199 0.70684 0.77169 0.83654 0.90139 0.96624 1.03109		0.014163 -0.04227 -0.10064 -0.15905 -0.21746 -0.27587 -0.33428 -0.39269 -0.45110
τ_2	4,5	0.05075 0.040111 0.030472 0.020833 0.011194 0.002255 0.001117 0.001729 0.000380		0.011360 -0.004363 -0.010086 -0.015813 -0.021540 -0.027267 -0.032994 -0.038721 -0.044448
		0.13231 0.11576 0.10135 0.08694 0.07253 0.05812 0.04371 0.02930 0.01489		0.020127 -0.008338 -0.02333 -0.03833 -0.05333 -0.06833 -0.08333 -0.09833 -0.11333
		0.26486 0.21725 0.16964 0.12203 0.07442 0.02681 0.01140 0.00020 0.02919		0.011732 -0.011829 -0.044371 -0.075372 -0.106373 -0.137374 -0.168375 -0.199376 -0.230377
		0.39741 0.35548 0.31355 0.27162 0.22969 0.18776 0.14583 0.10390 0.06197		0.02941 -0.21965 -0.26065 -0.30165 -0.34265 -0.38365 -0.42465 -0.46565 -0.50665
		0.51427 0.45721 0.40015 0.34309 0.28603 0.22897 0.17191 0.11485 0.05779		0.011817 -0.043636 -0.10117 -0.15871 -0.21625 -0.27379 -0.33133 -0.38887 -0.44641
τ_1	9	0.05120 0.045716 0.40000 0.014207 0.008722 0.003237 0.001103 0.011225 0.006740		0.001082 -0.004778 -0.010575 -0.016372 -0.022169 -0.027966 -0.033763 -0.039560 -0.045357
		0.33111 0.11546 0.10277 0.00060 0.07374 0.000720 0.044626 0.02566 0.01486		0.009007 -0.008403 -0.054658 -0.039937 -0.051186 -0.070333 -0.089480 -0.108627 -0.127774
		0.21884 0.23826 2.20076 0.17889 0.14911 0.11933 0.08955 0.05977 0.02999		0.015553 -0.013584 -0.047244 -0.070627 -0.11002 -0.14941 -0.18880 -0.22819 -0.26758
		0.08665 0.30624 0.31515 0.32406 0.23525 0.18623 0.13721 0.08819 0.03917 0.05505		0.027648 -0.021000 -0.059115 -0.11885 -0.16958 -0.21031 -0.26104 -0.31177 -0.36250 -0.41323



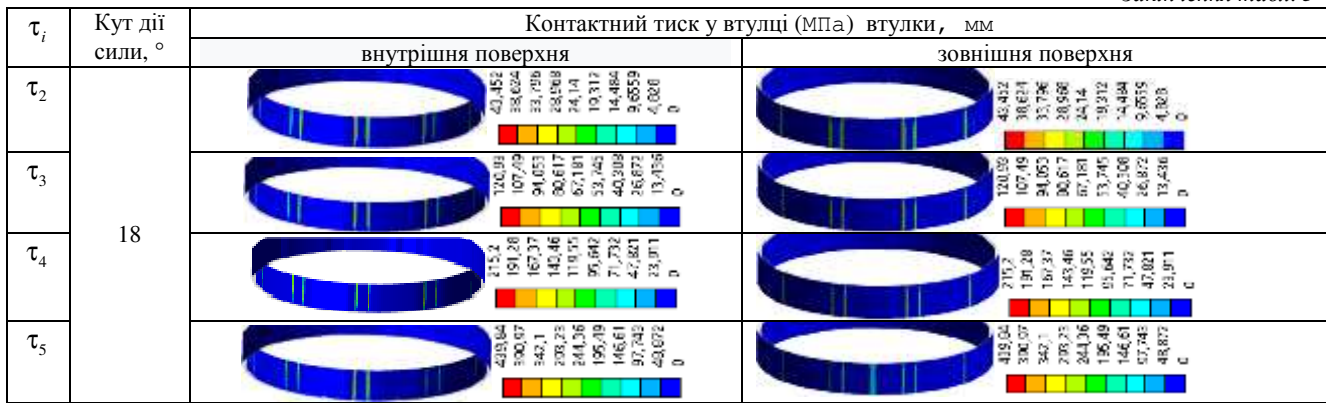
Таблиця 2 – Еквівалентні та зсувні напруження, МПа, у втулці для різних кутів дії сили (варіант 10 опор)



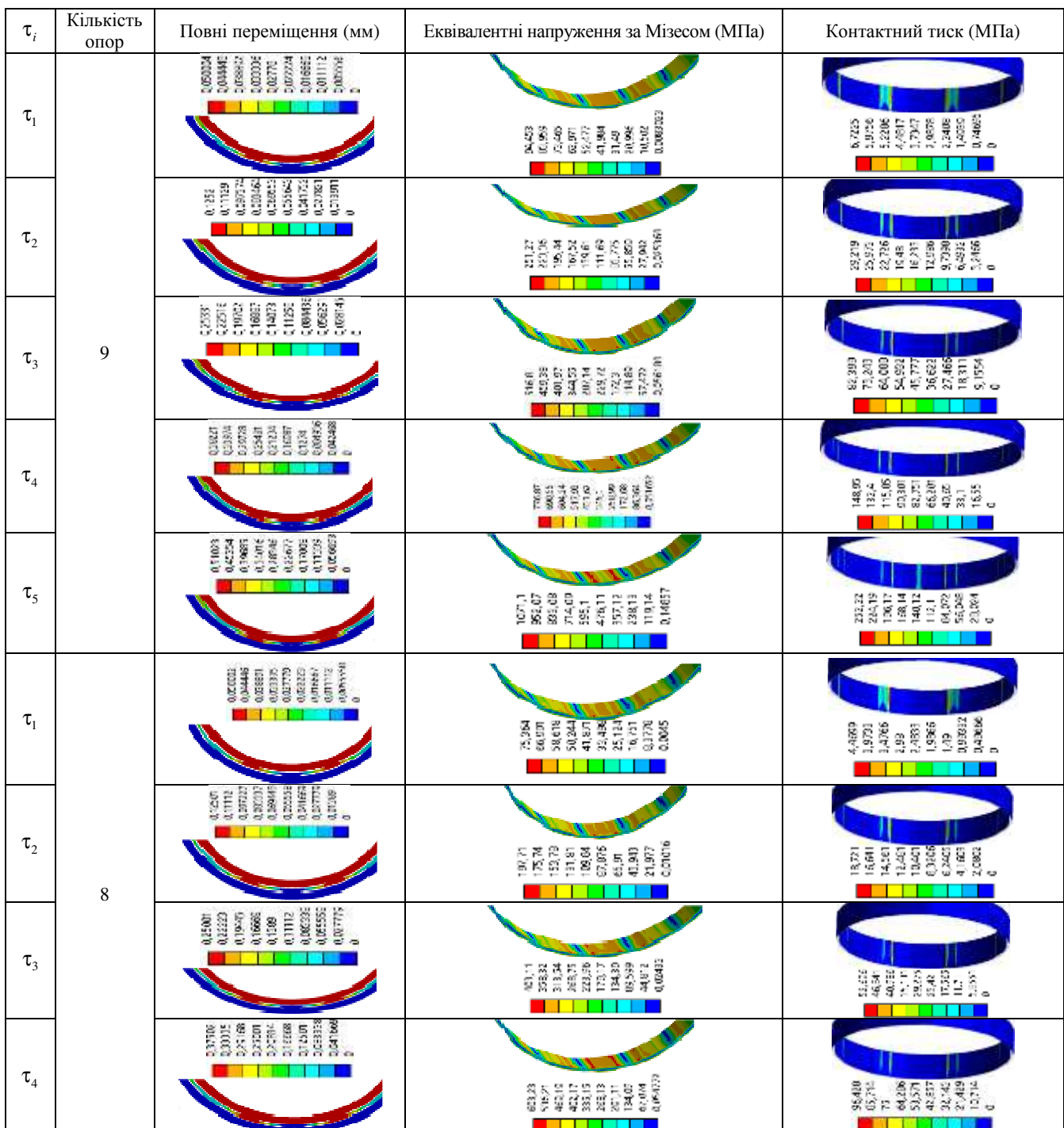
τ_i	Кут дії сили, °	Напруження, МПа, у втулці	
		еквівалентні	зсувні
τ_1	4,5		
τ_1	9		
τ_1	13,5		
τ_1	18		

Таблиця 3 – Контактний тиск у втулці, МПа, для внутрішніх та зовнішніх поверхонь для різних кутів дії сили (10 опор)

τ_i	Кут дії сили, °	Контактний тиск у втулці (МПа) втулки, мм	
		внутрішня поверхня	зовнішня поверхня
τ_1	0		
τ_1	4,5		
τ_1	9		
τ_1	13,5		
τ_1	18		



Таблиця 4 – Повні переміщення (мм), еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) та контактний тиск (МПа) втулки для різних варіантів кількості опор (кут дії сили – 0°)



Закінчення табл. 4

τ_i	Кількість опор	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_5	8			
τ_1				
τ_2	7			
τ_3				
τ_4				
τ_5				
τ_1				
τ_2	6			
τ_3				
τ_4				
τ_5				
τ_1				

Таблиця 5 – Повні переміщення (мм), еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) та контактний тиск (МПа) втулки для різних висот виступів (кут дії сили 0°)

τ_i	Висота виступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_1	0,1			
τ_2	0,3			
τ_1	0,7			

τ_i	Висота виступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_2	0,7			
τ_2	0,9			

Таблиця 6 – Повні переміщення (мм), еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) та контактний тиск (МПа) втулки для різних варіантів висоти виступу (кут дії сили – 0°, кінематичне зміщення 0.9 мм)

τ_i	Висота виступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_1	0,1			

Продовження табл. 6

τ_i	Висота ви- ступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_3	0,1			
τ_4				
τ_5				
τ_1	0,3			
τ_2				
τ_3				
τ_4				
τ_5				
τ_1	0,5			
τ_2				
τ_3				

τ_i	Висота виступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_4	0,5			
τ_5				
τ_1	0,7			
τ_2				
τ_3				
τ_4				
τ_5				

Висновки.

Аналіз отриманих результатів дає підстави для певних висновків та визначення закономірностей щодо поведінки пружного проміжного кільця при дії навантаження.

1. Розроблено нові постановки задачі про визначення напружено-деформованого стану пружного проміжного кільця із урахуванням контактної взаємодії. Це формує, на відміну від традиційних лінійних, суттєво нелінійні моделі НДС. Вони є більш адекватними та враховують чинники, які раніше не враховувалися. Зокрема, беруться до уваги зазори, натяг та контакт у спряженні пружного проміжного кільця із іншими деталями конструкції опори роторної системи.

2. Установлено, що у ході навантаження радіальною силою відбувається нерівномірне деформування пружного проміжного кільця. При цьому зони контактування поступово змінюють свою локалізацію у напрямку дії радіальної сили. Залежність радіального переміщення від навантажувальної сили є суттєво нелінійною.

3. Визначено, що статична характеристика пружного проміжного кільця у контактній взаємодії зі спряженими деталями конструкції опори роторної системи має три принципово різні ділянки. Перша ділянка відповідає малій жорсткості (практично нульовій). На цьому етапі йде вибирання сумарного зазору між внутрішньою та зовнішньою поверхнями жорстких сусідніх, спряжених із ППК, тіл. Друга ділянка відповідає власне пружному деформуванню кільця. Жорсткість на цьому етапі визначається в основному вигином пружного проміжного кільця. Третя ділянка свідчить про вибирання зазорів у системі контактуючих тіл. У цьому стані жорсткість визначається стискуванням тіла пружного проміжного кільця. Ця жорсткість набагато вища, ніж на другому етапі.

4. У цілому у загальному випадку статичну характеристику ППК можна апроксимувати у вигляді трьох кусочно-лінійних ділянок (див. п. 3). Отже, навіть у спрощеному вигляді отримується нелінійна модель радіальної жорсткості у системі «пружне проміжне кільце – елементи конструкції опори висо-

кообертвої роторної системи». Це принципово ускладнює розрахункову, математичну та чисельну моделі досліджуваної динаміки роторної системи.

5. На жорсткість пружного проміжного кільця чинить сильний вплив кількість гребенів (опор). Кут повороту напрямку дії сили чинить дуже несуттєвий вплив на його жорсткість.

Визначені особливості деформування пружного проміжного кільця із урахуванням контактної взаємодії планується використати у ході подальших досліджень динаміки роторних систем.

Список літератури

1. Kelson A.S., Cymanskii H.P., Yakovlev B.H.: *Dynamics of Rotor-Bearing Systems*. Nauka, Moscow (1982).
2. Tkachuk, M. M., Grabovskiy, A., Tkachuk, A. (2021). Numerical and Analytical Analysis Methods for Radial Response of Flexible Ring Dampers. In: *Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering: Proceedings of KOD 2021*. Cham: Springer, vol. 109, p. 499-506
3. *Двигуни внутрішнього згоряння* : серія підручників у 6 т. / А. П. Марченко [та ін.] ; ред. А. П. Марченко ; Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». 2-ге вид. Харків : НТУ «ХПІ», 2014.
4. Martynenko, G. (2016). Resonance mode detuning in rotor systems employing active and passive magnetic bearings with controlled stiffness. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. 13, 3293
5. Avramov, K., Shulzhenko, M., Borysiuk, O., Pierre, C. (2015). Influence of periodic excitation on self-sustained vibrations of one disk rotors in arbitrary length journals bearings. *International journal of non-linear mechanics*. 77, 274–280
6. Avramov, K.V., Mikhlin, Y.V. (2013). Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. *Applied Mechanics Reviews*. 65(2), 020801
7. Zhang, Y., He, L., Yang, J., Wan, F., Gao, J. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences*. 9(20), 4371
8. Kalker J.J. (1987). Variational and non-variational theory of frictionless adhesive contact between elastic bodies. *Wear* 119(1), 63–76
9. Tkachuk, M. (2018). A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(7), 34–41
10. Ткачук М. М., Грабовський А. В., Шуть О. Ю., Ліпейко А. І., Овчаров С. М. [та інш.]. Напружено-деформований стан та критичні швидкості обертання роторної частини нагнітача повітря високо форсованого двигуна. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: *Машинознавство та САПР*. № 1. 2022. С. 116–140.
11. Ткачук М. А., Грабовський А. В., Ткачук М. М., Прокопенко М. В. [та інш.]. Чутливість міцнісних, жорсткісних та динамічних характеристик консольного ротора до варіювання проектних параметрів. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: *Машинознавство та САПР*. 2021. № 1. С. 104–113.
12. Reddy, Mutra Rajasekhara, J. Srinivas. (2016). Vibration analysis of a support excited rotor system with hydrodynamic journal bearings. *Procedia Engineering*, 144: 825–832.
13. Han, Qinkai, Fulei Chu. (2015). Parametric instability of flexible rotor-bearing system under time-periodic base angular motions. *Applied Mathematical Modelling*, 39, no. 15, pp. 4511–4522.
14. Matthew, Cha, Glavatskih, S. (2015). Nonlinear dynamic behaviour of vertical and horizontal rotors in compliant liner tilting pad journal bearings: Some design considerations. *Tribology International*. 82: 142–152.
15. Marchenko A., Grabovskiy A., Tkachuk M., Shut O., Tkachuk M. (2021) Detuning of a Supercharger Rotor from Critical Rotational Velocities. In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J., Edl M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77823-1_14
16. Azraai, M. R., Priyandoko, G., Yusoff, A. R., Rashid, M. F. F. A. (2015). Parametric Optimization of magneto-rheological fluid damper using particle swarm optimization. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering* 11: 2591.
17. Zhang, Yipeng, Lidong He, Jianjiang Yang, Fangteng Wan, Jinji Gao. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences* 9, no. 20: 4371.

References (transliterated)

1. Kelson A.S., Cymanskii H.P., Yakovlev B.H. (1982). *Dynamics of Rotor-Bearing Systems*. Nauka, Moscow
2. Tkachuk, M. M., Grabovskiy, A., Tkachuk, A. (2021). Numerical and Analytical Analysis Methods for Radial Response of Flexible Ring Dampers. In: *Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering: Proceedings of KOD 2021*. Cham: Springer, vol. 109, p. 499-506
3. *Dvyhuny vnutrishn'oho zhorayannya* : seriya pidruchnykiv u 6 t. [Internal combustion engines: a series of textbooks in 6 volumes] / A. P. Marchenko [and others]; ed. A. P. Marchenko; Nats. tekhn. un-t «Kharkiv. politekhn. in-t». 2nd edition. Kharkiv: NTU «KhPI», 2014.
4. Martynenko, G. (2016). Resonance mode detuning in rotor systems employing active and passive magnetic bearings with controlled stiffness. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. 13, 3293
5. Avramov, K., Shulzhenko, M., Borysiuk, O., Pierre, C. (2015). Influence of periodic excitation on self-sustained vibrations of one disk rotors in arbitrary length journals bearings. *International journal of non-linear mechanics*. 77, 274–280
6. Avramov, K.V., Mikhlin, Y.V. (2013). Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. *Applied Mechanics Reviews*. 65(2), 020801
7. Zhang, Y., He, L., Yang, J., Wan, F., Gao, J. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences*. 9(20), 4371
8. Kalker J.J. (1987). Variational and non-variational theory of frictionless adhesive contact between elastic bodies. *Wear*, 119(1), 63–76
9. Tkachuk, M. (2018). A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(7), 34–41
10. Tkachuk, M.M., Grabovskiy, A.V., Shut, O.Yu., Lipeyko, A.I., Ovcharov, E.M. [and others] (2022). Napruzheno-deformovany stan ta krytychni shvydkosti obertannya rotornoyi chastyny nahnitacha povitrya vysoko forsovanoho dvyhuna. *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Seriya: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. [Stress-deformed state and critical rotation speeds of the rotor part of the air compressor of a highly boosted engine]. *Bulletin of the National Technical University «KhPI»*. Series: *Mechanical engineering and CAD*, no. 1, pp. 116–140.
11. Tkachuk, M.A., Grabovskiy, A.V., Tkachuk, M.M., Prokopenko, M.V. [and others]. (2021). Chutlyvist' mitsnisnykh, zhorstkisnykh ta dynamichnykh kharakterystyk konsol'noho rotora do varyuvannya proektnykh parametriv. *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Seriya: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. [The sensitivity of the strength, stiffness and dynamic characteristics of the cantilever rotor to variations in design parameters], *Bulletin of the National Technical University «KhPI»*. Series: *Mechanical engineering and CAD*, no. 1, pp. 104–113.
12. Reddy, Mutra Rajasekhara, J. Srinivas. (2016). Vibration analysis of a support excited rotor system with hydrodynamic journal bearings. *Procedia Engineering*, 144: 825–832.
13. Han, Qinkai, Fulei Chu. (2015). Parametric instability of flexible rotor-bearing system under time-periodic base angular motions. *Applied Mathematical Modelling*, 39, no. 15, pp. 4511–4522.
14. Matthew, Cha, Glavatskih, S. (2015). Nonlinear dynamic behaviour of vertical and horizontal rotors in compliant liner tilting pad journal bearings: Some design considerations. *Tribology International*. 82: 142–152.
15. Marchenko A., Grabovskiy A., Tkachuk M., Shut O., Tkachuk M. (2021) Detuning of a Supercharger Rotor from Critical Rotational Velocities. In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J., Edl M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77823-1_14

- Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77823-1_14
16. Azraai, M. R., Priyandoko, G., Yusoff, A. R., Rashid, M. F. F. A. (2015). Parametric Optimization of magneto-rheological fluid damper using particle swarm optimization. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering* 11: 2591.
17. Zhang, Yipeng, Lidong He, Jianjiang Yang, Fangteng Wan, Jinji Gao. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences* 9, no. 20: 4371.

Надійшла (received) 05.07.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович / Tkachuk Mykola M. – доктор технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

Грабовський Андрій Володимирович / Grabovskiy Andrey – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; тел.: (057)7076166, e-mail: andrej8383@gmail.com.

Прокопенко Микола Вікторович / Prokopenko Mykola – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», докторант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: kola0123@ukr.net.

Шуть Олександр Юрійович / Shut Oleksandr – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна, e-mail: tma@tmm-sapr.org

Пінчук Наталія Володимирівна / Pinchuk Nataliya – кандидат фізико-математичних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Матеріалознавство», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0954-2266>; тел.: (057) 707-64-35; e-mail: spiritnata@gmail.com

Ткачук Микола Анатолійович / Tkachuk Mykola A. – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Клочков Ілля Євгенович / Klochkov Illia – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: s008@tmm-sapr.org

Ліпейко Андрій Іванович / Lipeiko Andrii – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Цендра Георгій Вікторович / Tsendra Heorgii – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Шевченко Андрій Валерійович / Shevchenko Andriy – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Коба Андрій Миколайович / Andrii Koba – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: a.skoba89@gmail.com