УДК 62-13: 539.3

doi: 10.20998/2079-0775.2022.2.08

М.М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. В. ПРОКОПЕНКО, О. Ю. ШУТЬ, Н. В. ПІНЧУК, М. А. ТКАЧУК, І. Є. КЛОЧКОВ, Є. М. ЛІПЕЙКО, Г. В. ЦЕНДРА, А. В. ШЕВЧЕНКО, А. М. КОБА

ЖОРСТКІСНІ ВЛАСТИВОСТІ ПРУЖНИХ ВТУЛОК ВИСОКООБЕРТОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДВИГУНІВ

У роботі створено теоретичні основи аналізу поведінки пружних втулок високообертових елементів сучасних двигунів під навантаженням. Запропоновано декілька варіаційних постановок. Перша з них базується на моделі тонкого кільця. Друга модель сформована на плоскій постановці. Третя модель - тривимірна постановка контактної задачі. Установлено, що у ході навантаження радіальною силою відбувається нерівномірне деформування пружного проміжного кільця. При цьому зони контактування поступово змінюють свою локалізацію у напрямку дії радіальної сили. Залежність радіального переміщення від навантажувальної сили є суттєво нелінійною. Установлено, що статична характеристика пружного кільця має складний вигляд. На відміну від традиційної лінійної характеристики, вона складається із трьох ділянок. Перша відповідає нульовій реакції на дію навантаження. Друга – лінійна частина. Третя – жорстка ділянка. Таким чином, розроблено нові постановки задачі про визначення напружено-деформованого стану пружного проміжного кільця із урахуванням контактної взаємодії. Це формує, на відміну від традиційних лінійних, суттєво нелінійні моделі напружено-деформованого стану. Вони є більш адекватними та враховують чинники, які раніше не враховувалися. Зокрема, беруться до уваги зазори, натяг та контакт у спряженні пружного проміжного кільця із іншими деталями конструкції опори роторної системи.

Ключові слова: високообертовий елемент, пружна втулка, опора, критичні швидкості обертання, нагнітач повітря, двигун внутрішнього згоряння

M. M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, M. PROKOPENKO, O. SHUT, N. PINCHUK, M.A. TKACHUK, I. KLOCHKOV, A. LIPEIKO, H. TSENDRA, A. SHEVCHENKO, A. KOBA

RIGID PROPERTIES OF ELASTIC BUSHINGS OF ENGINES HIGH SPEED ELEMENTS

In the work, theoretical foundations of behavior analysis of elastic bushings of modern engines high-speed elements under load were created. Several variation settings are offered. The first one of them is based on the model of a thin ring. The second model is formed on a flat setting. The third model is a three-dimensional formulation of the contact problem. It was established that during radial force loading, uneven deformation of the elastic intermediate ring occurs. At the same time, the contact zones gradually change their location in the direction of the radial force. The dependence of the radial displacement on the loading force is significantly nonlinear. It was established that the static characteristic of an elastic ring has a complex form. Unlike the traditional linear characteristic, it consists of three sections. The first one corresponds to a zero reaction to the action of the load. The second is a linear part. The third is a tough section. Thus, new formulations of the problem of determining the stress-strain state of an elastic intermediate ring, taking into account the contact interaction, have been developed. This forms, in contrast to traditional linear, significantly nonlinear models of the stress-strain state. They are more adequate and take into account factors that were not taken into account before. In particular, the clearances, tension and contact in the coupling of the elastic intermediate ring with other parts of the structure of the support of the rotor system are taken into account. Keywords: high-speed element, elastic bushing, support, critical rotational speeds, air blower, internal combustion engine

Вступ. Сучасні форсовані двигуни внутрішнього згоряння (ДВЗ) великої потужності, а також інші машини та агрегати і вузли мають у своєму складі високообертові елементи. Це, зокрема, ротори нагнітачів повітря, деталі трансмісій, приводів тощо. Усі робочі частоти обертання сягають десятків тисяч обертів на хвилину. Відповідно, можуть потенційно виникати критичні режими руху.

Для відлаштування від цих критичних режимів, зокрема, застосовуються проміжні пружні втулки для зниження жорсткості опор валів роторних частин [1]. Відповідно, у розрахункові моделі цих роторних систем вводиться пружний елемент із властивостями, які визначаються геометричними параметрами цих кілець та властивостями матеріалів. Проте при цьому не враховуються проєктні (конструктивні) параметри, які суттєвим чином можуть вплинути на статичну характеристику цього пружного кільця у складанні, тобто у з'єднанні з іншими елементами конструкції пружної опори. У свою чергу, це змушує відчутно ускладнити математичні та чисельні моделі напружено-деформованого стану (НДС) пружного кільця, оскільки необхідно враховувати зазори, натяг та умови контактної взаємодії на внутрішньому та зовнішньому радіусах у спряженні із іншими деталями опори. Це формує напрямок розробок та досліджень, які знайшли відображення у цій статті.

Аналіз існуючих моделей та методів досліджень пружних проміжних кілець як складових опор роторних систем. Опори роторних систем, як

уже зазначалося вище, містять у своєму складі податливі деталі (пружне проміжне кільце (ППК)), що зазвичай моделюється лінійно-пружним елементом, характеристики якого визначаються номінальними геометричними параметрами та фізико-механічними властивостями їх матеріалу. Зокрема, визначення таких характеристик можна здійснювати із застосуванням традиційних методик для кільцевих структур [1]. Можливе також застосування більш сучасних моделей та методів.

Як зазначається у статті [2], роторні машини схильні до вібрацій через різні фактори їх конструкції та роботи. Розташування та характеристики опор ротора відіграють ключову роль у його динамічній стійкості. Зокрема, це стосується високошвидкісних робочих коліс (РК) у двотактних ДВЗ з турбонаддувом [3]. Через компактність і високу продуктивність цього компонента відрегулювати ротор з важким диском від критичних швидкостей обертання є складним завданням. Для досягнення цієї мети можна вживати пасивних і активних заходів [4, 5]. Основне завдання - контроль жорсткості підшипників та інших опор ротора. Ця характеристика часто виявляється нелінійною. Крім методів нелінійної динаміки ротора [6], що описують коливання в цих системах, необхідні спеціальні методи

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. В. Прокопенко, О. Ю. Шуть, Н. В. Пінчук, М. А. Ткачук, I. Є. Клочков, А. І. Ліпейко, Г. В. Цендра, А. В. Шевченко, А. М. Коба, 2022

для моделювання радіальної реакції самих опор у рамках більшого аналізу.

Аналіз скінченних елементів є утилітарним інструментом для виконання такого аналізу для довільних конструкцій опор ротора [7]. Тим не менш, це може бути важко доступним у повсякденній інженерній практиці, де прості та швидкі рішення цінуються достатньо високо. Тому ці роботи пропонують альтернативний метод аналізу. Він заснований на усталеному варіаційному принципі контактної механіки, запропонованому Дж. Калькером [8]. Це формулювання раніше виявилося ефективною математичною основою для чисельних методів контактного аналізу [9]. Крім того, існує дуже ефективне застосування цього підходу до спеціальної конструкції гнучких кільцевих амортизаторів, які використовуються як проміжні пружні опори роторів. Його радіальна реакція визначається з розв'язку квадратичної задачі мінімізації з обмеженнями, кожна частина якої обчислюється аналітично.

Крім того, аналогічним та пов'язаним питанням присвячені роботи [10–17]. Так, у роботі [10] досліджується напружено-деформований стан та критичні швидкості обертання роторної частини нагнітача повітря високофорсованого двигуна. У роботі здійснено варіювання характеристиками жорсткості пружних підшипникових опор ротора. Визначено вплив цих параметрів на критичні швидкості обертання роторної частини нагнітача повітря. Розроблені рекомендації стосовно відлаштування від небезпечних режимів роботи нагнітача.

У роботах [11–15] мова переважно йде про відлаштування від критичних режимів обертання роторних систем. Проте визначаються такі режими із застосуванням саме лінійно-пружних моделей проміжних втулок.

Роботи [12–14, 16, 17] присвячені питанням динаміки роторних систем, але з іншими видами нелінійностей.

Таким чином, здійснений аналіз літературних джерел свідчить, що натепер не розроблено загального комплексного підходу, який би враховував при визначенні реакцій пружного проміжного кільця



умови контактування із іншими елементами опор роторних систем. Це свідчить про актуальність питання, яке розглядається у статті.

Мета роботи – дослідження жорсткісних властивостей пружних проміжних втулок (кілець) із урахуванням їх контактної взаємодії з іншими деталями конструкції опори роторної системи.

1. Загальна постановка проблеми. Розглядається на розвиток робіт [2, 10, 11, 15], роторна система, зображена на рис. 1.



Рисунок 1 – Приклад роторної системи нагнітача повітря із консольним розташуванням робочого колеса [10]

Як зазначається у [8], із метою дослідження НДС та критичних швидкостей обертання роторної частини нагнітача повітря високофорсованого двигуна із певними особливостями будуються їх параметричні геометричні та скінченно-елементні моделі. РК нагнітача розташоване консольно (рис. 1). Це може викликати низькі критичні частоти обертання порівняно із випадком його розташування між опорами. Ці частоти можуть потрапляти у робочий діапазон кутових швидкостей обертання роторної частини нагнітача. Усі перелічені чинники у комплексі у межах єдиної розрахункової моделі раніше не враховувалися. Натомість, якраз урахування залежностей рівнів напружень, деформацій та критичних швидкостей від проєктних параметрів становить інтерес при розробці конструкцій нагнітачів.

Проте слід зазначити, що у роботі [10] усі пружні елементи (c_1, c_2, c_3) моделюються лінійнопружними властивостями. Разом із тим подібні реальні кільця (втулки) мають у спряженні із іншими деталями певні зазори та натяги (рис. 2).



Рисунок 2 – Умовна схема взаємодії пружного проміжного кільця із іншими елементами конструкції опори роторної системи:

1 – підшипник, 2 – вал; 3 – внутрішня опорна поверхня І, 4 – корпус, 5 – зовнішня опорна поверхня Е

Зокрема, розглядаються роторні системи нагнітачів повітря, у яких робоче колесо розташоване консольно відносно двох пружних підшипникових опор (див. рис. 1). Роторна система містить вал І із РК II, а також дві пружні підшипникові опори III (роликовий підшипник) та IV (кульковий радіальноупорний підшипник). Відповідно, як узагальнені варійовані параметри задіяні: конструктивне виконання валу, властивості його матеріалу та геометричні розміри; конструктивне виконання РК, властивості його матеріалу та геометричні розміри; міжопорна відстань та виліт консолі; пружні властивості опор (у радіальному (c_1 та c_2) та осьовому напрямках (c_3); кутова швидкість обертання ω .

Так, між зовнішньою E та внутрішньою поверхнею I можуть бути зазори Δ_E та Δ_I відповідно. Якщо Δ_E або Δ_I – від'ємні, то спостерігається натяг у спряженні.

Таким чином, для системи типу зображеної на рис. 2 ставиться задача визначення статичної характеристики за наявності зазорів Δ_E та Δ_I . Тобто становить інтерес отримання залежностей P(w) та оберненої до неї w(P), де w – радіальне переміщення внутрішнього вала відносно корпуса (див. рис. 2) при дії на нього радіальної сили P.

2. Математичне та чисельне моделювання реакції досліджуваного об'єкта на дію навантаження. Розроблено три типи моделей для аналізу реакції досліджуваного об'єкта на дію навантаження.

2.1 Аналітичний метод. На розвиток підходу, описаного у статті [2], запропоновано аналітичний метод. Цей метод заснований на принципі Калькера про мінімум додаткової енергії. Розроблене спеціальне варіаційне формулювання у закритому вигляді з використанням пучкового наближення Ейлера-Бернуллі для пружного кільця та спрощеної моделі нормального контакту на поверхнях кільця. Зазори (натяги) поверхонь E та I (див. рис. 2) мають істотний вплив на радіальну характеристику гнучкого кільця, яка може стати нелінійною. Щільне прилягання кільця з обох боків робить його набагато жорсткішим, а нещільне прилягання призводить до вільного руху ротора і значно слабшого гасіння його руху. Пружне кільце подане як криволінійна балка змінного перерізу. Мінімізується функціонал додаткової енергії. Варійованими є невід'ємні реакції на виступах ППК із поверхнями Е та I (див. рис. 2). Певні результати досліджень наведені у статті [2].

Розвитком моделі, описаної у [2], є розширення її на випадок довільної форми пружного проміжного кільця та інших параметрів. Усі ці чинники є варійованими. Таким чином, забезпечується можливість аналізу напружено-деформованого стану та визначення залежностей P(w) та w(P) не для окремого об'єкта, а для цілої їх множини.

2.2 Двовимірне скінченно-елементне моделювання. Оскільки геометрична форма ППК є циліндричною тонкою оболонкою із серією виступів (опор), логічно застосувати для розрахунку її НДС двовимірну модель. У такій постановці можна застосувати метод скінченних елементів із використанням скінченних елементів PLANE або подібних. При цьому ігноруються ефекти, пов'язані із поздовжною координатою (у напрямку, нормальному до площини рис. 2). Задаються умови контакту на колах, що моделюють поверхні E та I. Відповідно, визначаються контактні зони та деформований стан ППК (рис. 3).





Здійснений аналіз свідчить, що, крім розмірів кільця, кількості опор і глибини вирізів та інших параметрів геометрії, суттєвий вплив на жорсткість ППК мають натяги (зазори) на поверхнях E та I.

2.3 Тривимірне скінченно-елементне моделювання. Із метою найбільш коректного моделювання напружено-деформованого стану ППК раціонально застосувати повне просторове скінченно-елементне моделювання. Було побудовано параметричні скінченно-елементні моделі ППК (рис. 4).

«Базова» тестова втулка має зовнішній діаметр 80 мм, внутрішній – 76 мм, висота гребеня – 0,5 мм, кількість гребенів – 10 (зовні та всередині), товщина гребеня – 5 мм, ширина втулки – 20 мм (у симетричній постановці – 10 мм).

Варіюються: 1) кути дії сили відносно виступів (10 виступів дают змінюваність жорсткості у секторі 18°), відповідно, він варіюється у значеннях [0°; 4,5°; 9°;13,5°; 18°]; 2) кількість опор – [10, 9, 8, 7, 6]; 3) висота виступів – [0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9], мм, для втулки із 10 виступами – із кінематичним навантаженням, максимальний рівень якого дорівнює висоті виступа; 4) висота виступів – [0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9], мм, для втулки із 10 виступами – із кінематичним навантаженням, максимальний рівень якого дорівнює 0,9 мм.

На рис. 4 наведені геометрична модель, симет-

рична постановка задачі, дві контактні пари (циліндрична поверхня контактує з усіма поверхнями втулки), зафіксована поверхня, а також кінематичне зміщення внутрішнього циліндра, де величина усунення збігається з величиною зазору (0,5 мм).

Визначено контактні зони, розподіл контактного тиску та залежності P(w) та w(P) (рис. 5).

В цілому отримані результати моделювання із використанням просторових скінченних елементів якісно та кількісно відповідають результатам із використанням одновимірної та двомірної постановках. На рис. 6–8 наведені варіанти скінченноелементних моделей для дослідження при варіюванні кутів дії сили, кількості опор, висот виступів та кінематичного зміщення, а у табл. 1–6 – картини розподілу компонент НДС та контактного тиску (варіант 10 опор). Введений параметр $\tau_i = \{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5\} = \{0, 1/0, 05; 0, 25/0, 125; 0, 5/0, 25; 0, 75/0, 375; 1, 0/0, 5\} є час (с)/ переміщення (мм).$



Рисунок 4 – До питання моделювання напружено-деформованого стану пружного проміжного кільця: *a* – геометрична модель; *б* – симетрична постановка; *в* – дві контактні пари (циліндрична поверхня контактує з усіма поверхнями втулки); *г* – зафіксована поверхня; *д* – кінематичне зміщення внутрішнього циліндра, величина усунення співпадає з величиною зазору (0,5мм)



Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 2. 2022



а – 0,1 мм; *б* – 0,3 мм; *в* – 0,7 мм; *г* – 0,9 мм

T (1					· ·		10
	– Повні та верти	кальні перемі	шення (мм) в	гупки ппя різних	КУТІВ ЛІІ СИПИ	(Baniaht	$1000\pi 000$
таолици т	110bill 10 bepill	ikusibili nepemi	щения (mm) в	yman gin pisinix	Ky IID AII OIDIN	(Dupiuni	10 0110p)

-	Кут дії	Переміщення втулки, мм				
ι _i	сили, °	повні	вертикальні			
τ_1		000000 000000 000000 000000 0000000 000000		10060010 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100 200100		
τ ₂		(1275 001305 001305 000397 000595 0014195 0014195 0 014195 0 0		0,00033 -2025093 -203203 -203008 -203009 -203007 -203007 -21307 -21307 -213007 -213007 -213007 -213007 -213008		
τ ₃	0			0,017931 0,017930 0,022605 0,022605 0,072605 0,072605 0,12295 0,12335 0,12335 0,25360		
τ_4				20000 2000000		
τ_5				0,014169 -0,01923 -0,01923 -0,15905 -0,15905 -0,71546 -0,71546 -0,71546 -0,71546 -0,71546 -0,71546 -0,44508 -0,44508		
τ_1		0,00075 10,000117 0,000475 0,00045200 0,00045200000000000000000000000000000000		0.0013600 -0.0003637 -0.0003637 -0.015813 -0.015813 -0.015813 -0.02807 -0.02807 -0.03807 -0.038436 -0.04436		
τ ₂		C1221 C1157 C1157 C1258 C10250 C10250 C10247 C10250 C10247 C10250 C102477 C10250 C100 C10250 C100 C10250 C10250 C100 C10250 C10250 C10250 C10		202.07157 202.07157 202.0083338 202.09233 202.09233 202.09233 202.09233 202.09233 202.09233 202.09233 202.09233 202.09232 202.00232 202.00232 202.00232 202.00232 202.00232 202.00232 202.00232 202.002 202.0022 202.002 202.002 202.0022 202.0022 202.002		
τ3	4,5	55510 55510 56100 50000 60000 60000 60000 60000 60000 60000 80000		0.017372 0.013620 0.013620 0.05573 0.10655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13655 0.13755 0.135555 0.135555 0.135555 0.135555 0.135555 0.135555 0.135555 0.135555 0.135555 0.1355555 0.13555555 0.13555555555555555555555555555555555555		
$ au_4$		0,19655		ancelo 200000- 20000- 2000- 200- 2000- 2		
τ_5		0,5147 0,45771 0,45973 0,45873 0,45873 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137 0,17137		0.014427 0.014426 0.014362 0.014376 0.01976 0.013975 0.013955 0.03955 0.03950 0.450014		
τ_1		0.06142 0.005716 0.002207 0.002207 0.0017143 0.0017143 0.0017143		0,0010182 0,01057756 0,0105775 0,016372 0,0277066 0,033706 0,043375 0,043375 0,043375		
τ_2	9	0.12H- 0.127- 0.1277- 0.2000 0.2000- 0.2000- 0.2000- 0.0200- 0.0000- 0.0000- 0.0000- 0.0000- 0.0000- 0.0000- 0.0000- 0.0000- 0		0,005607 0,0005469 -0,0005469 -0,0055165 -0,005665 -0,00565 -0,10033 -0,11618 -0,11618		
τ ₃		0,2864 0,22076 0,27895 0,29965 0,002000000000000000000000000000000000		0.015559		
$ au_4$		0,91555 0,93656 0,91555 0,17515 0,18550000000000000000000000000000000000		0,004346 0,004346 0,0063115 0,11426 0,		

Закінчення табл. 1

τ	Кут дії	Переміщення втулки, мм				
ι _i	сили, °	повні	вертикальні			
τ_5	9		CONSOFT 0.015067 0.01507000000000000000000000000000000000			
τ_1		C.0151548 C.0466119 C.0446519 C.013550 C.013550 C.013550 C.013559 C.013559 C.013559 C.013559 C.013559	0,00011456 0,00011456 0,00010392 0,011192 0,011192 0,011192 0,010295 0,010285 0,011192 0,010285 0,010285 0,010285 0,010285 0,010285 0,010285 0,010285 0,00021456 0,0002100000000000000000000000000000000			
τ_2			0001100 0001100 0001100 0001000 0001000 0107780 0007800 0107780 0001100 000110			
τ ₃	13,5		0012308 0012308 0.0004/3 0 0.0004/3 0 0.0004/3 0004/3 00004/3 00004/3 00004/3 00004/3 0000000000			
τ_4		0 745500 6 745500 6 745500 6 745500 6 745500 6 745500 6 745500 6 745500 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 745500 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 7455000 7 745000 7 745000 7 745000 7 745000 7 745000 7 745000 7 745000 7 745000 7 745000 7 7450000000000	0.02752 0.02756 0.07356 0.07356 0.07356 0.07356 0.07356 0.07356 0.07356 0.07356 0.073776 0.07376 0.075			
τ_5			0015671 0015671 0015671 0.01571 0.01571 0.01571 0.01571 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015710 0.015700 0.015700 0.01570000000000000000000000000000000000			
τ ₁			Active states and stat			
τ ₂			0,0020735 0,0020735 0,002073 0,002070 0,002070 0,0000000000000000000			
τ ₃	18	0,772: 0,04113 0,04113 0,01805 0,1905 0,1905 0,00622 0,00622 0,00622	0.00769 0.00769 0.00769 0.05233 0.11625 0.11625 0.11625 0.11625 0.11625 0.11625 0.11625 0.11625 0.11625 0.01760 0.01770 0.01770 0.01760 0.01770 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.01700 0.0170000000000			
τ4		04805 018620 018620 0186 0186 0186 0186 0186 0186 0186 018	0,001754 0,002415 0,002415 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,17305 0,07305 0,07305 0,0774 0,0774 0,0774 0,077774 0,077774 0,07774 0,07774 0,077774 0,077774 0,077774 0,077774 0,0777774 0,077774 0,07777777777			
τ_5		0.51485 0.4302-7 0.4302-7 0.4302-7 0.33326 0.33321 0.03721 0.03721 0.03721 0.03721	0017000 0012000 0012000 0012000 001090 001090 001090 001000 001000 001000 001000 001000 001000 001000 001000 001000 001000 001000 001000 0010000 0010000 0010000 0010000 0010000 0010000 00100000 00100000 00100000 00100000 00100000 00100000 00100000 000000			

Таблиця 2 – Еквівалентні та зсувні напруження, МПа, у втулці для різних кутів дії сили (варіант 10 опор)

	Кут дії	Напруження,	МПа, у втулці
τ_i	сили, °	еквівалентні	зсувні
τ_1		constant	47,794 47,794 56,554 56,55 57,79 57,794 57,794 57,794 57,794 57,794
τ_2		2014 2014 2014 2014 2014 2014 2014 2014	12.00 12.000 12.000 12.000 12.000 12.000 12.000 12.000 12.0000 12.0000000000
τ ₃	0	1960 21/10 2	205,2 205,20
τ_4		2015 2045 2045 2045 2045 2045 2045 2045 204	61.21 11.21 11.21 11.21 11.21 11.21 10.24 10
τ_5		10502 10002 10002 10002 10005 10005 10005 10005 10005 10005 10005 10005	576.67 448.05 100.61 66.700 66.700 -135.05 -135.05 -530.05

Закінчення табл. 2

τ_i	Кут дії	ї Напруження, МПа, у втулці		
τ.	сили, э		3CVBHI	
-1		10.85.83	2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010	
τ.		23428-2352	88~ \$K\$ \$\$ \$5 \$	
- 2		2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010		
τ ₃		~ = = = = = = = = = = = = = = = = = = =	2.55 5.50 5.50	
	4,5	4.00 Sec. 1.1 Sec. 1	2 2 2 3 3 5 1 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	
τ_4		600 1128 1128 1128 1128 1128 1128 1128 11	2 (1) 2	
τ_5		000 000 000 000 000 000 000 000 000 00	1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 100	
τ_1		14400 0.94 0.094 0.094 0.094 0.094 0.095 0.094 0.095 0.005 0005 0005 00000000	46,000 14,413 14	
τ_2		2011 2011 2011 2011 2011 2011 2011 2011	6275 6276 6276 6276 6276 6276 6276 6276	
τ_3	9	66699 2012 2012 2012 2012 2012 2012 2012 20	2004 2004 2004 2004 2004 2004 2004 2004	
τ				
u ₄		Second Se	466 7 1155 49 11155 49 11055 49 11055 49 11055 49 11055 49 11055 49 11055 49 11055 49 11055 4	
τ				
•5		1364 1000 1010 1010 1010 1010 1010	600, 600, 600, 600, 600, 600, 600, 600,	
τ_1			¥ - 3 6 8 8 5 5 5	
		11111111111111111111111111111111111111	탄문원 문화 순 가 다 하 위	
τ_2		100 000 000 000 000 000 000 000 000 000	+ # # # # # # # # # # # # # # # # # # #	
		201 201 201 201 201 201 201 201 201 201	※ 「「「「「」」」	
τ.	12.5	23 23 23 24 25 24 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25 25	668.77 10,0000 10,00000 10,00000000	
L ₃	15,5			
τ.		Market Sector	23.52 23.23 24.23 25.24 25.25.24 25.25 25.	
+				
τ_5		1331,24 1341,54 1441,5441,5	569-05 100751 2515-05 250-05 250-00	
τ_1		1112,54 1112,54 1112,54 1112,55 1112,55 1112,51 1112,5	1000 C C C C C C C C C C C C C C C C C C	
τ_2		2001 2001 2002 2005 2005 2005 2005 2005	1199 1199 1199 1199 1199 1199 1199 119	
			1.44 N DR R. 5.5 5	
τ_3	18	647.1 2575.0 255		
		2011	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
τ_4			231512 2000 2000 2000 2000 2000 2000 2000	
			2.5.3 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5 2.5.5.5 2.5.5.5.5	
τ_5		E PE BE SE E FE		

τ_i	Кут дії	Контактний тиск у втулці (МПа) втулки, мм		
	сили, °	внутрішня поверхня	зовнішня поверхня	
τ_1		1114 9010 5,807 4,006 5,807 1,126 5,807 1,		
τ_2		4,945 29,065 24,007 24,007 24,007 2,408 2,	44,842 19,06 19,91 19,95 19,95 19,955 19,955 19,955	
τ ₃	0	126.07 111.23 28.2556 26.160 26.160 28.245 28.245 28.245 24.245 2	112635 561265 561265 561365 561555 561555 561555 561555 561555 5615555 56155555 56155555555	
τ_4			4.16 %2 18 %2 99 %6 8% %21 10% %21 27 %61 27 %27	
τ_5			Carters Carter	
τ_1		103 91554 91554 81777 87777 87777 1,1444	1044 1044	
τ ₂	-	23,000 24,0000 24,0000 24,0000 24,0000000000	44,9800 4,9800 23,885 23,885 23,885 23,885 23,885 24,9800 4,9800 0	
τ ₃	4,5	111,008 55,957 55,958 55,958 55,958 11,008 55,959 56,959 5	125.94 70,944 85,967 85,967 85,967 85,967 81,98 13,983 13,983	
τ_4		232.08 1962.99 147.25 133.95 29.146 74.367	223.00 13.25 14.25 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15	
τ ₅	•	101 A	400 16 312,46 31	
τ_1		1,1407 1,1407 1,1407 1,1407 1,1407 0,047 1,1407 0,047 1,1407 0,047 1,1407 0,047 1,1407 0,047 1,1407 0,0470000000000	1133/ 113/ 1133/ 1	
τ_2		24,775 24,776 24,776 24,076 19,201 14,205 24,0779 24,0779 24,0779 24,0779	4,9752 0 0	
τ_3	9	111,245 95,445 95,445 95,445 95,445 95,445 95,445 113,948 11,948 11,948 11,948	112,20 112,20 112,20 111,20 111,20 112,012 12,018 0	
$ au_4$		2015 1221 1221 1221 1221 1221 1221 1221	10/2 10/2 10/2 10/2 11/2 12/7 12/2 12/2 12/2 12/2 12/2 12	
τ_5		2014 2014 2014 2014 2014 2014 2014 2014	289,77 281,77 291,77 291,77 291,77 20	
τ_1		10215 10215 10215 10215 10215 10315 10015 10000000000	0,0115 9,000 9,000 1,000 1,000 1,000 1,000 1,000 0,000000	
τ_2		4128 9428 9428 9428 9428 9481 9481	4426 4426 2334 2334 2334 24370 247070 247000 247000 247000 247000 247000 2470000000000	
τ ₃	13,5	10351 10351 10351 10351 10351 10351 10350 10350 10350	1721.2 1721.2 1725.2 1726.2 13,066 13,068	
τ_4		12(1) 12(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(12(1) 12(2) 12(2) 12(2) 12(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(1)(
τ_5		44.66 245	49,510 0	
τ_1	18	101212 10121 101210 10121 1	10772 10772 2003 2.5095 2.5055 1,2047 1,2047 1,2047 1,2047	

Таблиця 3 – Контактний тиск у втулці, МПа, для внутрішніх та зовнішніх п	юверхонь для різних кутів дії сили (10 опор)
--	--

			Закінчення табл. З	
τ_i	Кут дії Контактний тиск у втулці (МПа) втулки, мм			
i	сили, °	внутрішня поверхня	зовнішня поверхня	
τ_2		4,486 9,6659 0,462 14,486 9,6659 0,6659 0,000	10000000000000000000000000000000000000	
τ ₃	10		120/20 10/10 10 10/10 10 10/10 10 10/10 10 10/10 10 10	
τ_4	18	19125 19125 19126 19246 19246 19246 19246 20172 20172 20172 20172 20172	215.2 187.3 187.3 187.3 187.3 197.0 197.0 197.0 21.0 17.3 2 17.3 2 1.3 0 1 2 1.3 0 1 2	
τ_5		2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010 2010	19500 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 195000 1950000 195000 195000 1950000000000	

Таблиця 4 – Повні переміщення (мм), еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) та контактний тиск (МПа) втулки для різних варіантів кількості опор (кут дії сили – 0°)



	-			Закінчення табл. 4
τ_i	Кількість опор	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ ₅	8	0,000 0,4447 0,4447 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000 0,000	864,13 864,13 872,84 872,84 154,15 864,15 864,15 864,15 16 0,006 0,006	174,73 155,35 115,53 110,53 15,045 56,265 56,265 56,265 56,265 56,265 56,265
τ ₁		90000 90000 (23900 (2200) (2200) (2200) (2200) (2200)	58,122 51,664 51,664 16,206 00,749 20,749 20,749 20,749 20,749 6,6595 6,6595 6,6595 0,0076312	2.07 2.5511 2.2322 1.1736 0.1776 0.65770 0.65770 0.65770 0.65770 0.65770
τ ₂			151,60 1181,00 1181,1184,106 101,23 04,158 04,158 10,02 10,02 10,02 0,072835	1,002 9,2414 9,2414 6,5911 6,640 1,300 1,300 1,300 1,300
τ ₃	7		206,00 204,05 224,05 224,05 224,05 177,06 177,06 177,06 177,06 177,06 26,07 78,375 26,375 26,375 26,375	13.485 29.766 20.627 18.605 11.182 7.4419 7.4419 3.7205 0
τ ₄		0 295-00 30520 30520 20520 20520	461,32 461,32 61,000 50,000 205,1 205,1 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 100,66 20,67 100,66 20,67 20,57 20,57 20,67 20,57 20	66,116 58,77 51,423 44,077 24,077 24,077 24,035 14,602 14,602 14,602 14,602 14,602
τ ₅		0010 0480 0480 0480 010 01111 0 01110 0000	627,15 557,49 557,49 557,49 18,15 248,49 248,49 273,89 216047 0,16047	84,661 01,272 01,272 21,065 01,227 20,055 01,227 00,406
τ		005001 004440 004440 003324 003324 003324 002322 000567 0023222 000567 0023220 0007711	41,827 22,543 22,543 22,543 22,544 13,665 13,066 91,005 21,005 91,005 21,005 91,005 21	18812 16196 14165 1.2141 1.2141 1.2141 0.016 0.00342 0.00342 0.00342 0.00075 0.00075 0.00075
τ ₂		() () () () () () () () () () () () () (103.25 0.337 0.337 0.327 0.325 0.252 0.255 0.275 0.01125 0.001125	7,2466 6,5321 5,7156 4,0355 4,0355 4,0355 4,0355 2,4425 2,4425 2,4425 2,4425 2,4425 2,4425 2,4425 2,4425 2,4425 0,01651
τ ₃	6	0 522-00 5052-00 585300 10010 585300 10010 585300 10010 10010 10010	22061 111/1 111/1 117/19 117/19 98.071 122.567 122.668 24.549 24.549 24.549 24.549	20,11 17,245 15,715 15,715 8,525 6,7160 0 0
τ ₄			335,39 260,75 20,05 211,19 21,	35,013 37,504 27,504 27,504 19,013 3,9792 3,9792 0
τ ₅			448.12 448.12 1450.09 1450.09 145.96 145.96 043.66 043.46 043.47 043.41 044.410000000000	51,145 47,238 41,233 235,242 235,242 13,242 13,242 11,002 0 0

τ_i	Висота ви- ступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_1			22000 2000 2000 2000 2000 2000 2000 20	
τ ₂		0,000 2000 2000 2000 2000 2000 2000 200	8522 8520 8520 8500 8500 8500 7,0000 7,0000 7,00000000	47451 42*55 20646 20646 20647 2007 2007 10540 10540 10540 0 0
τ ₃	0,1	d defense serverp	1014 110,14 110,18 110,18 110,18 10,24 10,24 10,24 10,24 10,26 10,	1542 13,727 11,935 11,935 6,667 8,0687 8,0687 1,718 0,0
τ_4		5 50000 50500 50500 50500 50400 50400 50400	55202 55202 5653 5671 5671 5671 5671 5671 5671 5671 5671	2010 20145 20145 20145 10000000000
τ_5			812.15 812.00 810.00 810.00 810.00 81	40.161 40,161 17,462 18,253 18,467 10,203 10,203 19,317 10,203 10,203
τ_1		000004	75,225 80,719 50,719 50,729 50,256 11,561 21,561 21,561 21,571 21,571 21,571 21,571 21,572 21,18 21,071 10,520 20,071105	55482 499 499 4313 4313 30012 2465 1288 1288 12285 0 0
τ ₂		0 299000 299000 795500 795500 705000 710500	20126 181.57 181.57 181.61 136.18 136.18 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.48 13.78 14.18 1	2005 1922 1922 1922 172,11 2025 2017 2017 2017 2017 2017 2017 2017 2017
τ ₃	0,3	0 (CC2.00) (CC2.00) (SC2.00) (412,49 375,55 375,55 310,67 281,67 281,67 314,72 140,86 91,69 91,69 91,69 91,69 91,69 91,69 91,69	11448 60.001 60.001 10.001 34.07 34.07 35.01 10.04 0.04
τ_4		0 (20530) (2014) (2014) (2010)	e4438 64438 72,05 81,05 237,05 247,050,05 247,050,050,050,050,050,050,050,050,050,05	144,18 120,15 20,19 20,19 64,126 64,126 64,126 64,126 64,126 52,055 18,025
$ au_5$			617.63 617.63 617.02 617.02 67.85 767.85 767.85 767.85 767.02 767.02 767.02 767.02	22727 202,02 718,77 718,75 10,01 75,75 25,75 25,25 25,25 25,25 25,25
$ au_1$	0,7	0 852,607 852,607 854,807 854,807 1,5507 1,5	131,46 M1,76 134,04 136,02 35,165 53,165 53,165 53,165 17,775 17,775	11,407 11,997 11,997 11,997 5,987 5,987 2,905 2,

Таблиця 5 – Повні переміщення (мм), еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) та контактний тиск (МПа) втулки для різних висот виступів (кут дії сили 0°)

Закінчення табл. 5

τ_i	Висота ви- ступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізе- сом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ2		0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	423.00 1244,00 1244,00 1244,00 1247,00 14,005 44,005 44,005 44,005	55.005 40.005 56.005 56.005 20,575 10,505 6,115 6,115
τ ₃	0.7	00000	8.2.34 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.0000 2.00000 2.00000 2.00000000	144,18 144,18 612,51 81,251 81,251 81,251 34,1261 34,1261 34,1261 0 0
τ ₄	0,7	00055 0005 000000	10661 1181 1011,0 200,00000000	248.13 165.06 165.06 116.29 113.13 11
τ ₅			2028,8 2028,9 1020,1 1779,0 1170,0 1170,0 10	161.4 261.5 261.5 262.6 662.8 662.8 662.8 202.5
τ ₁			255,72 255,72 37,71 36,255 36,656 36,666 36,666 26,472 26,217 28,217	1,030 9,802 9,802 9,802 4,803 1,2325 2,463 1,2325
τ_2			27.14 21.11 21.11 21.02 20.02 20.02 20.02 20.02 20.02 20.02 20.02 20.02 20.02 20.03	41,00 32,227 32,227 32,227 32,227 32,227 32,227 33,265 4,6533 4,6533 0 0
τ ₃	0,9	0 125010 125010 125010 125010 125010 125010 125010	1) 12, 14,12 14,14	18,15 92,134 92,134 60,61 60,61 74,665 74,557 74,557 74,557 74,557777777777
τ ₄		0,0000	CPROID SPECE SPEC	164.05 145.02 145.02 102.22 102.22 102.23 102.23 26.455 26.455
τ_5		01110 01010 01010 01010 01010 01010	2002/ 2002/ 2004 2004 2004 2004 2005 2005 2005 2005	1380.4 1671.5 1671.5 1781.6 1781.6 1781.6 853.7 855.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 258.7 259.7

Таблиця 6 – Повні переміщення (мм), еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) та контактний тиск (МПа) втулки для різних варіантів висоти виступу (кут дії сили – 0°, кінематичне зміщення 0.9 мм)

τ_i	Висота ви- ступів, мм	Повні переміщення (мм)	Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)	Контактний тиск (МПа)
τ_1	0.1		2000 2014 2014 2014 2014 2014 2014 2014	44:50 34,50 31,50 31,50 25,50 31,50 3,00 4,50 2 4,50 2 4,50 2
τ ₂			1377 1377 1284 1284 1284 1396 133,00 133,00 133,00 0,02 MT	New Close Control of Close Clo

Продовження табл. 6



Закінчення табл. б



Висновки.

Аналіз отриманих результатів дає підстави для певних висновків та визначення закономірностей щодо поведінки пружного проміжного кільця при дії навантаження.

1. Розроблено нові постановки задачі про визначення напружено-деформованого стану пружного проміжного кільця із урахуванням контактної взаємодії. Це формує, на відміну від традиційних лінійних, суттєво нелінійні моделі НДС. Вони є більш адекватними та враховують чинники, які раніше не враховувалися. Зокрема, беруться до уваги зазори, натяг та контакт у спряженні пружного проміжного кільця із іншими деталями конструкції опори роторної системи.

2. Установлено, що у ході навантаження радіальною силою відбувається нерівномірне деформування пружного проміжного кільця. При цьому зони контактування поступово змінюють свою локалізацію у напрямку дії радіальної сили. Залежність радіального переміщення від навантажувальної сили є суттєво нелінійною.

Визначено, що статична характеристика 3 пружного проміжного кільця у контактній взаємодії зі спряженими деталями конструкції опори роторної системи має три принципово різні ділянки. Перша ділянка відповідає малій жорсткості (практично нульовій). На цьому етапі йде вибирання сумарного зазору між внутрішньою та зовнішньою поверхнями жорстких сусідніх, спряжених із ППК, тіл. Друга ділянка відповідає власне пружному деформуванню кільця. Жорсткість на цьому етапі визначається в основному вигином пружного проміжного кільця. Третя ділянка свідчить про вибирання зазорів у системі контактуючих тіл. У цьому стані жорсткість визначається стисканням тіла пружного проміжного кільця. Ця жорсткість набагато вища, ніж на другому етапі

4. У цілому у загальному випадку статичну характеристику ППК можна апроксимувати у вигляді трьох кусочно-лінійних ділянок (див. п. 3). Отже, навіть у спрощеному вигляді отримується нелінійна модель радіальної жорсткості у системі «пружне проміжне кільце – елементи конструкції опори високообертової роторної системи». Це принципово ускладнює розрахункову, математичну та чисельну моделі досліджуваної динаміки роторної системи.

5. На жорсткість пружного проміжного кільця чинить сильний вплив кількість гребенів (опор). Кут повороту напрямку дії сили чинить дуже несуттєвий вплив на його жорсткість.

Визначені особливості деформування пружного проміжного кільця із урахуванням контактної взаємодії планується використати у ході подальших досліджень динаміки роторних систем.

Список літератури

- 1. Kelson A.S., Cymanskii H.P., Yakovlev B.H.: Dynamics of Rotor-Bearing Systems. Nauka, Moskow (1982).
- Tkachuk, M. M., Grabovskiy, A., Tkachuk, A. (2021). Numerical and Analytical Analysis Methods for Radial Response of Flexible Ring Dampers. *In: Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering: Proceedings of KOD 2021.* Cham: Springer, vol. 109, p. 499-506
- Двигуни внутрішнього згоряння : серія підручників у 6 т. / А. П. Марченко [та ін.] ; ред. А. П. Марченко ; Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». 2-ге вид. Харків : НТУ «ХПІ», 2014.
- 4. Martynenko, G. (2016). Resonance mode detuning in rotor systems employing active and passive magnetic bearings with controlled stiffness. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. 13, 3293
- Avramov, K., Shulzhenko, M., Borysiuk, O., Pierre, C. (2015). Influence of periodic excitation on self-sustained vibrations of one disk rotors in arbitrary length journals bearings. *International journal of non-linear mechanics*. 77, 274–280
- Avramov, K.V., Mikhlin, Y.V. (2013). Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. *Applied Mechanics Reviews*. 65(2), 020801
- Zhang, Y., He, L., Yang, J., Wan, F., Gao, J. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences*. 9(20), 4371
- Kalker J.J. (1987). Variational and non-variational theory of frictionless adhesive contact between elastic bodies. *Wear* 119(1), 63–76
- 9. Tkachuk, M. (2018). A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(7), 34–41
- Ткачук М. М., Грабовський А. В., Шуть О. Ю., Ліпейко А. І., Овчаров Є. М. [та інш.]. Напружено-деформований стан та критичні швидкості обертання роторної частини нагнітача повітря високо форсованого двигуна. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 1. 2022. С. 116–140.
 - Ткачук М. А., Грабовський А. В., Ткачук М. М., Прокопенко М. В. [та інш.]. Чутливість міцнісних, жорсткісних та динамічних характеристик консольного ротора до варіювання проектних параметрів. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2021. № 1. С. 104–113.
 - Reddy, Mutra Rajasekhara, J. Srinivas. (2016). Vibration analysis of a support excited rotor system with hydrodynamic journal bearings. *Proceedia Engineering*, 144: 825–832.
 - Han, Qinkai, Fulei Chu. (2015). Parametric instability of flexible rotor-bearing system under time-periodic base angular motions. *Applied Mathematical Modelling*, 39, no. 15, pp. 4511– 4522.
 - Matthew, Cha, Glavatskih, S. (2015). Nonlinear dynamic behaviour of vertical and horizontal rotors in compliant liner tilting pad journal bearings: Some design considerations. *Tribology International.* 82: 142–152.
 - Marchenko A., Grabovskiy A., Tkachuk M., Shut O., Tkachuk M. (2021) Detuning of a Supercharger Rotor from Critical Rotational Velocities. In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J., Edl M. (eds) Advances in Design, *Simulation and Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering.* Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77823-1_14

- Azraai, M. R., Priyandoko, G., Yusoff, A. R., Rashid, M. F. F. A. (2015). Parametric Optimization of magneto-rheological fluid damper using particle swarm optimization. *International Journal* of Automotive and Mechanical Engineering 11: 2591.
- Zhang, Yipeng, Lidong He, Jianjiang Yang, Fangteng Wan, Jinji Gao. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences* 9, no. 20: 4371.

References (transliterated)

- 1. Kelson A.S., Cymanskii H.P., Yakovlev B.H. (1982). *Dynamics* of Rotor-Bearing Systems. Nauka, Moskow
- Tkachuk, M. M., Grabovskiy, A., Tkachuk, A. (2021). Numerical and Analytical Analysis Methods for Radial Response of Flexible Ring Dampers. *In: Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering: Proceedings of KOD 2021*. Cham: Springer, vol. 109, p. 499-506
- Dvyhuny vnutrishn'oho z-horyannya : seriya pidruchnykiv u 6 t. [Internal combustion engines: a series of textbooks in 6 volumes]
 / A. P. Marchenko [and others]; ed. A. P. Marchenko; Nats. tekhn. un-t «Kharkiv. politekhn. in-t». 2nd edition. Kharkiv: NTU «KhPI», 2014.
- 4. Martynenko, G. (2016). Resonance mode detuning in rotor systems employing active and passive magnetic bearings with controlled stiffness. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*. 13, 3293
- Avramov, K., Shulzhenko, M., Borysiuk, O., Pierre, C. (2015). Influence of periodic excitation on self-sustained vibrations of one disk rotors in arbitrary length journals bearings. *International journal of non-linear mechanics*. 77, 274–280
- Avramov, K.V., Mikhlin, Y.V. (2013). Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. *Applied Mechanics Reviews*. 65(2), 020801
- Zhang, Y., He, L., Yang, J., Wan, F., Gao, J. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences*. 9(20), 4371
- Kalker, J.J. (1987). Variational and non-variational theory of frictionless adhesive contact between elastic bodies. *Wear*, 119(1), 63–76
- Tkachuk, M. (2018). A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *East*ern-European Journal of Enterprise Technologies, 3(7), 34–41
- Tkachuk, M.M., Grabovskyi, A.V., Shut, O.Yu., Lipeyko, A.I., Ovcharov, E.M. [and others] (2022). Napruzheno-deformovanyy stan ta krytychni shvydkosti obertannya rotornoyi chastyny nahnitacha povitrya vysoko forsovanoho dvyhuna. Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. [Stress-deformed state and critical rotation speeds of the rotor part of the air compressor of a highly boosted engine]. Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Mechanical engineering and CAD, no. 1, pp. 116–140.
 - 11. Tkachuk, M.A., Grabovskyi, A.V., Tkachuk, M.M., Prokopenko, M.V. [and others]. (2021). Chutlyvist' mitsnisnykh, zhorstkisnykh ta dynamichnykh kharakterystyk konsol'noho rotora do variyuvannya proektnykh parametriv. Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. [The sensitivity of the strength, stiffness and dynamic characteristics of the cantilever rotor to variations in design parameters], Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Mechanical engineering and CAD, no. 1, pp. 104–113.
 - Reddy, Mutra Rajasekhara, J. Srinivas. (2016). Vibration analysis of a support excited rotor system with hydrodynamic journal bearings. *Proceedia Engineering*, 144: 825–832.
 - Han, Qinkai, Fulei Chu. (2015). Parametric instability of flexible rotor-bearing system under time-periodic base angular motions. *Applied Mathematical Modelling*, 39, no. 15, pp. 4511– 4522.
 - Matthew, Cha, Glavatskih, S. (2015). Nonlinear dynamic behaviour of vertical and horizontal rotors in compliant liner tilting pad journal bearings: Some design considerations. *Tribology International.* 82: 142–152.
 - Marchenko A., Grabovskiy A., Tkachuk M., Shut O., Tkachuk M. (2021). Detuning of a Supercharger Rotor from Critical Rotational Velocities. In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J., Edl M. (eds) Advances in Design, *Simulation and*

Manufacturing IV. DSMIE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77823-1_14

- Azraai, M. R., Priyandoko, G., Yusoff, A. R., Rashid, M. F. F. A. (2015). Parametric Optimization of magneto-rheological fluid damper using particle swarm optimization. *International Journal* of Automotive and Mechanical Engineering 11: 2591.
- Zhang, Yipeng, Lidong He, Jianjiang Yang, Fangteng Wan, Jinji Gao. (2019). Vibration Control of an Unbalanced Single-Side Cantilevered Rotor System with a Novel Integral Squeeze Film Bearing Damper. *Applied Sciences* 9, no. 20: 4371.

Надійшла (received) 05.07.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович / Ткасhuk Mykola М. – доктор технічних наук, старший дослідник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4753-4267, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

Грабовський Андрій Володимирович / Grabovskiy Andrey – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000–0002–6116–0572; тел.: (057)7076166, e-mail: andrej8383@gmail.com.

Прокопенко Микола Вікторович / Prokopenko Mykola – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», докторант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: kola0123@ukr.net.

Шуть Олександр Юрійович / Shut Oleksandr – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна, e-mail: tma@tmm-sapr.org

Пінчук Наталія Володимирівна / Pinchuk Nataliya – кандидат фізико-математичних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, старший науковий співробітник кафедри «Матеріалознавство», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0954-2266; тел.: (057) 707-64-35; e-mail: spiritnata@gmail.com

Ткачук Микола Анатолійович / Ткасһик Муkola А. – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4174-8213; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Клочков Ілля Євгенович / Klochkov Illia – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: s008@tmm-sapr.org

Ліпейко Андрій Іванович / Lipeiko Andrii – аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Цендра Георгій Вікторович / Tsendra Heorgii – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Шевченко Андрій Валерійович / Shevchenko Andriy – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org

Коба Андрій Миколайович / Andrii Koba – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: a.skoba89@gmail.com