

**А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. А. ТКАЧУК, О. В. КОХАНОВСЬКА, М. М. ТКАЧУК, Н. А. ДЬОМІНА,
Г. В. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСЬКА, С. В. КУЦЕНКО, І. Є. КЛОЧКОВ, І. О. ВОЛОШИНА, В. В. ТРЕТЯК**

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ТІЛ БЛИЗЬКОЇ ФОРМИ ЗА МАЛОГО ЗБУРЕННЯ РОЗПОДІЛУ ПОЧАТКОВОГО ЗАЗОРУ

У роботі на розвиток попередніх досліджень побудована модель контактної взаємодії тіл близької форми. Розглядається контакт у системі «пуансон – матеріал, що штампується – матриця». Між матеріалом, що штампується, та матрицею задано зазор, який змінюється за коловою координатою. Визначено закономірності зміни контактної тиску та контактних областей за варіювання закону розподілу початкового зазору. Також визначено вплив рівня навантажень на ці параметри. Зокрема, здійснено аналіз впливу кількості хвиль у розподілі початкового зазору у коловому напрямку на характер розподілу областей контакту та контактної тиску. Установлено, що за малого рівня навантажень реалізується суттєва нерівномірність розподілу контактної тиску за коловою координатою. Надалі зі зростанням рівня навантажень ця нерівномірність знижується. Розподіл контактної тиску при цьому прагне до випадку контакту із номінально співпадаючими поверхнями матриці та матеріалу, що штампується, тобто за нульового зазору. Таким чином, розроблено аналітично-чисельний метод дослідження контактної взаємодії тіл близької форми за малого збурення розподілу початкового зазору. Також установлені закономірності впливу конструктивних і технологічних параметрів на контактну взаємодію цих тіл на прикладі елементів штампного оснащення.

Ключові слова: контактна взаємодія; напружено-деформований стан; елементи штампів; область контакту; контактний тиск

**A. GRABOVSKIY, M. A. TKACHUK, O. KOKHANOVSKA, M. M. TKACHUK, N. DOMINA, G. TKACHUK,
M. SAVERSKA, S. KUTSENKO, I. KLOCHKOV, I. VOLOSHINA, V. TRETyak**

CONTACT INTERACTION OF SIMILAR SHAPE BODIES AT SMALL DISTURBANCE OF INITIAL GAP DISTRIBUTION

In this work, on the development of previous research, a model of contact interaction of similar shape bodies is built. Contact in the system "punch - stamped material - matrix" is considered. A gap is set between the material to be stamped and the matrix, which varies in circular coordinate. The regularities of the change of contact pressure and contact areas with variation of the law of distribution of the initial gap are determined. The influence of the load level on these parameters is also determined. In particular, the analysis of the influence of the number of waves in the distribution of the initial gap in the circular direction on the nature of the distribution of contact areas and contact pressure. It is established that at low level of loads significant non-uniformity of the contact pressure distribution along the circular coordinate is realized. In the future, with increasing load levels, this unevenness decreases. The distribution of contact pressure tends to the case of contact with nominally coincident surfaces of the matrix and the material to be stamped, i.e. at zero gap. Thus, an analytical-numerical method for studying the contact interaction of closely shaped bodies with low perturbation of the initial gap distribution has been developed. Regularities of influence of constructive and technological parameters on contact interaction of these bodies on an example of elements of stamp equipment are also established.

Keywords: contact interaction; stress-strain state; elements of stamps; contact area; contact pressure

Вступ. У багатьох конструкціях має місце контактна взаємодія тіл за поверхнями близької форми. Зокрема, це стосується елементів технологічних систем (штампи, прес-форми, верстатні пристосування), двигунів (поршень – гільза, шийка колінчастого вала – опора, зубчасті приводи нагнітачів повітря), систем підресорювання (торсіонні вали), гідропередач трансмісій, механічних приводів, зубчастих передач тощо. Контакт між такими спряженими тілами реалізується за близькими або майже співпадаючими поверхнями. При цьому застосування традиційних моделей типу Герца [1] обмежене в силу близькості розмірів області контакту із розмірами самих тіл. З іншого боку, не можна застосовувати модель контакту зі співпадаючими (конгруентними) поверхнями, адже, як зазначалося у роботі [2], малі зміни розподілу початкового зазору можуть у цьому випадку призводити до значних змін контактних областей та контактної тиску. Така особливість притаманна нелінійним задачам, до яких належить і задача про контактну взаємодію. Якщо ж застосувати підхід, що базується на використанні поправочних коефіцієнтів, які враховують вплив нерівномірностей розподілу початкового зазору між тілами, то попри кількісні похибки неминуче будуть спотворені якісні картини і тенденції, які притаманні розподілу контактної тиску та напружено-деформованому стану (НДС) тіл, що взаємодіють.

Також слушним є зауваження, що пряма чисельна постановка задачі за методом скінченних елементів (МСЕ) [1] із самого початку привносить похибку, пов'язану із тим, що геометрична форма контактуючих поверхонь тіл апроксимується скінченними елементами наближено, причому похибка, що припускається у цьому випадку, сумірна із реальним збуренням їх геометричної форми. Разом із тим потреби практики вимагають здійснення адекватних, оперативних і достовірних досліджень контактної взаємодії тіл уздовж поверхонь близької форми. При цьому важливо, що, з одного боку, попри різноманітне походження збурень форми контактуючих поверхонь (похибки виготовлення, збирання, зміщення у ході експлуатації, зношування тощо), з іншого боку, – маємо задачу про контактну взаємодію тіл у повній постановці, для розв'язання якої відсутні універсальні моделі та методи.

Отже, виникає потреба у розвиткові альтернативних постановок, які поєднують строгу постановку задачі про контактну взаємодію тіл близької форми.

Аналіз методів дослідження контактної

© А. В. Грабовський, М. А. Ткачук,
О. В. Кохановська, М. М. Ткачук, Н. А. Дьоміна,
Г. В. Ткачук, М. С. Саверська, С. В. Куценко,
І. Є. Клочков, І. О. Волошина, В. В. Третяк, 2022

взаємодії елементів конструкцій. Визначальна роль контактної взаємодії у формуванні напружено-деформованого стану деталей конструкцій, як відзначено у роботі [1], зумовила інтерес до розвитку моделей та методів її дослідження [2]. На розвиток аналітичних моделей Герца та інших [1] значний розвиток отримали також варіаційні формулювання [3, 4]. Крім, так би мовити, підходів на макрорівні, значна увага приділяється і мікрорівневим моделям. Це, зокрема, питання впливу на контактну взаємодію форми контактуючих поверхонь [5], адгезії [6–8], текстури та властивостей поверхневого шару [9–11] та інших чинників. Разом із тим повного вирішення проблема обґрунтування адекватних моделей напружено-деформованого стану із урахуванням контактної взаємодії за близькими або майже співпадаючими (конгруентними) поверхнями не отримала.

Також можна погодитися із аргументом [2], що проблема аналізу контактної взаємодії за наявності малих нерівномірно розподілених зазорів між тілами має багато проблемних аспектів. З одного боку, традиційні підходи із використанням моделей типу Герца [1] виходять за межі своєї застосовності. З іншого боку, чисельне моделювання, наприклад, із залученням МСЕ [1, 2, 12], привносить свою похибку, яка зумовлена похибками чисельного моделювання. Зокрема, це викликане похибками геометричної апроксимації форми контактуючих поверхонь, особливо за складного закону розподілу форми початкового зазору між тілами.

Таким чином, потрібен пошук альтернативних шляхів. Певні спроби у цьому напрямку здійснені у роботах [2, 13]. Там поєднані, з одного боку, аналітичний опис детермінованого заданого закону розподілу зазору між тілами, а, з іншого, – чисельне моделювання задачі про контактну взаємодію цих тіл, яке здійснене на прикладі елементів штампового оснащення. Цей підхід пропонується розвинути у цій роботі на випадок неосесиметричного розподілу початкового зазору між контактуючими тілами обертання.

Мета роботи – аналіз контактної взаємодії тіл із поверхнями близької форми за заданого малого неосесиметричного збурення зазору між ними, здійснюване на прикладі елементів штампового оснащення (ЕШО).

Розрахункові моделі напружено-деформованого стану досліджуваних тіл. Для опису геометричної форми контактуючих елементів штампового оснащення використаємо ті ж конструктивні їх варіанти, що і в роботах [2, 13]. Проте на відміну від цього випадку, збурення початкового нульового зазору δ задається не в радіальному, а в коловому напрямку φ (рис. 1):

$$\delta = \frac{1}{2} h (1 - \cos n\varphi), \quad (1)$$

де h – висота зазору,

n – кількість хвиль у розподілі зазору в коловому напрямку.

Тоді, вводячи до розгляду безрозмірний зазор

$$\delta^{\sim} = \frac{1 - \cos n\varphi}{2}, \text{ маємо } \delta^{\sim} = \frac{\delta^{\sim}}{h} = \frac{1 - \cos n\varphi}{2}.$$

У випадку, що розглядається, не можна наперед прогнозувати форму області можливого контакту, як це зроблено в [2, 13]. Тому для чисельного аналізу НДС елементів штампового оснащення [2, 13] використовується повна 3D модель досліджуваної системи тіл (рис. 2).

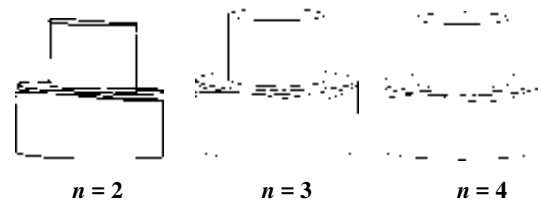


Рисунок 1 – Розподіл колового зазору між заготовкою та матрицею

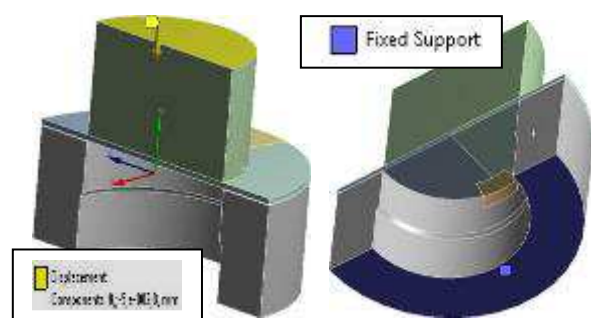


Рисунок 2 – Кінематичне навантаження (зміщення) уздовж вертикальної осі – $h \equiv d_{\max} = 0,05$ мм та крайові умови контактуючих ЕШО

За аналогією із [2, 13] вводяться до розгляду силові й кінематичне навантаження (сила штампування P_{um} та хід повзуна преса d (трансформується у зміщення верхньої площини пуансона відповідно), а також їх безрозмірні відповідники: $P^{\sim} = P_{um} / P_{um}^{\max}$; $d^{\sim} = d / d_{\max}$, де величини з індексами «max» відповідають максимальним значенням цих величин.

Отже, варіюваними є P_{um} або d та кількість піків у коловому розподілі початкового зазору.

Результати досліджень напружено-деформованого стану системи «пуансон – матеріал, що штампується – матриця». Як і в роботах [2, 13], як базовий варіант досліджуваної системи було обрано пуансон діаметром $2r_1 = 0,2h_0 = 29,8 \cdot 10^{-3}$ м; товщина листа матеріалу, що штампується – $h_0 = 10^{-3}$ м; діаметр матриці $2r_1 = 30 \cdot 10^{-3}$ м; максимальна сила штампування викликає зміщення $h/10$.

На рис. 3–5 та у табл. 1–5 наведено характерні картини розподілу повних переміщень, контактного тиску та інтенсивності напружень за Мізесом за різних значень навантаження d та n .

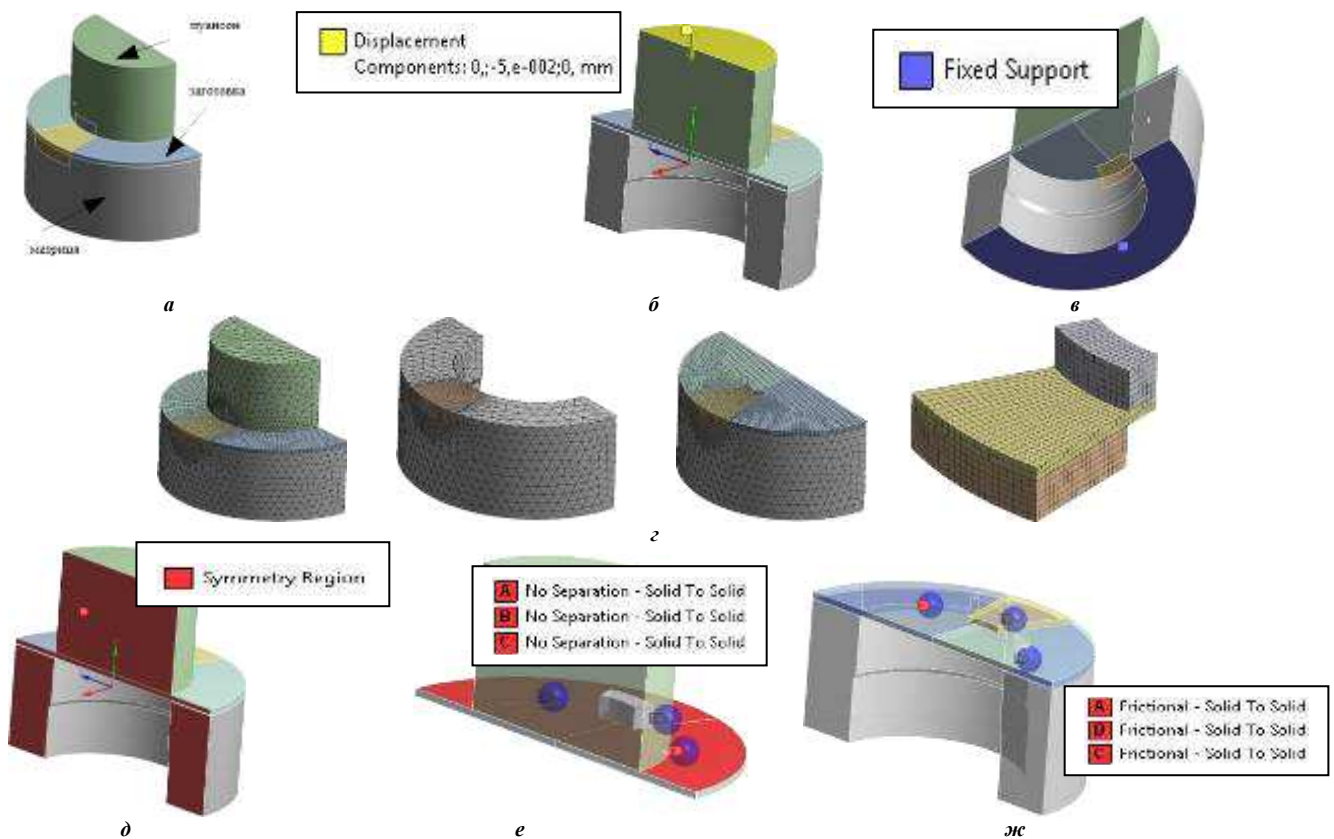


Рисунок 3 – Формування геометричної, скінченно-елементної та розрахункової моделі системи «пуансон – заготовка – матриця» для випадку $n = 2$: а – 3D модель; б – навантаження; в – закріплення; г – скінченно-елементна модель; д – умова симетрії; е – контакт пуансона із заготовкою; ж – контакт матриці із заготовкою

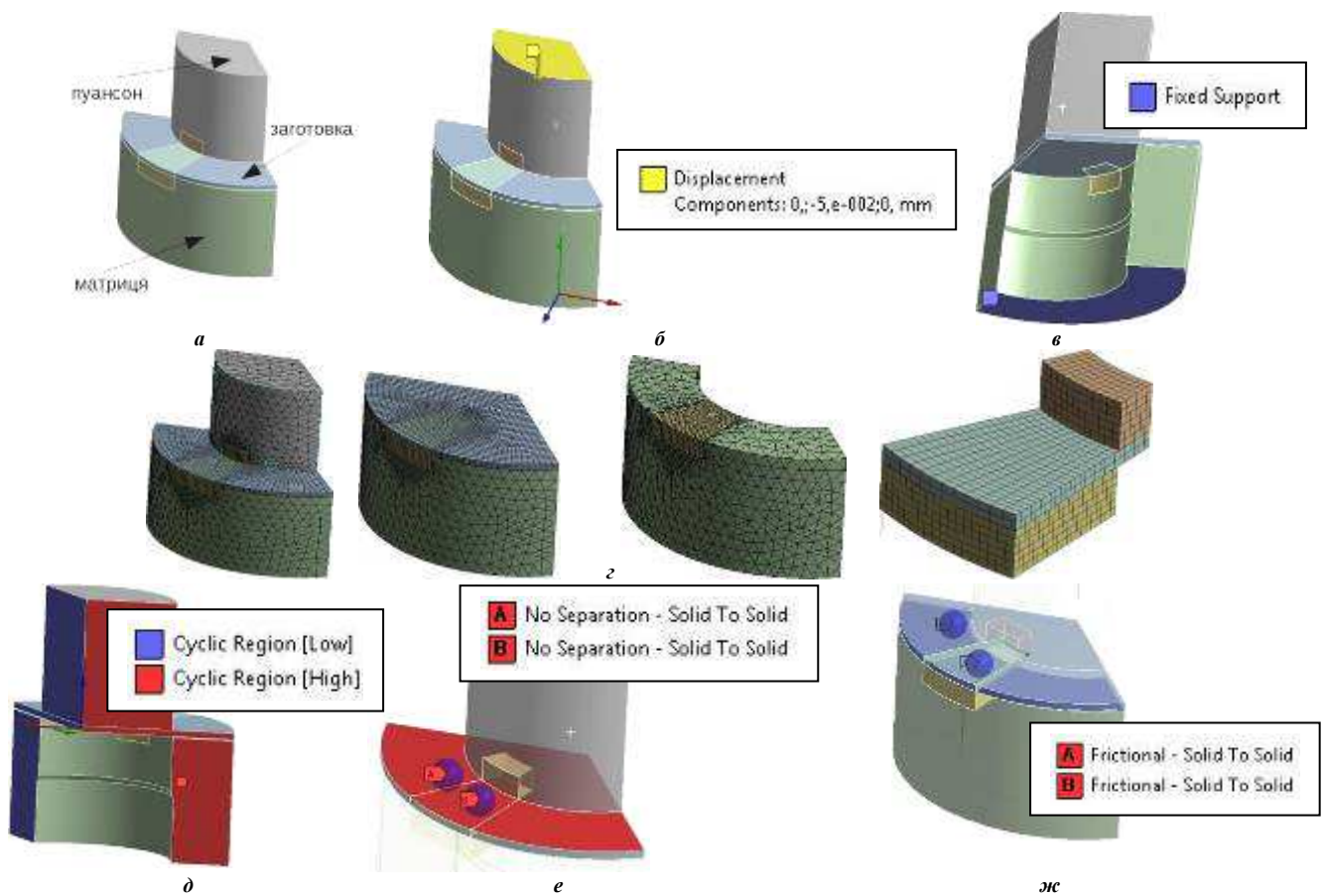


Рисунок 4 – Формування геометричної, скінченно-елементної та розрахункової моделі системи «пуансон – заготовка – матриця» для випадку $n = 3$: а – 3D модель; б – навантаження; в – закріплення; г – скінченно-елементна модель; д – умова симетрії; е – контакт пуансона із заготовкою; ж – контакт матриці із заготовкою

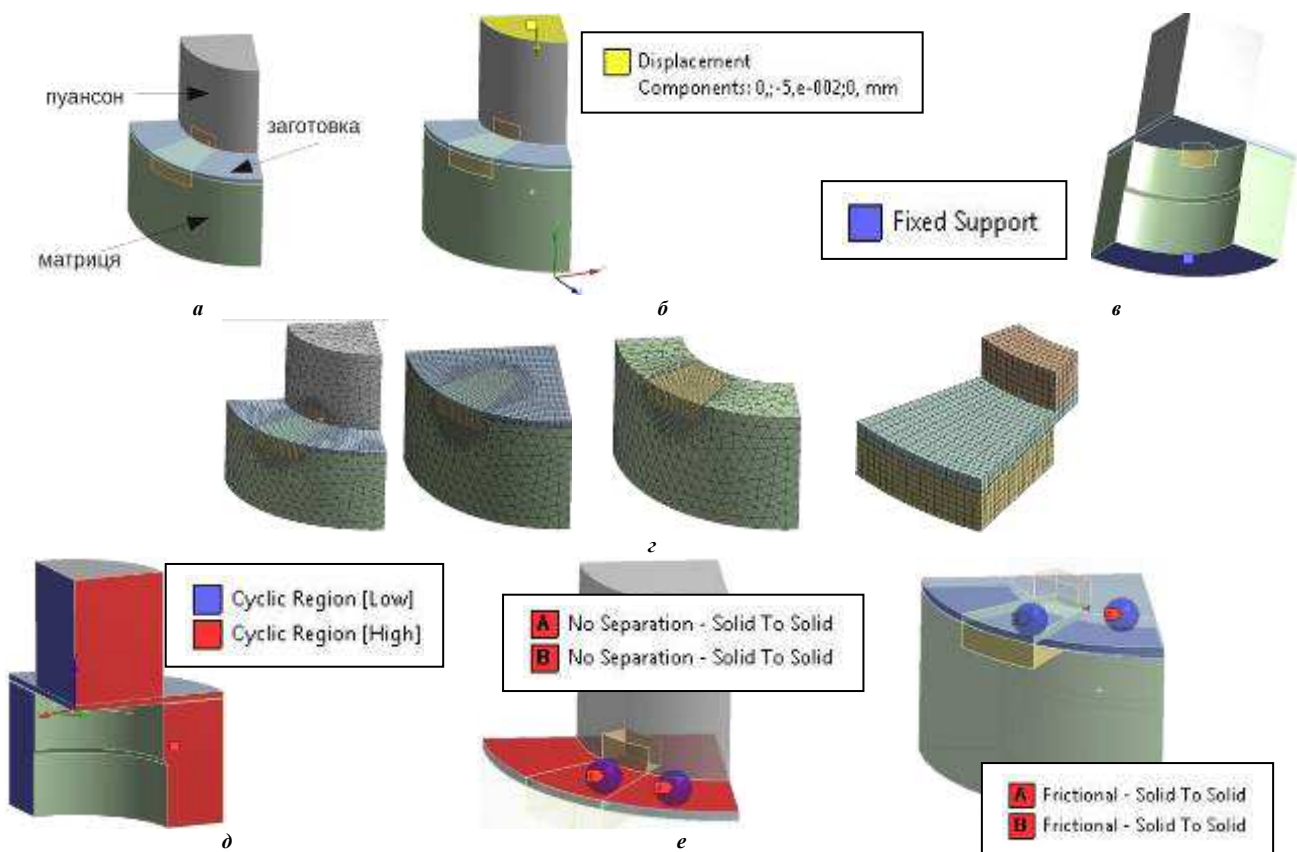
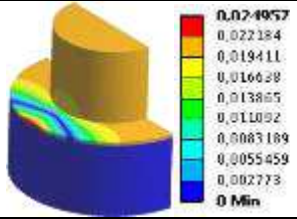
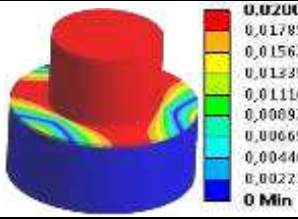
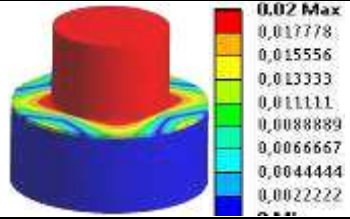
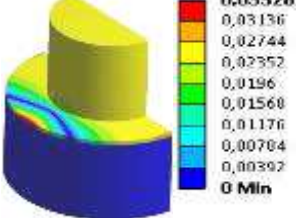
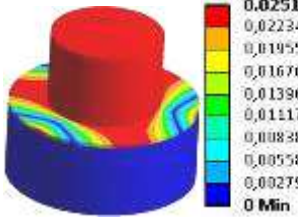
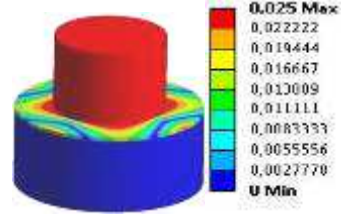
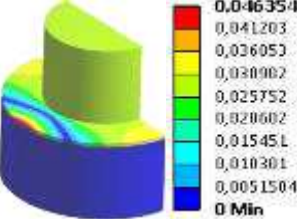
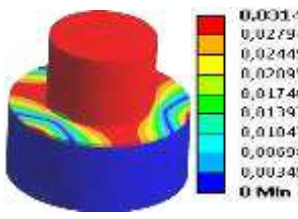
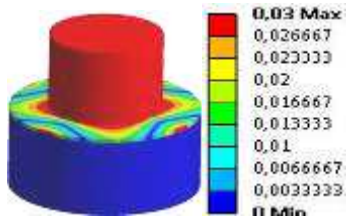
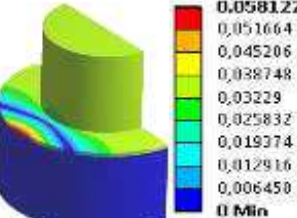
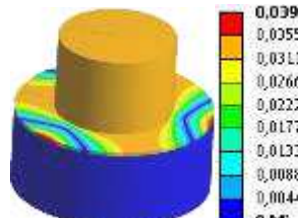
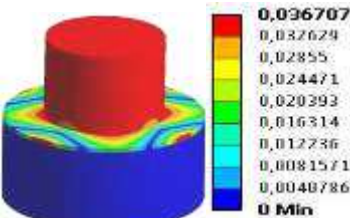
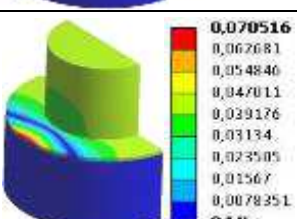
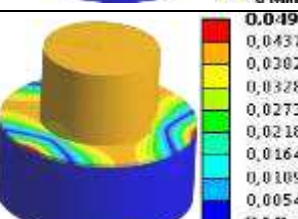
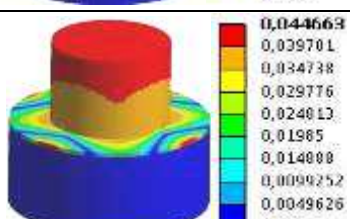
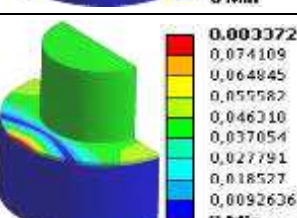
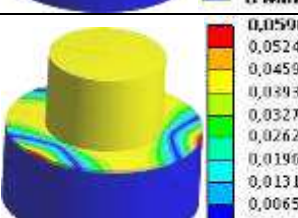
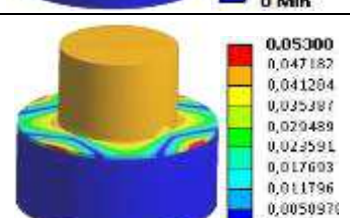
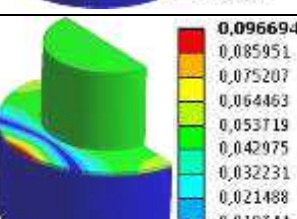
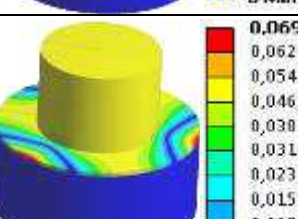
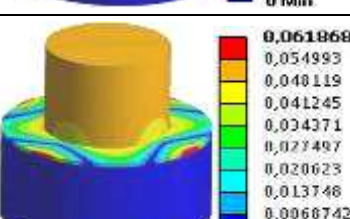


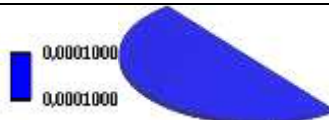
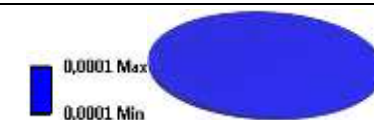
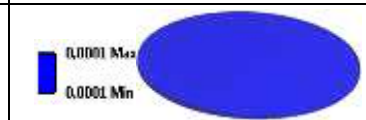
Рисунок 5 – Формування геометричної, скінченно-елементної та розрахункової моделі системи «пуансон – заготовка – матриця» для випадку $n = 4$: а – 3D модель; б – навантаження; в – закріплення; г – скінченно-елементна модель; д – умова симетрії; е – контакт пуансона із заготовкою; ж – контакт матриці із заготовкою

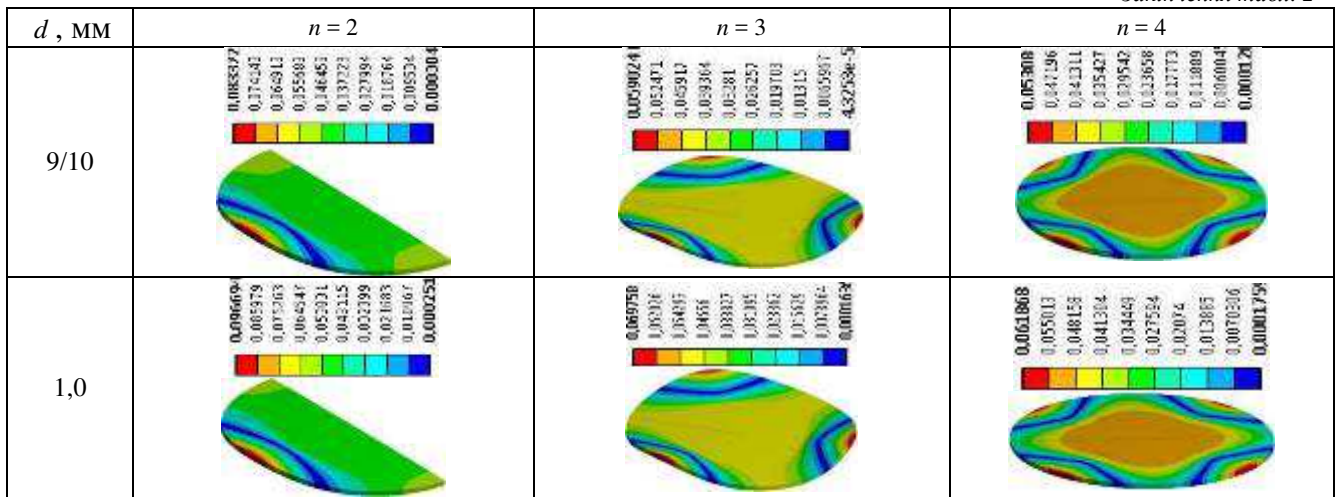
Таблиця 1 – Розподіл повних переміщень (мм) при різній величині кінематичного навантаження та при варіюванні n

d , мм	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
0			
1/10			
2/10			
3/10			

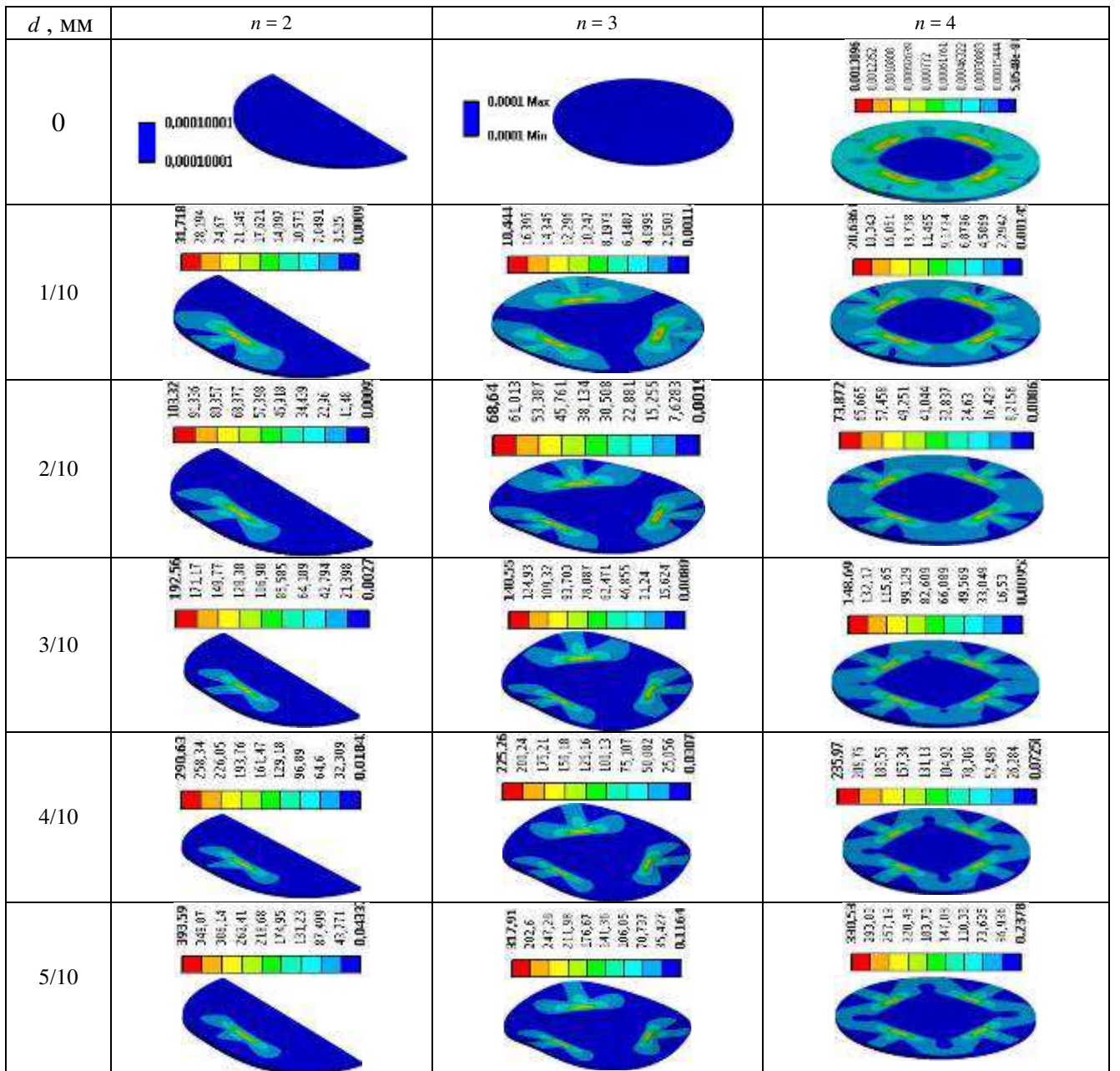
d, MM	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
4/10			
5/10			
6/10			
7/10			
8/10			
9/10			
1,0			

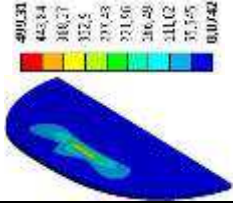
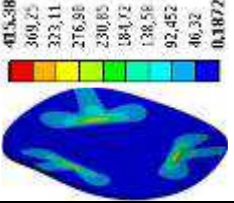
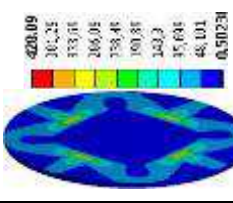
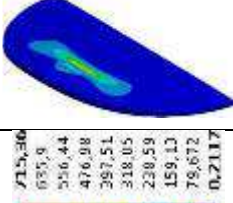
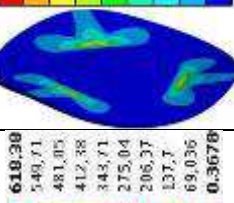
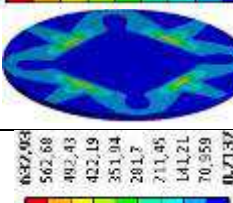
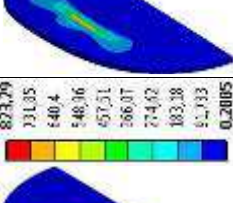
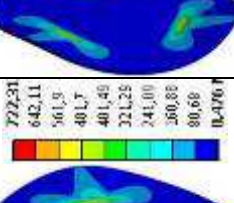
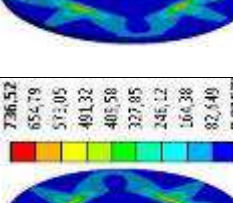
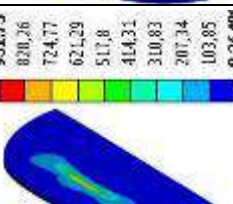
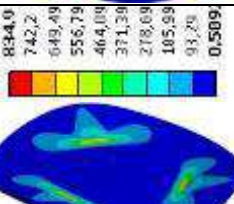
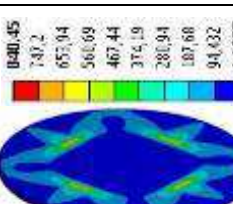

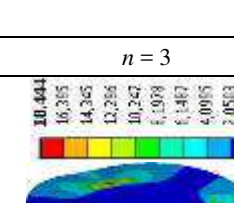
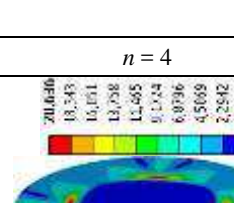
Таблиця 2 – Розподіл повних переміщень (мм) при різній величині кінематичного навантаження (у заготовці) та при варіюванні n

d, MM	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
0			

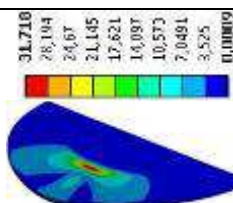
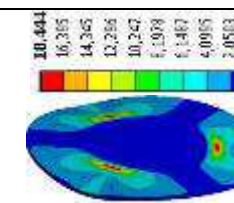
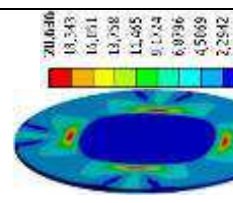
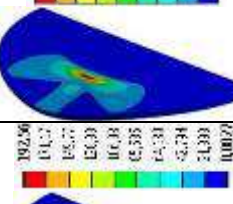
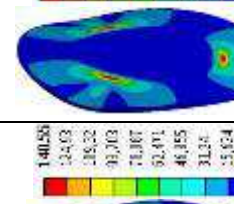
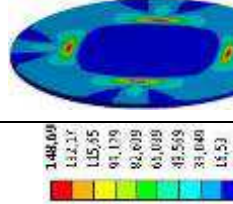


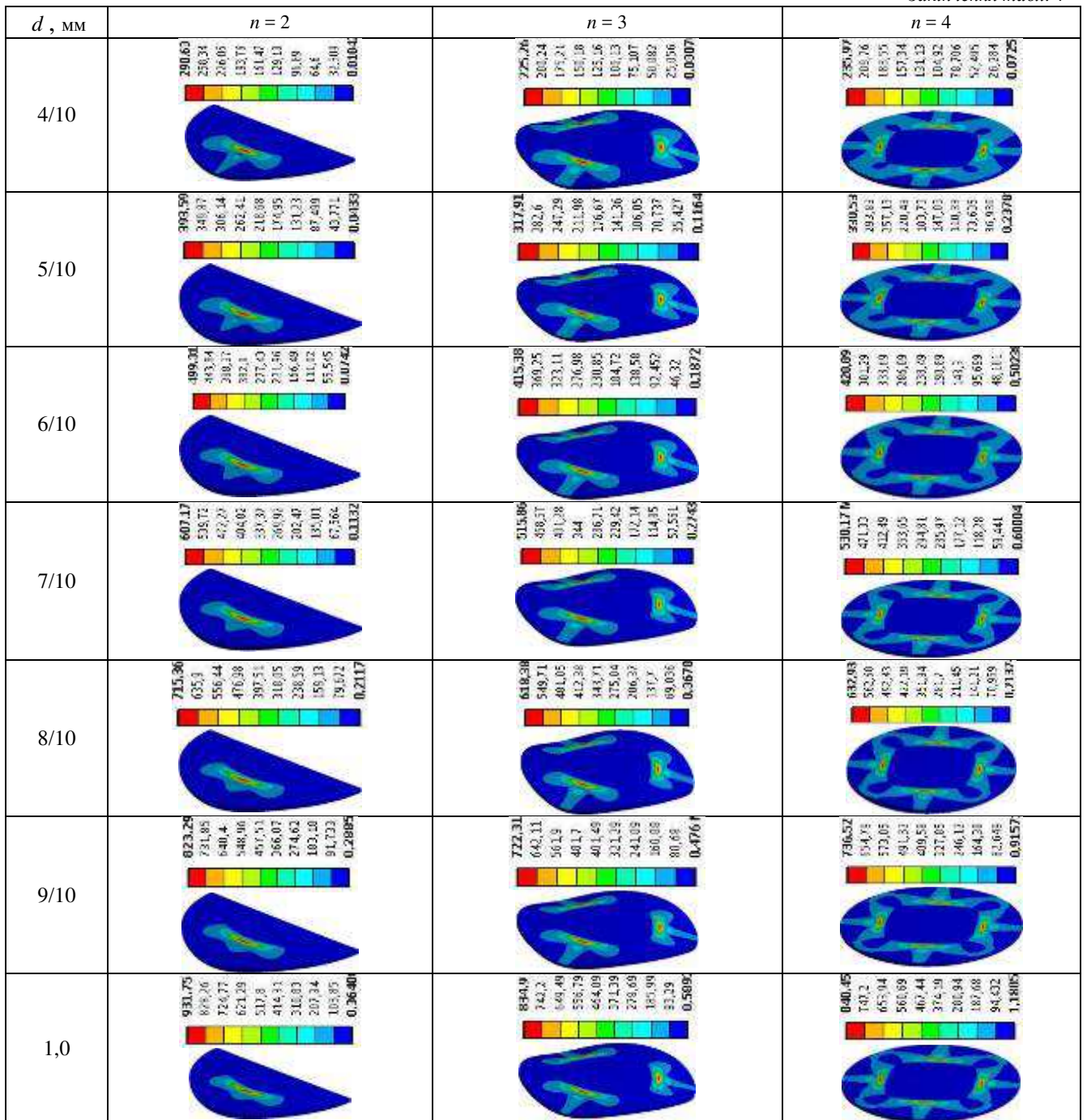
Таблиця 3 – Розподіли еквівалентних напружень (МПа) при різній величині кінематичного навантаження (верх) та при варіюванні n



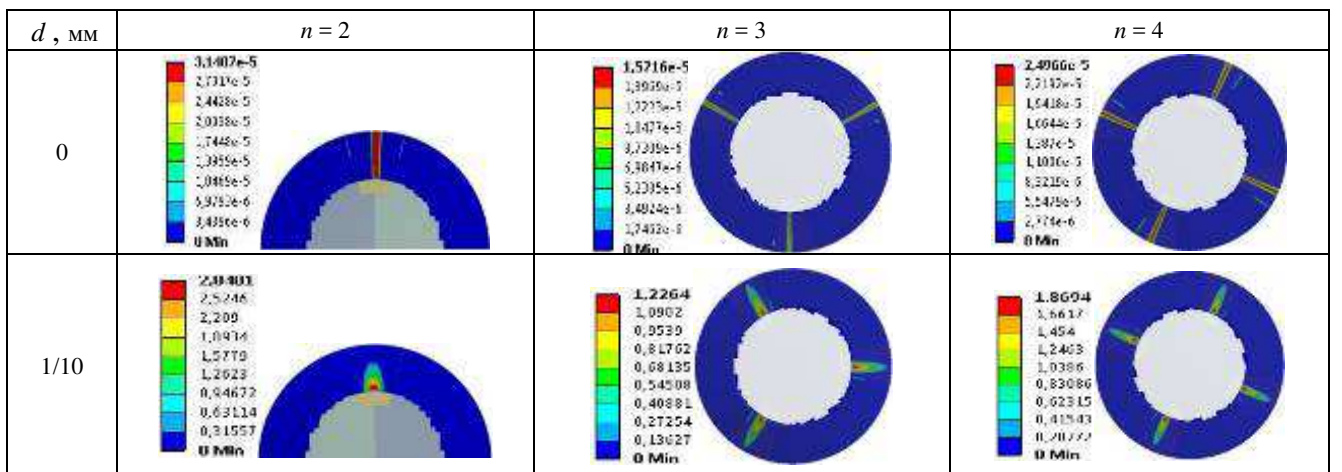
d , MM	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
6/10	 <p>499.31 443.84 388.37 332.8 277.23 221.66 166.09 110.52 54.95 0.0042</p>	 <p>415.38 369.25 323.11 276.98 230.85 184.72 138.59 92.46 46.32 0.1877</p>	 <p>428.09 382.25 336.41 290.57 244.73 198.89 153.05 107.21 61.37 15.68 0.5023</p>
7/10	 <p>607.17 559.77 512.37 464.97 417.57 370.17 322.77 275.37 227.97 180.57 133.17 85.77 38.37 0.1132</p>	 <p>515.86 458.57 401.28 344 286.71 229.42 172.14 114.85 57.561 0.2743</p>	 <p>530.17 473.33 416.49 359.65 302.81 245.97 189.13 132.29 75.44 18.88 0.6004</p>
8/10	 <p>715.36 657.9 600.44 542.98 485.52 428.06 370.6 313.14 255.68 198.22 140.76 83.3 25.84 0.2717</p>	 <p>610.38 549.71 489.05 428.38 367.71 307.04 246.37 185.7 125.03 64.36 0.3678</p>	 <p>637.94 562.68 487.43 412.19 336.94 261.69 186.44 111.19 36.34 9.88 0.7739</p>
9/10	 <p>823.29 765.83 708.37 650.91 593.45 535.99 478.53 421.07 363.61 306.15 248.69 191.23 133.77 76.31 19.84 0.2885</p>	 <p>722.31 642.11 561.9 481.7 401.5 321.3 241.1 160.9 80.7 0.4767</p>	 <p>736.52 654.78 573.05 491.32 409.59 327.85 246.12 164.38 82.66 16.17 0.9157</p>
1,0	 <p>931.75 870.26 808.77 747.28 685.79 624.3 562.81 501.32 439.83 378.34 316.85 255.36 193.87 132.38 70.89 0.3648</p>	 <p>834.0 742.2 649.49 556.79 464.09 371.39 278.69 185.99 93.29 0.5899</p>	 <p>840.45 747.2 654.0 560.8 467.6 374.4 281.2 188.0 94.8 17.1 1.1885</p>

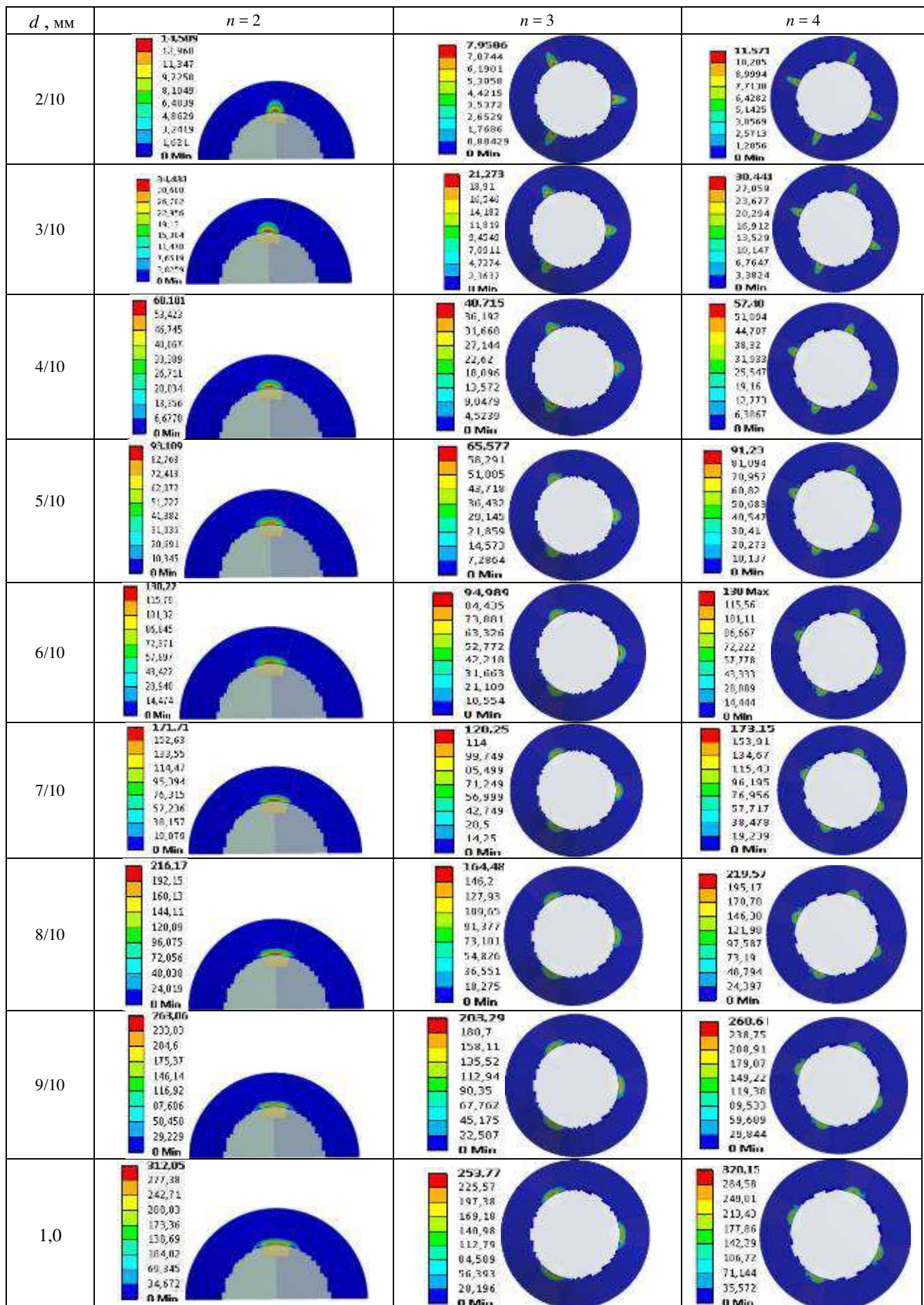
Таблиця 4 – Розподіли еквівалентних напружень (МПа) при різній величині кінематичного навантаження (низ) та при варіюванні n

d , MM	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$
1/10	 <p>31.718 28.184 24.65 21.115 17.581 14.047 10.513 6.979 3.445 0.0009</p>	 <p>18.441 16.355 14.269 12.183 10.097 8.011 5.925 3.839 1.753 0.0011</p>	 <p>20.646 18.56 16.474 14.388 12.302 10.216 8.13 6.044 3.958 0.0014</p>
2/10	 <p>109.52 97.66 85.8 73.94 62.08 50.22 38.36 26.5 14.64 0.0009</p>	 <p>66.64 61.013 55.387 49.761 44.135 38.509 32.883 27.257 21.631 0.0014</p>	 <p>71.872 65.65 59.43 53.21 46.99 40.77 34.55 28.33 22.11 0.0086</p>
3/10	<p>192.56 171.27 150.0 128.71 107.42 86.13 64.84 43.55 22.26 0.0027</p>	<p>140.56 124.93 109.3 93.67 78.04 62.41 46.78 31.15 15.52 0.0080</p>	<p>148.09 132.17 116.25 100.33 84.41 68.49 52.57 36.65 20.73 0.0095</p>



Таблиця 5 – Розподіли контактного тиску (МПа) при різних величинах кінематичного навантаження та n





Аналіз результатів розрахунків НДС контактуючих елементів системи «пуансон – матеріал, що штампується – матриця». Як видно із аналізу результатів здійснених розрахунків НДС досліджуваної системи контактуючих елементів системи «пуансон – матеріал, що штампується – матриця», для номінального варіанту системи (за $\delta = 0$, тобто зі співпадаючими поверхнями матриці та матеріалу, що штампується) реалізуються відомі [2, 13] закономірності, які полягають у незалежності області контакту від $P_{шт}$ (або d) та пропорційності їй рівня контактного тиску.

Проте, на відміну від випадку [2, 13], навіть за малих варіювань отримуємо картину напружено-деформованого стану, що не співпадає із «номінальним» варіантом. Картини розподілу контактних зон сильно залежать від n , а їх площа – від $P_{шт}$ (або d) та h . За великого рівня $P_{шт}$ (або d) та малих h контактна область прагне зайняти в коловому напрямку все більший кутовий інтервал, а розподіл тиску у цьому напрямку – дещо менш пульсуючий.

Висновки. У роботі описано підхід до аналізу напружено-деформованого стану контактуючих тіл обертання за заданного неосесиметричного збурення їх форми від номінально співпадаючої (конгруентної). При цьому установлені такі особливості:

1. У ході чисельних досліджень визначено, що у разі контактування тіл за співпадаючими (конгруентними) поверхнями, тобто за нульового зазору між ними у ненавантаженому стані, а також за домінування нормальних компонент у векторі повних переміщень спостерігаються дві закономірності: 1) зі зростанням рівня навантажень область контакту залишається постійною; 2) при цьому розподіл контактного тиску зберігається, а його рівень прямо пропорційний рівню навантажень.

2. Збурення форми співпадаючих неосесиметричних поверхонь контактуючих тіл обертання, які призводять до формування між цими поверхнями нерівномірно розподілених у окружному напрямку зазорів, дають у результаті порушення визначених чисельно закономірностей (див. п. 1). При цьому вплив такого збурення тим вищий, чим більший рівень цих збурень та чим менший рівень навантажень.

3. Для певних розподілів збурень початкового зазору (у дослідженому випадку – між матрицею та матеріалом, що штампується), зокрема, коли уздовж колової координати на поверхні матриці є декілька напівхвиль, зміна області контакту та розподілу контактного тиску зі зростанням навантаження має тенденцію до зближення із аналогічними областями та розподілами, визначеними для номінального варіанту (тобто співпадіння геометричної форми та нульовий зазор між контактуючими поверхнями). Проте цей процес відрізняється за характером еволюції від випадку осесиметричного збурення.

Надалі плануються подальші дослідження впливу неосесиметричних збурень форми поверхонь контактуючих тіл обертання на розподіли контактних областей і контактного тиску.

Список літератури

1. Johnson K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press. 1985. 462 p.
2. Грабовський А. В., Ткачук М.А., Дьоміна Н. А. Ткачук Г.В., Іщенко О.А., Ткачук М.М., Калінін П.М., Волошина І. О., Третяк В. В. Саверська М. С., Куценко С. В., Льюзний О.С. Чисельний аналіз контактної взаємодії тіл із поверхнями близької форми. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: *Машинознавство та САПР*. 2021. № 2. С. 29-38.
3. Hlavacek I., Haslinger J., Necas, Lovisek J. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer-Verlag. 1988. 327 p.
4. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. P. 199–221.
5. Popov V.L., Pohrt R., Li Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. 2017. № 5(3). P. 308–325.
6. Popov V. L., Pohrt R., Li Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. 2017. Vol. 5 (3). P. 308–325.
7. Li Q., Popov V.L. Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 16 (1). P. 1–8.
8. Ciavarella M. Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 104. P. 104–111.
9. Ciavarella M., Papangelo A. A random process asperity model for adhesion between rough surfaces. *Journal of Adhesion Science and Technology*. 2017. P. 1–23.
10. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *Journal of Mathematical Sciences*. 205, 535–553 (2015).
11. Slobodyan B.S., Lyashenko B. A., Malanchuk N. I., Marchuk V. E., Martynyak R.M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*. 2016. Vol. 215 (1). P. 110–112.
12. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: Butterworth–Heinemann, 2013. 756 p.
13. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Hrechka I., Ishchenko O., Domina N. Investigation of multiple contact interaction of elements of dividing stamps. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. No 4/7(100). P. 6–15

References (transliterated)

1. Johnson K. L. *Contact Mechanics* (1985). Cambridge University Press. 462 p.
2. Grabovskiy A. V., Tkachuk M.A., Domina N. A. Tkachuk H.V., Ishchenko O.A., Tkachuk M.M., Kalinin P.M., Voloshyna I. O., Tretiak V. V., Saverska M.S., Kutsenko S.V. (2021). Chyselnyy analiz kontaktnoyi vzayemodiyi til iz poverkhnyami blyzkoyi formy. [Numerical analysis of the contact interaction of bodies with closely shaped surfaces]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Seriya: *Mashynoznavstvo ta SAPR*, no. 2, pp. 29–38.
3. Hlavacek I., Haslinger J., Necas, Lovisek J. (1988). *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer-Verlag, 327 p.
4. Kalker J.J. (1977). Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.*, vol. 20, pp. 199–221.
5. Popov V.L., Pohrt R., Li Q. (2017). Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*, no. 5(3), pp. 308–325.
6. Popov V. L., Pohrt R., Li Q. (2017). Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*, vol. 5 (3), pp. 308–325.
7. Li Q., Popov V.L. (2018). Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*, vol. 16 (1), pp. 1–8.
8. Ciavarella M. (2015). Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 104, pp. 104–111.
9. Ciavarella M., Papangelo A. (2017). A random process asperity model for adhesion between rough surfaces. *Journal of Adhesion Science and Technology*, pp. 1–23.
10. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. (2015). Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers.

- Journal of Mathematical Sciences*, no. 205, pp.535–553.
11. Slobodyan B.S., Lyashenko B. A., Malanchuk N. I., Marchuk V. E., Martynyak R.M. (2016). Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*, no. 215 (1), pp. 110–112.
12. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. (2013). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford:

- Butterworth–Heinemann, 756 p.
13. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Hrechka I., Ishchenko O., Domina N. (2019). Investigation of multiple contact interaction of elements of dividing stamps. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, no. 4/7(100), pp. 6–15.

Почтына (received) 26.06.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Грабовський Андрій Володимирович / Grabovskiy Andrey – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Ткачук Микола Анатолійович / Tkachuk Mykola A. – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Кохановська Ольга Владиславівна / Kokhanovska Olga – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний інженер кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна. e-mail: olgavk12@gmail.com.

Ткачук Микола Миколайович / Tkachuk Mykola M. – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», провідний науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org

Дьоміна Наталія Анатоліївна / Domina Natalia – кандидат технічних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, доцент кафедри «Вища математика і фізика», м. Мелітополь, Запорізька обл., Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1118-1834>; e-mail: natalia.domina@tsatu.edu.ua.

Ткачук Ганна Володимирівна / Tkachuk Ganna – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0435-1847>. e-mail: TkachuckAV@tmm-sapr.org

Саверська Марія Сергіївна / Saverska Mariia – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірантка кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: m.saverska@tmm-sapr.org

Куценко Сергій Володимирович / Kutsenko Serhii – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна, e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org.

Клочков Ілля Євгенович / Klochkov Illia – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-01; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4923-2833>; e-mail: s008@tmm-sapr.org

Волошина Ірина Олександрівна / Voloshina Iryna – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студентка гр. МІТ-218м, м. Харків, Україна; e-mail: s1802@tmm-sapr.org

Третьяк Владислав Володимирович / Tretyak Vladeslav – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. МІТ-219м, м. Харків, Україна; e-mail: vladeslav2205@gmail.com