УДК 539.3

М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, А. В. ЗАВОРОТНІЙ, С. В. КУЦЕНКО, М. С. САВЕРСЬКА, І. Є. КЛОЧКОВ, О. І. ЗІНЧЕНКО, М. А. ТКАЧУК, С. О. НАЗАРЕНКО, Н. В. ПІНЧУК, С. І. МАРУСЕНКО

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ТОРСІОННИХ ВАЛІВ СИСТЕМ ПІДРЕСОРЮВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ІЗ УРАХУВАННЯМ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

У роботі розроблена модель напружено-деформованого стану торсіонних валів. Здійснена варіаційна постановка задачі на основі теорії варіаційних нерівностей. Чисельне моделювання напружено-деформованого стану здійснено із залученням методу скінченних елементів. У моделі напружено-деформованого стану торсіонних валів інтегровано його узагальнений параметричний опис. Він містить варійовані значущі проектно-технологічні чинники. Зокрема, це конструктивне виконання головки торсіона, галтельного переходу та діаметр стебла торсіонного валу. Крім того, він містить параметри технологічного процесу подвійного заневолювання: кути закрутки та властивості матеріалу вала. Установлено, що напруження, що виникають у торсіонних валах, в основному зосереджуються у зоні контактної взаємодії шліцьової головки вала із шліцьовою муфтою. Визначено параметричні залежності рівня еквівалентних напружень за Мізесом від рівня кутів заневолювання та від співвідношення діаметра головки і стебла торсіонного валу. Вироблені рекомендації щодо підвищення характеристик міцності торсіонних валів. Також визначено характерні особливості розподілів контактного тиску на шліци головки торсіонного вала. Вони залет від типу граничних умов. Якщо у цих граничних умовах закладено можливість двостороннього зв'язку, то контактний тиск має област від'ємних значень. Крім того, рівень контактного тиску сильно зростає. Така нефізична особливість зникає, якщо застосовується умова одностороннього контакту. Тому цей варіант граничних умов є більш адекватним. Він був застосований для розрахунків напружено-деформованого стану торсіонного деформування матеріалу та контактної взаємодії зі спряженими тілами. *Ключові слова:* торсіонного валу; напружено-деформований стан; метод скінченних елементів; теорія варіаційних нерівностей; контак-

тна взаємодія

Н.Н. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСКИЙ, А.В. ЗАВОРОТНИЙ, С.В. КУЦЕНКО, М.С. САВЕРСКАЯ, И.Е. КЛОЧКОВ, Е.И. ЗИНЧЕНКО, Н.А. ТКАЧУК, С.А. НАЗАРЕНКО, Н.В. ПИНЧУК, С.И. МАРУСЕНКО

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТОРСИОННЫХ ВАЛОВ СИСТЕМ ПОДРЕССОРИВАНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С УЧЕТОМ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В работе разработана модель напряженно-деформированного состояния торсионных валов. Разработана вариационная постановка задачи на основе теории вариационных неравенств. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния осуществлено с привлечением метода конечных элементов. В модели напряженно-деформированного состояния торсионных валов интегрировано его обобщенное параметрическое описание. Оно содержит варьируемые значимые проектно-технологические показатели. В частности, это конструктивное исполнение головки торсиона, галтельного перехода и диаметр стебля торсионного вала. Кроме того, оно содержит параметры технологического процесса двойного заневоливания: углы закрутки и свойства материала вала. Установлено, что напряжения, которые возникают в торсионном валу, в основном, сосредотачиваются в зоне контактного взаимодействия шлицевой головки вала со шлицевой муфтой. Определены параметрические зависимости уровня эквивалентных напряжений по Мизесу от уровня углов заневоливания и от соотношения диаметра головки и стебля торсионного вала. Разработаны валов. Разработаны валов. Пределены карактеристик прочности торсионных валов. Соотношения диаметра головки и стебля торсионного вала. Разработаны рекомендации относительно повышения характеристик прочности торсионных валов. Также определены характерные особенности распределения контактного давления на шлице головки торсионного вала. Они зависят от типа граничных условий. Если в этих граничных условиях заложена возможность двусторонней связи, то контактное давление имеет области отрицательных значений. Кроме того, уровень контактного давления сильно возрастает. Такая нефизическая особенность исчезает, если применяется условие одностороннего контакта. Поэтому этот вариант граничных условий является более адекватным. Он был применен для расчетов напряженно-деформированного состояния торсионного вала с учетом пластического деформирования материала и контактного взаимодействия с сопряженно-деформирования и контактного вала с учетом пластического деформирован

Ключевые слова: торсионный вал; напряженно-деформированное состояние; метод конечных элементов; теория вариационных неравенств; контактное взаимодействие

M. M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, A. ZAVOROTNIY, S. KUTSENKO, M. SAVERSKA, I. KLOCHKOV, O. ZINCHENKO, M. A. TKACHUK, S. NAZARENKO, N. PINCHUK, S. MARUSENKO

NUMERICAL SIMULATION OF ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION OF TORSION SHAFTS OF VEHICLE SPRING SYSTEMS, TAKING INTO ACCOUNT CONTACT INTERACTION

The paper develops a model of stress-strain state of torsion shafts. A variable formulation of the problem on the basis of the theory of variational inequalities was made. Numerical modeling of the stress-head-deformed state was made with the involvement of the finite element method. In the model of the stress-head-deformed state of torsion shafts, its generalized parametric description is integrated. It contains both varied significant design and technological indicators, in particular, the structural design of the torsion head, the galley transition and the diameter of the stem torsion shaft stem, and the parameters of the technological process of double winding: twist angles and features of the shaft material. It is established that the stresses that occur in the torsion shaft are mainly concentrated in the contact interaction zone of the spline shaft head with the spline coupling. The parametric dependencies of the level of equivalent stresses by Mises on the level of double windings and on the ratio of the head diameter and the stem of the torsion shaft stem have been determined. Recommendations have been developed regarding the improvement of strength characteristics of torsion shafts. Contact pressure distribution on the slots of the torsion bar head is also determined. Its characteristic features depend on the type of boundary conditions. If bilateral interaction is enabled on the boundary, the contact pressure may become negative. Furthermore, the contact pressure gets a sharp spike. This non-physical feature disappears if unilateral contact conditions are imposed. Therefore, this version of the boundary conditions is more adequate. It was used to compute the stress-strain state of a torsion bar,

taking into account the plastic deformation of the material and the contact interaction with conjugate bodes.

Keywords: torsional shaft; stress-strain state; finite element method; theory of variational inequalities; contact interaction

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, А. В. Заворотній, С. В. Куценко, М. С. Саверська, І. Є. Клочков, О. І. Зінченко, М. А. Ткачук, С. О. Назаренко, Н. В. Пінчук, С. І. Марусенко, 2022 Вступ. Сучасні транспортні засоби (ТЗ) мають різноманітні принципи роботи за структурою, властивостями і характеристиками систем підресорювання (СП). Усі ці СП мають базову класифікаційну ознаку – спосіб акумулювання та дисипації енергії коливань, які виникають при русі ТЗ на місцевості. Саме від цього значною мірою залежать пружні та демпферні характеристики тих чи інших СП.

Зокрема, для транспортних засобів спеціального призначення (танки, бронетранспортери, бойові машини піхоти та десанту, тягачі тощо), важких дорожніх машин, грузовиків та інших машин широке застосування знайшли СП, у яких основним пружним елементом є торсіонний вал (ТВ).

Торсіонний вал складається із трьох типів елементів: стебла ТВ (СТВ), головки ТВ (ГТВ) та галтельних переходів (ГП).

Важливим значущим чинником, що значною мірою визначає властивості ТВ, є технологічна операція заневолювання, яка полягає у створенні за рахунок попереднього закручування ТВ на етапі виготовлення на певні кути із виникненням у валах пластичних деформацій та створенням у них сприятливого напружено-деформованого стану (НДС) для подальшої пружної роботи матеріалу на етапі експлуатації.

У цьому напрямку у вітчизняній та світовій літературі описана значна кількість напрацювань, які охоплюють, в основному, роботу стеблової частини ТВ. У цьому випадку для визначення її НДС застосовують спрощення, які полягають у постулюванні лінійного розподілу деформацій за радіусом. Причому кутові деформації зумовлюють тільки дотичні (зсувні) напруження.

Разом із тим, як свідчать практика та результати низки попередніх досліджень, проблемними зонами, крім СТВ, у багатьох випадках є ГП та ГТВ. Оскільки ці частини підлягають дії контактного навантаження від спряжених деталей (шліцьові муфти), то розподіл контактних сил чинить суттєвий вплив на НДС ГТВ та ГП, а, відповідно, і на міцність ТВ у цілому. Разом із тим цей вплив є взаємопов'язаним: пластичні деформації, що виникають у валі, впливають на його контактну взаємодію із спряженою деталлю, і навпаки. Отже, отримуємо зв'язану задачу про пружно-пластичне деформування ТВ із урахуванням та локалізацією цих суттєво нелінійних явищ у зоні ГТВ та ГП. Це створює проблемну ситуацію із міцністю елементів СП ТЗ, що слугує обмежувальнокритеріальним чинником на етапі проектування та модернізації елементів цих систем. Супутньо це породило напрямок досліджень, описаних у роботі.

Аналіз моделей та методів досліджень торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів. Як уже зазначалося, в силу довгої історії питання міцності та довговічності ТВ ТЗ йому присвячено багато публікацій у літературних джерелах.

Найбільш характерним видом відмови торсіонної СП, що не призводить при цьому до повної втрати рухливості, є руйнування торсіонного валу. Типова конструкція і схема навантаження ТВ наведені на рис. 1 [1]. Довжина ТВ L_T у сучасних СП порівнянна із шириною корпусу гусеничної машини. На кінцях валу є дві шліцьові головки різної довжини і діаметру зі шліцами трикутного профілю. Від шліцьової головки до циліндричної поверхні виконаний плавний перехід із радіусом галтелі r, d_T – діаметр ТВ.



Рисунок 1 – Типова конструкція торсіонного валу [1]

Як уже зазначалося, традиційні методики досліджень, описані у роботах [2–5], спрямовані в основному на аналіз НДС стебла торсіонного вала із постулюванням низки властивостей стосовно пружно-пластичного деформування матеріалу вала. Ці властивості спрощують визначальні співвідношення, проте привносять певну похибку у результати.

Разом із тим значно більша похибка досягається у зоні ГТВ. Це викликане тим, що НДС у цій зоні ϵ , на відміну від стебла торсіонного вала, суттєво різнокомпонентним.

Якщо звернутися до сучасних профільних публікацій [6–9], то увагу привертають різні підходи, моделі та методи, які спрямовані на удосконалені розрахункові схеми у поєднанні із методом скінченних елементів (МСЕ). Проте, як правило, мова йде про стеблову (циліндричну) частину ТВ. Це викликане тим, що для ГТВ питання міцності вирішується за рахунок конструктивних чи технологічних заходів (наприклад, шляхом застосування потовщених головок або відповідної термохімічної чи механічної обробки шліців ГТВ тощо).

Вагомим чинником, що сприяє виникненню відмов при напрацюванні нижче гарантованих значень, є висока навантаженість ТВ, а також наявність технологічних і монтажних дефектів, зумовлених процесом виготовлення, транспортуванням, неправильним зберіганням і складанням [1, 10]. Дрібні поверхневі тріщини, що виникають у процесі механічної обробки, розміри яких можуть бути нижчими за межу чутливості використовуваних методів неруйнівного контролю, є джерелом високої концентрації напружень. Мікротріщини сприяють прискореній ініціації втомних ушкоджень і, як наслідок, руйнуванню при напрацюванні нижче гарантованих значень. На теперішній час аналіз ресурсної міцності ТВ на етапі проектування здійснюється як перевірочний розрахунок у рамках класичного підходу, заснованого на теорії опору втоми металів і сплавів. Натепер немає сформульованої методики прогнозування ресурсу ТВ транспортних машин, у якій враховувалися би характер експлуатаційного навантаження підвісок, а також вплив можливих технологічних і монтажних дефектів на процес появи тріщин.

Як правило, ТВ розраховують тільки на кручення, проте насправді вони отримують напружений стан від дії моменту $M_{\kappa p}$ (як переважаючого силового чинника з боку важеля підвіски) і згинного моме-

нту $M_{_{u_{32}}}$, який виникає внаслідок неспіввісності опор і деформації корпусу (див. рис.1).



Рисунок 2 – Руйнування циліндричної частини торсіонного валу [1]

Практика експлуатації швидкохідних гусеничних машин показує, що руйнування ТВ відбувається внаслідок поширення тріщини у площині, розташованій під кутом до його осі [1]. Аналіз характеру руйнування циліндричної частини ТВ (рис. 2) вказує на поширення тріщин у площині, розташованій під кутом до осі валу у діапазоні 45...55°.

У роботі [10] представлена методика оцінки ресурсу ТВ індивідуальних СП транспортних машин, яка базується на лінійній механіці руйнування і розробленій математичній моделі поширення крайової тріщини в умовах спрощеного плоского напруженого стану.

Досвід експлуатації свідчить, що втомні тріщини утворюються у області найбільшої концентрації напруження – галтелей і шліцьових канавок. У роботах [11, 12] здійснені дослідження живучості торсіонного валу незалежної підвіски швидкохідної гусеничної машини зі штучно створеним щілинним дефектом, що імітує поверхневу тріщину. Дослідження здійснювалося у реальних експлуатаційних умовах при русі гусеничної машини лісовими ґрунтовими дорогами. У результаті визначений залишковий ресурс торсіона і характер поширення тріщини, а також установлені критичні розміри дефекту.

У роботах [13, 14] наведена пружно-пластична модель росту втомних тріщин для розрахунку залишкового ресурсу ступінчастих валів. Поверхнева тріщина моделювалася МСЕ в програмі ANSYS Workbench.

На основі імітаційного моделювання Vilas М.А.М., Galhe D.S., Mishra Н. здійснили порівняльні дослідження ТВ, виконаних із різних матеріалів. Використання вуглецевого композиційного матеріалу дало можливість знизити напруження кручення у 3 рази і зменшити на 20% деформацію ТВ [15].

У роботі [16] розглядалися прискорені дослідження і моделювання для визначення терміну служби торсіонів гусеничних транспортних засобів, які у реальній експлуатації займають багато років. Машина для випробувань на втому при крученні показана на рис. 3.



Рисунок 3 - Гідравлічна система для випробувань на втому торсіонів [16]



Рисунок 4 – Характерні види втомних зламів торсіонних валів з високотемпературною термомеханічною обробкою [17]: *а* – зрізом від дії дотичного напруження; *б* – за гвинтовою лінією під кутом 45° від дії нормального напруження; *в* – комбінований (початкове руйнування зрізом, потім за гвинтовою лінією)

При втомних випробуваннях валів спостерігали

три типи зламів: зрізом від дії дотичного напруження (рис. 4, *a*), за гвинтовою лінією під кутом 45° від дії нормального напруження (рис. 4, δ) і комбінований – початкове руйнування зрізом, потім долом за гвинтовою лінією (рис. 4, ϵ). У всіх випадках початковий осередок руйнування знаходиться на поверхні або на невеликій глибині від поверхні (менше 1 мм) під кутом 45° до подовжньої осі валу, тобто початкове руйнування походило від дії нормального напруження, а подальший розвиток тріщини залежно від стану матеріалу і умов навантаження проходив різними шляхами [17].

У роботі [18] розглядається циклічна міцність деталей із зонами перекриття, сформованими при обкатці роликами. Такі деталі, як ТВ, в яких мають місце перехідні галтелі, при обробці мають обкатку у два проходи: окремо обкочується СТВ, окремо – ГП. В цьому випадку формуються зони перекриття (ЗП) – ділянки деталі, які зміцнюються двічі. В ЗП мають місце ділянки початку та кінця обкочування. У цих ділянках має місце неоднорідність розподілу залишкових напружень, що в результаті чинить вплив на циклічну міцність ТВ [19]. У результаті здійснених досліджень на валах із сталей 30ХГСН2А діаметром 30 мм та 45ХНМФА діаметром 48 мм прийшли до висновків, що найбільше зниження втомної міцності має місце за наявності зони перекриття із ділянками, сформованими у результаті зниження зусилля обкочування при другому проході роликами. Також показано, що в ЗП має місце порушення однорідності розподілу залишкових напружень на поверхні, а також мають місце локальні ділянки із низьким рівнем стискуючих залишкових напружень, де і відбувається втомне руйнування.

Звернена увага на те, що осередок руйнування, за наявності зон перекриття, знаходиться на поверхні у зоні початку або кінця обкочування.

Різноманітний вплив зон початку або кінця обкочування при другому проході на межу витривалості зумовлений різними умовами формування вказаних зон. У випадку формування зони перекриття на початку обкочування хвиля пластичнодеформованого матеріалу попереду ролика, переміщуючись, виноситься із зони навантаження до краю зразка. У випадку деформування ЗП у кінці обкочування хвиля пластично-деформованого матеріалу залишається у зоні навантаження. Наявність цієї хвилі негативно впливає на циклічну міцність.

Як показано в роботі [10], у ТВ переважаючим напруженим станом є чистий зсув, і зростання втомних тріщин має місце під кутом до осі ТВ у напрямку, перпендикулярному дії головних розтягуючих напружень. Для адекватного опису напруженого стану необхідно розв'язати задачу про нахилену відносно поздовжньої осі тріщину у суцільному циліндрі із використанням МСЕ. Робоча схема може відповідати консольно-закріпленому циліндричному зразку заданого діаметру, навантаженому крутним моментом (чистий зсув) (рис. 5) або крутним та згинальним моментом (плоский напружений стан).



Рисунок 5 – Схема навантаження суцільного циліндра з розташованою під кутом до осі тріщиною

У роботі [20] встановлено, що втомні тріщини, розташовані на циліндричній частині ТВ, є тріщинами нормального відриву.

В результаті досліджень ТВ на довговічність у роботі [5] зроблено дуже багато цінних висновків. При розрахунку середньої довговічності враховувалася довговічність валів, доведених до руйнування, або таких, що витримали більш ніж 500 тис. циклів. Висновок: середня довговічність високоміцних ТВ у 2,5...5 разів вища вимог технічних умов на деталь. Максимальна довговічність знаходиться в межах 866...2774 тис. циклів в залежності від низки умов досліджень. За результатами аналізу місць руйнування торсіонів зроблені такі висновки: руйнування шліцьових головок зв'язане із пропуском окремих шліців при обкочуванні роликами, з обкочуванням впадин роликами зі зношеною робочою кромкою, із поганою якістю окалини на шліцах.

У результаті досліджень, які здійснювалися авторами роботи [5] понад 35 років тому, зроблено такий важливий висновок: ТВ 434.51.059 найбільш частіше руйнувалися на відстані 75...110 мм від головок. У середньому в цьому місці руйнувалося 57% деталей, у той час як уздовж стержня валу – 16%, а за шліцьовими головками – 27%. Це пояснювалося поєднанням несприятливих факторів на цій ділянці валу: подвійне виконання шліфування, поздовжнє розкочування, обкочування роликами стержня і галтелей.

При руйнуванні торсіонів за шліцьовими головками початкове руйнування, як правило, розташоване біля поверхні впадини шліца. В одних випадках руйнування починається від бічної поверхні шліца і викликане втомним руйнуванням окремих шліців від навантажень згину. В інших випадках руйнування починається у впадині і призводить до втомного руйнування головки валу. Розташування початкового руйнування у поверхневому шарі валу визначається тим, що при крученні найбільші напруження виникають на поверхні і зменшуються до серцевини валу. Дослідження показали, що найбільшу довговічність мають торсіони, початкові руйнування яких розташовані під зміцненим шаром на деякій відстані від поверхні, а найменшу – у яких початкові руйнування розташовані на поверхні. Різниця у довговічності досягала 1,5...3 рази. Таким чином, було зроблено висновок: не змінюючи технології виготовлення серійних ТВ, можна підвищити їх довговічність лише за рахунок якісного виконання обробки їх поверхні та її зміцнення шляхом обкочування.

Працездатність ТВ також суттєво залежить від запасу пружності (різниці між межею пропорційності і максимальними напруженнями у процесі випробувань валів).

У роботі [21] відзначається той факт, що при звичайних режимах випробувань залишкова деформація після 150 тис. циклів складає від 0 градусів 15 хвилин до 2 градусів 50 хвилин. Якщо ці значення вищі, то це свідчить про відхилення в якості ТВ або режимах їх досліджень.

Також було встановлено, що причиною підвищеної деформації досліджених контрольних валів була відсутність повторного заневолювання.

Таким чином, підводячи підсумки досліджень, у [5] зроблено такі висновки:

 Руйнування за шліцьовими головками має місце у випадках низької якості зміцнення шліців, поганої підготовки поверхні впадин шліців під обкочування, порушення геометричних розмірів шліців.

 Руйнування СТВ і ГП пов'язане із наявністю зневуглецювання і корозії поверхні, які знижені зусиллям обкочування, шліфувальними припалами, неякісно виконаним перекриттям стебла і галтелей, перегрівом металу, а також його недостатньою якістю.

Як зазначено у роботах [22, 23], після здійснених випробувань на зразках ТВ автори прийшли до висновків, що технологічний процес механічної обробки ТВ зі шліфувальними операціями після термічної обробки не гарантує формування у поверхневих шарах тільки стискуючих залишкових напружень достатньої величини. Тому було виконане удосконалення технологічного процесу виготовлення ТВ із заміною операцій шліфування на операцію зміцненням дробом після термічної обробки. Після зміцнення дробом здійснювалася операція обкочування. Таким чином, ТВ витримав без руйнування 970 тис. циклів-закруток, а величина стискуючих тангенціальних технологічних залишкових напружень у поверхневих шарах на глибині 0,1 мм була у межах 270...420 МПа.

Останніми роками активно ведеться пошук нових технологій обробки ТВ із метою підвищення їх циклічної міцності. Наприклад, розроблена нова технологія, яка використовує лазер [24]. Завдяки їй багатократно знизилася трудомісткість виготовлення ТВ і підвищилася їх якість. Використанням у процесі зміцнення ТВ запропонованих режимів: потужності випромінювання лазера P = 0.5 кВт, діаметру плями d = 1.2 мм, швидкості обробки V = 10 мм/с і коефіцієнту перекриття лазерної плями K = 2 забезпечується підвищення запасу циклічної міцності на 43%.

У роботі [25] наводиться методика розрахунку оптимальних параметрів ТВ. При виконанні таких розрахунків визначаються параметри конструкції, які задовольняють вимогам функціонування. Розрахункова схема торсіонної підвіски має вигляд, зображений на рис. 6.



Рисунок 6 – Розрахункова схема торсіонної підвіски [25]: β_{CT} – статичний кут балансиру; L_T – довжина ТВ; d_T – діаметр ТВ; a – відстань від зовнішньої поверхні днища машини до осі ТВ; K – кліренс машини; D_{OK} – діаметр опорного катка

Методика розрахунку містить такі етапи:

> спочатку здійснюється розрахунок модуля жорсткості підвіски у статичному положенні і здійснюється проектний розрахунок параметрів конструкції підвіски;

> потім здійснюється вибір параметрів конс-

трукції ТВ, який містить:

 розрахунок параметрів конструкції ТВ у залежності від необхідної жорсткості підвіски у статичному положенні і міцності ТВ за допустимим максимальним напруженням при скручуванні при положенні балансира на буфері підвіски;

2) методику вибору оптимальних параметрів конструкції ТВ. У цій методиці приймаються наступні обмеження на параметри ТВ і підвіски:

• модуль жорсткості підвіски у статичному положенні має знаходитись у певних межах;

 максимальні напруження при скручуванні торсіонного валу не мають перевищувати допустимі;

• вертикальні прискорення корпусу на місці водія мають бути нижчими за допустимі;

3) розрахунок геометричних елементів і вимірювальних розмірів ТВ.

Підсумовуючи, можна зазначити недостатній розвиток моделей та методів дослідження НДС елементів ТВ.

Таким чином, підходимо до мети роботи і методів розв'язання поставлених задач.

Мета роботи – визначення закономірностей напружено-деформованого стану торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів із урахуванням їх контактної взаємодії зі спряженими деталями.

Розрахункові моделі торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів. У моделях, які розглядалися раніше [26], присутні параметри, які задають область, властивості матеріалу, історію навантаження тощо. У результаті побудована модель є параметричною.

Модель напружено-деформованого стану торсіонних валів має мати здатність відтворювати пружно-пластичне деформування та контактну взаємодію тіл із поверхнями близької форми як фізично та структурно нелінійні процеси, що залежать від історії навантаження.

Система диференціальних рівнянь теорії пластичності у прирощеннях для області Ω , яку займає ТВ (рис. 7), має вигляд [27]:

$$\Delta \varepsilon_{ii} = 1/2 \left[\partial \Delta u_i / \partial x_i + \partial \Delta u_i / \partial x_i \right], \tag{1}$$

$$\partial \Delta \sigma_{ii} / \partial x_i + \Delta f_i = 0; \tag{2}$$

$$\Delta \varepsilon_{ij} = A_{ijkl} \Delta \sigma_{kl}, \qquad (3)$$

де $\Delta u_i, \Delta \varepsilon_{ij}, \Delta \sigma_{ij}, A_{ijkl}$ – відповідно прирощення компонент вектора переміщень, тензорів деформацій та напружень, а також тензору пружності на поточному кроці (*i*, *j*, *k*, *l* = 1, 2, 3),

 Δf_i – прирощення навантажень на поточному кроці $\Delta \tau$ розбивки параметра навантаження τ .

Таким чином, розбиваючи інтервал параметра τ на підінтервали із прирощенням $\Delta \tau_r$, можна організувати покрокове розв'язання задачі із урахуванням пружно-пластичних деформацій.

Для контактної задачі із залученням положень теорії варіаційних нерівностей [28, 29] задача зводиться до проблеми мінімізації функціоналу повної

(5)

енергії ΔJ на прирощеннях Δu :

$$\Delta J = \frac{1}{2} \int_{(\Omega)} \Delta \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{(\Omega)} \Delta f_i \Delta u_i d\Omega - \int_{(S)} \Delta f_i^{\nu} \Delta u_i dS \to \min, \qquad (4)$$

де Δf_i^{ν} – прирощення поверхневих навантажень, а мінімізація здійснюється на множині K, яка задається обмеженнями:



вого контакту,

та муфтою.

Рисунок 7 - Схема роботи торсіонного вала [26] (ГТВ та СТВ - головка та стебло торсіонного вала відповідно)

Отримані у роботі [26] та результати попередніх досліджень дають підстави для таких висновків:

 У стеблі торсіонного вала реалізується близький до однорідного за поздовжньою координатою розподіл компонент НДС.

2. Рівень еквівалентних напружень у головці торсіонного вала вищий, ніж у стеблі торсіонного вала. Особливо зростають напруження у впадинах шліців.

 Уздовж осьової координати напруження за Мізесом у головці торсіонного вала розподіляються нерівномірно.

 При здійсненні процедури подвійного заневолювання торсіонних валів чітко прослідковується ефект сприятливого перерозподілу напружень та деформацій у стеблі торсіонного вала.

5. Після подвійного заневолювання розподіл залишкових напружень у стеблі торсіонного вала є сприятливим із точки зору недопущення додаткових пластичних деформацій на фазі дії експлуатаційних навантажень.

6. У головці торсіонного вала напруженодеформований стан не корелює із НДС стебла торсіонного вала.

 Рівень пластичних деформацій досягає проміжного рівня на першому етапі заневолювання та максимального – на другому етапі заневолювання. При дії робочих навантажень додаткові пластичні навантаження не виникають.

Отримані попередні результати досліджень дають підстави для таких положень більш досконалого підходу:

1. Ураховуються такі важливі чинники, як контактна взаємодія та пружно-пластичний характер деформування, що забезпечує більший рівень адекватності результатів.

2. Рівень напружень із урахуванням пластичних деформацій суттєво знижується (у 1,7 разів). Разом із тим зберігається визначальна роль шліцьового з'єднання у ГТВ порівняно із СТВ у міцності ТВ.

Розглянемо розрахункову схему торсіонного валу (рис. 8).

 $u_{u}^{1} + u_{u}^{2} \leq \delta$,

де u_v^1, u_v^2 – переміщення уздовж зовнішніх нормалей точок ГТВ та муфти відповідно на поверхні S_c можли-

 δ – зазор уздовж нормалі на поверхні S_c між ГТВ



Рисунок 8 – Розрахункова схема ТВ

У ході досліджень напружено-деформованого стану стебла торсіонного валу транспортного засобу було побудовано два набори розрахункових моделей.

Набір І. На прикладі торсіонного валу із діаметром ГТВ $d_3 = 60$ мм, довжиною 2l = 1 м було здійснено визначення впливу типу крайових умов у спряженні ГТВ із муфтою на його НДС. На рис. 9 наведені відповідні розрахункові схеми: А - нерухоме з'єднання спряжених поверхонь ГТВ та шліцьової муфти; В – контактне спряження вказаних поверхонь за типом «no separation»; С – те ж, але за типом «frictional», а на рис. 10 – геометрична модель торсіонного валу та муфти, що досліджується, граничні умови, а також скінченно-елементна модель ТВ у ANSYS (введені позначення у рис. 10, к: time (умовний час) τ_i : $\tau_1 = 0$ с – нульовий кут закрутки; $\tau_2 = 1 \ c$ – сумарний кут заневолювання; $\tau_3 = 2 \ c$ – залишковий кут закручування при знятті технологічного навантаження; т₄ = 3 с – кут експлуатаційного закручування.

Набір ІІ. На прикладі ТВ із тими ж параметра-

ми (див. набір І), із умовами контактування за схемою С (див. вище) здійснено варіювання наступних параметрів:

1) Відносний діаметр, параметр $p_1 = d_3/d_1$; діапазон варіювання $p_1 \in [1,0;1,05;1,1;1,15;1,2;1,25]$, $d_3 =$

Scoping Method

Contact Bodies Target Bodies Protected

Definition Type

Contact

Target

= 60 мм, d_1 = {59.9; 57.14; 54.55; 52.17; 50.00; 48.00} мм.

2) Відносний обернений дотичний модуль $p_2 = lg(E/E_K)$ (рис. 11); = {-1; 0; 1, 2}, значення $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $E_k = [158730; 20000; 2000; 200] \cdot 10^6$ Па, діапазон $p_2 = \{0, 1; 1; 2; 3\}.$

ontact arget ontact Bodies	4 Faces 2 Faces Multiple
arget ontact Bodies	2 Faces Multiple
ontact Bodies	Multiple
arget Bodies	Solid
rotected	No
Definition	
ype	Frictional
Friction Coefficient	0,1
	Friction Coefficient



Geometry Sele

4 Faces

2 Faces

Bonded

No

A



Рисунок 10 – Варіанти розрахункових схем у спряженні ГТВ із шліцьовою муфтою:

a – геометрична модель ТВ; *b* – симетрична частина моделі ТВ; *b* – сектор циклосиметричної моделі, що досліджується;
 c – геометрична модель муфти, до якої прикладається кінематичне навантаження (кут закрутки γ); *d* – геометрична модель ТВ в ANSYS; *e* – циклосиметрична гранична умова; *ж* – антисиметрична гранична умова; *з* – скінченно-елементна модель ТВ в ANSYS (близько 130 тис. DOF); *к* – кінематична гранична умова

$$\sigma_{T} = \frac{\varphi_{K}}{\varphi_{K}} = tg\varphi_{K}$$

Рисунок 11 – Умовна діаграма деформування матеріалу ТВ (до визначення варійованого параметру $p_2 = lg(E / E_K)$)

Варіанти розрахункових схем торсіона наведені у табл. 1.

Результати розрахунків напруженодеформованого стану торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів. Набір І. У табл. 2 наведені розподіли контактного тиску q у ТВ із різними варіантами розрахункових схем (**A**, **B**, **C**), а на рис. 12–14 – порівняльні діаграми із рівнями цих величин та еквівалентних напружень за Мізесом у ТВ.

Таблиця 1 – Варіанти розрахункових схем торсіона

n	p_1					
p_2	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25
0,1	*	*	*	*	*	*
1	+	+	*	+	+	*
2	*	+	*	+	+	*
3	+	+	+	+	+	+



Таблиця 2 – Розподіл контактного тиску, МПа, у головці торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i для різних варіантів граничних умов **A**, **B**, **C** ($p_1 = 0.15$, $p_2 = 1,0$) (див. рис. 9)







Як видно із наведених результатів, напружений стан у СТВ суттєво не залежить від варіанту граничних умов у ГТВ. Дійсно, за різних варіантів **A**, **B**, **C** рівень еквівалентних напружень за Мізесом у СТВ практично не залежить від способу прикладання кута закручування.



Рисунок 13 – Рівні мінімальних та максимальних значень контактного тиску, МПа, у момент прикладання експлуатаційних навантажень у різні моменти τ_i для різних варіантів граничних умов **A**, **B**, **C** (див. рис. 9)

Разом із тим кардинально відрізняються характери розподілу контактного тиску та їх рівні. Зокрема, для варіантів **A** і **B** характерним є наявність зон від'ємних значень контактного тиску. Ця нефізична картина спотворює напружено-деформований стан саме у головці торсіонного валу.



Рисунок 14 – Рівні еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у різні моменти τ_i для різних варіантів граничних умов **A**, **B**, **C** (див. рис. 9): *a* – у момент завершення навантаження кутами заневолювання; δ – у момент завершення операції заневолювання; δ – у момент прикладання експлуатаційних навантажень

На цьому тлі варіант C є не тільки більш фізично адекватним, але й призводить до суттєво нижчого рівня контактного тиску. Отже, задля забезпечення прийнятної точності чисельного моделювання більш прийнятним є саме варіант C.

У подальшому застосовувався саме варіант моделі C при дослідженні контактної взаємодії.

Набір II. Для усіх варіантів поєднань параметрів p_1 , p_2 здійснені дослідження напруженодеформованого стану торсіонного валу із урахуванням контактної взаємодії за схемою навантаження, наведеною на рис. 9. У табл. 3–13 та на рис. 15 наведені картини розподілів компонент НДС у ТВ та його частинах за різних τ_i та окремі характеристики залежно від τ_i , а на рис. 16–39 – інтегральні залежності характеристик НДС від варійованих параметрів.



Рисунок 15 – Залишковий кут закручування від технологічної операції заневолювання (у момент «часу» $\tau_3 = 2$ с) ($p_2 = 10$) для різних значень параметра p_1 (див. рис. 10): $a - p_1 = 1.1; \ \delta - p_1 = 1.25$



Таблиця 3 – Розподіли повних переміщень, мм, у торсіонному валі у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 0.10$) (див. рис. 10)

Закінчення табл. З



Таблиця 4 – Розподіли еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у торсіонному валі та у стеблі торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 0.10$) (див. рис. 10)



Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 1. 2022



Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 1. 2022

```
Закінчення табл. 4
```



Таблиця 5 – Розподіли дотичних напружень τ_{yz} , МПа, у торсіонному валі та у стеблі торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 0.10$) (див. рис. 10)



Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 1. 2022



```
Закінчення табл. 5
```



Таблиця 6 – Залишковий кут закручування від технологічної операції заневолювання (у момент «часу» $\tau_3 = 2$ с) для різних значень параметра p_1 ($p_2 = 0.10$)







Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 1. 2022



$ \tau_i, \\ c $	Значення	Картина розподілу контактного тиску, МПа	Значення	Картина розподілу контактного тиску, МПа
		<i>p</i> ₁ = 1.00		$p_1 = 1.05$
1	3917,5 3482,2 3047 2611,7 2176,4 1741,1 1305,8 870,56 435,28 0		3012,5 2677,8 2343 2008,3 1673,6 1338,9 1004,2 669,44 334,72 0	
2	50,766 45,125 39,484 28,203 22,563 16,922 11,281 5,6406 0		27,715 24,636 21,556 18,477 15,397 12,318 9,2384 6,1589 3,0795 0	
3	3577,6 3180,1 2782,6 2385 1987,5 1590 1192,5 795,02 397,51 0		2591,9 2304 2016 1728 1440 1152 863,98 575,99 287,99 0	
		$p_1 = 1.1$		$p_1 = 1.15$
1	2149,2 1910,4 1671,6 1432,8 1194 955,22 716,41 477,61 238,8 0		1629,7 1448,6 1267,5 1086,4 905,36 724,29 543,22 362,15 181,07 0	
2	13,561 12,054 9,0407 7,5339 6,0271 4,5203 3,0136 1,5068 0		6,2129 5,5226 4,8823 4,142 3,4516 2,7613 2,071 1,3807 0,68033 0	
3	1935,1 1720,1 1505,1 1290,1 1075,1 860,05 645,04 430,03 215,01 0		1468,2 1305,1 1141,9 978,81 815,68 652,54 489,41 326,27 163,14 0	
		$p_1 = 1.2$		$p_1 = 1.25$
1	1247,5 1108,9 970,29 831,68 693,07 554,45 415,54 277,23 138,61 0		976,13 867,67 759,21 650,75 542,29 433,83 325,38 216,92 108,46 0	
2	2,0959 1,863 1,6301 1,1644 0,93151 0,69863 0,46576 0,23288 0		0,48397 0,4302 0,37642 0,2265 0,26887 0,2151 0,16132 0,10755 0,053775 0	

Таблиця 8 – Розподіл контактного тиску, МПа, у головці торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 0.10$) (див. рис. 10)

Закінчення табл. 8

$egin{array}{c} au_i,\ extbf{c} \end{array}$	Значення	Картина розподілу контактного тиску, МПа	Значення	Картина розподілу контактного тиску, МПа
$p_1 = 1.20$				$p_1 = 1.25$
3	1129,2 1003,7 878,27 752,8 627,34 501,87 376,4 250,93 125,47 0		880,91 783,03 685,16 587,28 489,4 391,52 293,64 195,76 97,879 0	

Таблиця 9 – Розподіли повних переміщень, мм, у торсіонному валі у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 1,0$) (див. рис. 10)



Таблиця 10 – Розподіли еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у торсіонному валі та у стеблі торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 1,0$) (див. рис. 10)



```
Закінчення табл. 10
```



Таблиця 11 – Розподіли дотичних напружень τ_{yz} , МПа, у головці та у стеблі торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 10$) (див. рис. 10)



Таблиця 12 – Розподіл контактного тиску, МПа, у головці торсіонного валу у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 10$) (див. рис. 10)

τ.	Картина розподіл	у контактного тиску, МПа	Картина розподілу контактного тиску, МПа		
c	$p_1 = 1.1$		$p_1 = 1.25$		
1	441,2 332,18 332,18 294,14 196,09 197,07 49,023		227,81 202,5 177,19 151,87 154,56 101,25 50,625 50,625 25,312		

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. № 1. 2022

Закінчення табл. 12

$ au_i$,	Картина розподіл	у контактного тиску, МПа	Картина розподілу контактного тиску, МПа		
c		$p_1 = 1.1$	$p_1 = 1.25$		
2	1,0982 0,97619 0,85417 0,05417 0,72214 0,72214 0,7220 0,17202		0,60948 0,740176 0,4740176 0,4740176 0,203186 0,203186 0,06772 0		
3	262,95 204,51 175,3 116,86 116,86 87,648 58,432 58,432		147,77 131,35 114,93 98,515 68,677 49,257 32,838 16,419		

Таблиця 13 – Розподіли пластичних деформацій у різні моменти «часу» τ_i ($p_2 = 1,0$) (див. рис. 10)









Наведені залежності демонструють відгук системи «торсіонний вал - спряжені деталі» на дію комплексу технологічних (заневолювання) та експлуатаційних (дія кутів закручування у ході руху на місцевості) навантажень на НДС стебла та головки торсіонних валів і галтельних переходів (див. рис. 16-38).

Аналіз результатів та висновки. Аналіз отри-





маних результатів дослідження напруженодеформованого стану торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів дають основу для таких тверджень:

1. Контактна взаємодія та НДС торсіонного валу мають сильний взаємний вплив одне на одного.

2. За малих значень параметру p_1 дуже важливою є зона шліцьових впадин.

3. За певних $p_1 \ge p_1^* > 1$ – основні проблеми виникають у стеблах торсіонних валів, а при $p_1 \le p_1^*$ –

у головках торсіонних валів та галтельних переходів.

4. Параметр p_2 сильно впливає на кути заневолювання.



Рисунок 18 – Залежність рівня повних переміщень, мм, у торсіоні у момент «часу» $\tau_3 = 2$ с (залишковий кут)



Рисунок 19 – Залежність рівня повних переміщень, мм, у СТВ у момент «часу» $\tau_3 = 2$ с (залишковий кут)







мм, у СТВ у момент «часу» τ₄ = 3 с (кут закрутки 45°)



■ 1 000-3 000 ■ 3 000-5 000 ■ 5 000-7 000 ■ 7 000-9 000





Рисунок 23 – Рівень еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у СТВ у момент «часу» $\tau_2 = 1 c$ (кут закрутки 50°)



Рисунок 24 – Рівень еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_3 = 2 c (залишковий кут)$





5. Довговічність торсіонного валу, яка залежить від контактного тиску, напружень та деформацій,

слід розраховувати із урахуванням пп. 1-4.





Рисунок 26 – Рівень еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_4 = 3 c$ (кут закрутки 45°)



Рисунок 27 – Рівень еквівалентних напружень за Мізесом, МПа, у СТВ у момент «часу» $\tau_4 = 3 c$ (кут закрутки 45°)



Рисунок 28 – Рівень відносних дотичних напружень, МПа, у торсіоні у момент «часу» τ_2 = 1 с







Як свідчать результати досліджень, для напружено-деформованого стану ТВ систем підресорювання транспортних засобів характерні такі особливості:

створюваний НДС у стеблі є практично рівномірно розподіленим за довжиною, проте має суттєву нерівномірність уздовж головки торсіонного валу, у якій максимальні напруження локалізуються ближче до галтельного переходу, причому більшою мірою – у шліцьових впадинах;



Рисунок 30 – Рівень відносних дотичних напружень, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_3 = 2 c$ (залишковий кут)



Рисунок 31 – Рівень відносних дотичних напружень, МПа, у СТВ у момент «часу» $\tau_3 = 2 c$ (залишковий кут)



Рисунок 32 – Рівень відносних дотичних напружень, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_4 = 3$ с (кут закрутки 45°)

 зі зростанням відносного діаметра головки торсіонних валів рівень максимальних еквівалентних напружень за Мізесом спочатку інтенсивно, а надалі – слабко спадає, і – навпаки;

3) якщо порівняти результати розрахунку за моделлю спільного деформування спряження «муфта – головка торсіонного валу», з одного боку, та більш адекватною моделлю контакту із можливим відривом – з іншого, то виявиться принципова відмінність як у характері розподілу компонент напружено-деформованого стану, так і в їх рівні: у першому випадку – більш рівномірний їх розподіл та менші напруження, і – навпаки.







Рисунок 34 – Рівень відносного контактного тиску, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_2 = 1$ с (кут закрутки 50°)



Рисунок 35 – Рівень відносного контактного тиску, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_3 = 2 c$ (залишковий кут)



Рисунок 36 – Рівень відносного контактного тиску, МПа, у торсіоні у момент «часу» $\tau_4 = 3$ с (кут закрутки 45°)

Відповідно, здійснені дослідження та аналіз отриманих результатів є основою для таких висновків:

1) міцність та довговічність торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів за діаметру ГТВ, що несуттєво перевищує діаметр його стебла, визначається не стебловою, а шліцьовою частиною:

2) суттєва нерівномірність розподілу контакт-

них сил у шліцьовому спряженні спричиняє такою ж мірою і нерівномірність напружень за Мізесом;



Рисунок 37 – Залежність рівня пластичних деформацій у торсіоні у момент «часу» $\tau_3 = 2 c$ (залишковий кут)



■ 0,0E+00-5,0E-03 ■ 5,0E-03-1,0E-02 ■ 1,0E-02-1,5E-02

Рисунок 38 – Залежність рівня пластичних деформацій у СТВ у момент «часу» $\tau_3 = 2$ с (залишковий кут)



Рисунок 39 - Залежність рівня залишкового кута у торсіоні у момент «часу» $\tau_3 = 2$ с

3) орієнтація на традиційні методики, які не враховують реальні умови контактної взаємодії тіл за пружно-пластичного характеру деформування їх матеріалів, може призводити до грубих похибок при визначенні міцності та довговічності торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів.

У подальшому планується удосконалити моделі та методи досліджень і застосувати їх при аналізі напружено-деформованого стану систем підресорювання транспортних засобів.

Список літератури

- Покровский А. М., Дубин Д. А., Вдовин Д. С. Математическая 1. модель распространения усталостной трещины в торсионном вале системы подрессоривания быстроходной гусеничной машины. Вестник машиностроения. 2019. №. 4. С. 27-2.
- 2. Когаев В.П., Махутов Н. А., Гусенков А. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. Москва: Машиностроение, 1985. 224 с.
- 3. Панасюк В. В., Андрейкин А. Е., Ковчик С. Е. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов. Киев: Наукова думка, 1977. 280 с.

- 4. Буров С.С. Конструкция и расчет танков. Москва: ВАБТВ, 1973.
- Бабашко Л. С., Захарова Е. Е., Кудрявцева Н. С., Сысоева В. С., Чумак Г.А., Шарипова И. Х. Результаты контрольных испытаний торсионов серийных танков. Вестник бронетанковой техники. 1985. № 3.
- Močilnik V., N. Gubeljak, J. Predan Model for fatigue life time prediction of torsion bars subjected to plastic presetting. *Tehnicki Vjesnik*. 2011.18(4): 537-546.
- Močilnik V., N. Gubeljak, J. Predan Surface residual stresses induced by Torsional Plastic Pre-setting of Solid Spring Bar. *International Journal of Mechanical Sciences*. 92 (2015). P. 269-278.
- Sun Wei-Qun, He Feng-ming. Design and manufacture of vehicle torsion bar spring. *Automobile Science and Technolgy*. 2002, 2(2):23-27.
- Zhou G., X. Li, Y. Shi, Y. Zhu, B. Xu Numerical simulation of the working process and life prediction of a tank torsion shaft. *Journal of Mechanical Strength*. 2006, 28(4): pp. 578–581.
- Горелов В. А. и др. Методика прогнозирования ресурса торсионных валов систем подрессоривания транспортных машин. *Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева.* 2019. №. 4 (127). С. 125–137.
- Родин А.С. Решение задачи контакта двух упругих тел методом Шварца при использовании сеток с существенно отличающимися шагами. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 120. 28 с.
- Дубин Д. А. Экспериментальное исследование живучести торсионных валов ходовой части гусеничной машины. Будущее машиностроения России. 2018. С. 595–599.
- Вансович К. А., Аистов И. П., Зеньков Е. В. Применение упругопластической модели роста усталостных трещин для расчета остаточного ресурса ступенчатых валов. Проблемы машиноведения. 2019. С. 62–69.
- 14. Vansovich K. A., Aistov I. P., Zenkov E. V. Application of the elastoplastic model of fatigue cracks growth for calculation of the residual resource of steps shafts. *Journal of Physics: Conference Series.* IOP Publishing, 2019. T. 1260. № 11. C. 112035.
- Vilas M. A. M., Galhe D. S., Mishra H. Modal analysis and investigation of torsion bar strength based on layer orientation angle using composite material. *International Journal for Research in Applied Science Engineering Technology (IJRASET)*. 2018, vol. 6, iss. VII, July 2018, 16 p.
- Furch J., Nguyen Q. H. Lifetime test of tracked vehicle torsion bars using Monte Carlo method. *Emerging Science Journal*. 2020, vol. 4, iss. 5, pp. 376–389.
- Агасьянц Г. А. и др. Разработка технологии высокотемпературной термомеханической обработки с деформацией кручением торсионных валов. *Металлобработка*. 2017. № 3 (99). С. 28–43.
- Белозеров В.В., Махатилова А.И., Субботина В.В. Циклическая прочность деталей с зонами перекрытия, сформированными при обкатывании роликами. Проблемы прочностии. 2006. №. 3. С. 144–148.
- Белозеров В.В., Легейда С.Н., Махатилова А.И. и др. Краевой эффект при упрочнении деталей обкатыванием роликами. Вестник машиностроения. 1993. № 4. С. 46–48.
- Покровский А.М., Дубин Д.А. Анализ трещиностойкости торсионных валов гусеничной машины при эксплуатационных нагрузках. М.: Известия вузов. Машиностроение. 2018. № 1(694). С. 37–44.
- Сысоева В. С., Чумак Г. А. Остаточные напряжения при деформационном упрочнении высокопрочных сталей. Проблемы прочности, 1973, № 5. 1973. № 5. С. 79–84.
- 22. Блурцян Р.Ш., Залазинский М.Г., Селихов Г.Ф., Блурцян И.Р. Исследование остаточных напряжений поверхностных слоев торсионных валов. Новые материалы и технологии в машиностроении. Сборник научных трудов по итогам международной научно-технической конференции. Брянск: БГИТА, 2006. С. 3–5.
- Блурцян Р.Ш., Блурцян Д.Р., Блурцян И.Р. Исследования закономерностей формирования технологических остаточных напряжений в поверхностных слоях торсионных валов, упрочненных дробью. Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1 (часть 2).
- 24. Журавлев М.М. Разработка и исследование упрочняющей стабилизирующей технологии обработки маложестких деталей типа торсионных валов. Специальность 05.02.07 -Технология и оборудование механической и физикотехнической обработки. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, Саратов,

2014, 16 c.

- 25. Хомичев А.С. Расчет и конструирование системы подрессоривания гусеничной машины: Методические указания к выполнению практических занятий по дисциплине "Проєктирование транспортных средств специального назначения" для студентов специальности 23.05.02, направление подготовки "Транспортные средства специального назначения": Курган, 2021. 28 с.
- 26. Грабовський А.В., Ткачук М.М., Заворотній А.В., Куценко С.В., Саверська М.С., Клочков І.Є, Ткачук М.А., Зінченко О.І., Деревянкін Р.П. Контактна взаємодія торсіонного вала із шліцевою втулкою при пружно-пластичних деформаціях. Машинознавство та САПР. 2021. № 1. С. 34-46.
- Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. Москва: Мир, 1987. 542 с.
- Martynyak R. M., Prokopyshyn I. A., Prokopyshyn I. I. Contact of elastic bodies with nonlinear Winkler surface layers. *Journal* of Mathematical Sciences, 2015/3, vol. 205, iss. 4, pp. 535–53.
- 29. Kinderlehrer D., Stampacchia G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications. *Classics in Applied Mathematics (Том 31)*. SIAM, 2000. 333 р.

References (transliterated)

- Pokrovskiy A.M., Dubin D.A., Vdovin D.S. Matematicheskaya model' rasprostraneniya ustalostnoj treschiny v torsionnom vale systemy podressorivaniya bystrohodnoj gusenichnoj mashiny. *Vestnik mashinostroeniya*. 2019, no. 4, pp. 27–32.
- Kogayev V.V., Mahutov N.A., Gusenkov A.P. Raschety detalej mashin i konstruktsij na prochnost' i dolgovechnost': Spravochnik. Moscow: Mashinostroeniye, 1985. 224 p.
- Panas'uk V.V., Andrejkin A.E., Kovchik S.E. Metody otsenki treschinostojkosti konstruktsionnyh material. Kiev: Naukova dumka, 1977. 280 p.
- 4. Burov S.S. Konstruktsiya i raschet tankov. Moscow: VABTV, 1973.
- Babashko L.S., Zaharova E.E., Kudryavtseva N.S., Sysoeva V.S., Chumak G.A., Sharipova I. H. Resul'taty kontrol'nyh ispytanij torsionov serijnyh tankov. *Vestnik bronetankovoj tehniki*. 1985, no. 3.
- Močilnik V., N. Gubeljak, J. Predan Model for fatigue life time prediction of torsion bars subjected to plastic presetting. *Tehnicki Vjesnik*. 2011.18(4): 537v546.
- Močilnik V., N. Gubeljak, J. Predan Surface residual stresses induced by Torsional Plastic Pre-setting of Solid Spring Bar. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015, no. 92, pp. 269–278.
- Sun Wei-Qun, He Feng-ming. Design and manufacture of vehicle torsion bar spring. *Automobile Science and Technolgy*. 2002, 2(2):23–27.
- Zhou G., X. Li, Y. Shi, Y. Zhu, B. Xu Numerical simulation of the working process and life prediction of a tank torsion shaft. *Journal of Mechanical Strength*. 2006, 28(4): pp. 578–581.
- Gorelov V.A. I dr. Metodika prognozirovaniya resursa torsionnyh valov system podressorivaniya transportnyh mashin. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva.* 2019, no. 4 (127), pp. 125–137.
- 11. Rodin A.S. Reshenie zadachi kontakta dvuh uprugih tel metodom Shvartsa pri ispol'zovanii setok s suschestvenno otlichajuschimisya shagami. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha.* 2017, no. 120, 28 p.
- Dubin D.A. Eksperimental'noje issledovanije zhivuchesti torsionnyh valov hodovoj chasti gusenichnoj mashiny. *Buduschee mashinostroenija Rossii*. 2018, pp. 595–599.
- Vansovich K.A., Aistov I.P., Zén'kov E.V. Primenenije uprugoplasticheskoj modeli rosta ustalostnyh treschin dlya rascheta ostatochnogo resursa stupenchatyh valov. *Problemy masinovedenija*. 2019, pp. 62–69.
- Vansovich K. A., Aistov I. P., Zenkov E. V. Application of the elastoplastic model of fatigue cracks growth for calculation of the residual resource of steps shafts. *Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing*, 2019, vol. 1260, no. 11, pp. 112035.
- Vilas M. A. M., Galhe D. S., Mishra H. Modal analysis and investigation of torsion bar strength based on layer orientation angle using composite material. *International Journal for Research in Applied Science Engineering Technology (IJRASET)*. 2018, vol. 6, iss. VII, July 2018, 16 p. DOI: 10.22214/ijraset. 2018.7002.
- 16. Furch J., Nguyen Q. H. Lifetime test of tracked vehicle torsion bars using Monte Carlo method. *Emerging Science Journal*.

2020, vol. 4, no. 5, pp. 376-389.

- Agas'jants G.A. I dr. Razrabotka tehnologii vysokotemperaturnoj termomehanicheskoj obrabotki s deformatsiej krucheniem torsionnyh valov. *Metalloobrabotka*. 2017, no. 3 (99), pp. 28–43.
- Belozerov V.V., Mahatilova A.I., Subbotina V.V. Tsiklicheskaja prochnosť detalej s zonami perekrytiya, sformirovannymi pri obkatyvanii rolikami. *Problemy prochnosti*. 2006, no. 3, pp. 144– 148.
- Belozerov V.V., Legejda S.N., Mahatilova A.I. i dr. Krajevoj effect pri uprochnenii detalej obkatyvaniem rolikami. *Vestnik* mashinostroeniya. 1993, no. 4, pp. 46–48.
- Pokrovskij A.M., Dubin D.A. Analiz treschinostojkosti torsionnyh valov gusenichnoj mashiny pri ekspluatatsionnyh nagruzkah. Moscow: Izvestiya vuzov. Mashinostroeniya, 2018, no. 1(694), pp. 37–44.
- Sysoeva V.S., Chumak G.A. Ostatochnije napryazheniya pri deformatsionnom uprochnenii vysokoprochnyh stalej. *Problemy* prochnosti, 1973, no. 5.
- Blurts'yan R. Sh., Zalazinskij M.G., Selihov G.F., Blurts'yan I.R. Issledovanije ostatochnyh napryazhenij poverhnostnyh sloev torsionnyh valov. Bryansk: BGITA, 2006, pp. 3 –5.
- Blurts'yan R. Sh., Blurts'yan D.R., Blurts'yan I.R. Issledovaniya zakonomernostej formirovaniya tehnologicheskih ostatochnyh napryazhenij v poverhnostnyh sloyah torsionnyh valov, uprochnennyh drob'ju. *Sovremennije problemy nauki i obra*zovaniya. 2015. no. 1 (chast' 2).

- 24. Guravlev M.M. Razrabotka i issledovanie uprochnyajuschej stabilizirujuschej tehnologii obrabotki malozhestkih detalej tipa torsionnyh valov. Avtoreferat dissertatsii na soiskanije uchenoj stepeni kandidata tehnicheskih nauk, Saratov, 2014, 16 p.
- 25. Homichev A.S. Raschet I konstruirovanije systemy podressorivaniya gusenichnoj mashiny: Metodicheskije ukazaniya k vypolneniju prakticheskih zanyatij po distsipline «Proektirovanie transportnyh sredstv spetsial'nogo naznacheniya» dlya studentov spetsial'nosti 23.05.02, napravlenie podgotovki «Transportnie sredstva spetsial'nogo naznacheniya»: Kurgan, 2021. 28 s.
- 26. Grabovskij A.V., Tkachuk M.M., Zavorotnij A.V., Kutsenko S.V., Savers'ka M.S., Klochkov I.E., Tkachuk M.A., Zinchenko O.I., Derevyankin R.P. Kontaktna vzajemodiya torsionnogo vala iz shlitsevoju vtulkoju pry pruzhnoplastychnyh deformatsiyah. *Mashinoznavstvo ta SAPR*. 2021, no. 1, pp. 34–46.
- Vasidzu K. Variacionnye metody v teorii uprugosti i plastichnosti. Moskva: Mir, 1987. 542 p.
- Kinderlehrer D., Stampacchia G. An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications. *Classics in Applied Mathematics (Tom 31)*. SIAM, 2000. 333 p.
- Martynyak R. M., Prokopyshyn I. A., Prokopyshyn I. I. Contact of elastic bodies with nonlinear Winkler surface layers. *Journal* of Mathematical Sciences, 2015/3, vol. 205, iss. 4, pp. 535–53.

Надійшла (received) 15.12.2021

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola M.) – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4753-4267; e mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6116-0572; e-mail: andrej8383(@gmail.com.

Заворотній Антон Валерійович (Заворотний Антон Валерьевич, Zavorotnii Anton) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна.

Куценко Сергій Володимирович (Куценко Сергей Владимирович, Kutsenko Serhü) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна, e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org.

Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9271-9586; e-mail: m.saverska@tmm-sapr.org.

Клочков Ілля Євгенович (Клочков Илья Евгеньевич, Klochkov Illia) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-01; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4923-2833; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

Зінченко Олена Іванівна (Зинченко Елена Ивановна, Zinchenko Olena) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2961-5861; e-mail: zinchenko.zinchenko@gmail.com.

Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Ткасник Мукоla А.) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4174-8213; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Назаренко Сергій Олександрович (Назаренко Сергей Александрович, Nazarenko Sergiy) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8213-6590; e-mail: nazarenkoserzh7@gmail.com.

Пінчук Наталія Володимирівна (Пинчук Наталия Владимировна, Pinchuk Nataliya) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, науковий співробітник кафедри «Матеріалознавство», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0954-2266; тел.: (057) 707-64-35; e-mail: spiritnata@gmail.com.

Марусенко Світлана Іванівна (Марусенко Светлана Ивановна, Marusenko Svitlana) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут, науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1340-5491; e-mail: svivmar@ukr.net.