

*М. М. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСЬКА, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, С. В. КУЦЕНКО*

### **ОБГРУНТУВАННЯ ПРОЕКТНИХ РІШЕНЬ ЕЛЕМЕНТІВ ОБ'ЄКТІВ ВІЙСЬКОВОГО ПРИЗНАЧЕННЯ В УМОВАХ КОНТАКТУ І ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ**

Для підвищення тактико-технічних і технічних характеристик об'єктів військової техніки необхідно застосовувати нові технічні рішення. У багатьох випадках це передбачає роботу в умовах контактної взаємодії та пружно-пластичного деформування матеріалів. Задля ефективного використання дорогих матеріалів та досягнення високих тактико-технічних і технічних характеристик об'єктів військової техніки необхідно розробляти нові, більш досконалі моделі та методи досліджень. Вони мають враховувати фізичну та структурну нелінійності. Зокрема, важливо визначати властивості нових матеріалів у об'ємі та на поверхні на мікροструктурному рівні. На цій основі можлива фізично адекватна та математично коректна постановка задач аналізу напружено-деформованого стану. Параметричне моделювання дає можливість обгрунтувати цілеспрямований пошук більш досконалих технічних рішень об'єктів військової техніки. На розвиток традиційних локальних постановок у роботі розроблені нові варіаційні формулювання. Вони враховують структурні та фізичні нелінійності, а також оперують із параметричними моделями. Відповідно, на цій основі здійснюються дослідження напружено-деформованого стану елементів об'єктів військової техніки із обгрунтування їх удосконалених технічних рішень.

**Ключові слова:** контактна взаємодія; напружено-деформований стан; проміжний шар; контактний тиск; область контакту; пластична деформація

*Н. Н. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСКАЯ, А. В. ГРАБОВСКИЙ, С. В. КУЦЕНКО*

### **ОБОСНОВАНИЕ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕКТОВ ВОЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ КОНТАКТА И ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

Для повышения тактико-технических и технических характеристик объектов военной техники необходимо применять новые технические решения. Во многих случаях это предполагает работу в условиях контактного взаимодействия и упруго-пластического деформирования материалов. Для эффективного использования дорогих материалов и достижения высоких тактико-технических и технических характеристик объектов военной техники необходимо разрабатывать новые, более совершенные модели и методы исследований. Они должны учитывать физическую и структурную нелинейности. В частности, важно определять свойства новых материалов в объеме и на поверхности на микроструктурном уровне. На этой основе возможна физически адекватная и математически корректная постановка задач анализа напряженно-деформированного состояния. Параметрическое моделирование дает возможность обосновать целенаправленный поиск более совершенных технических решений объектов военной техники. На развитие традиционных локальных постановок в работе разработаны новые вариационные формулировки. Они учитывают структурные и физические нелинейности, а также оперируют с параметрическими моделями. Соответственно, на этой основе осуществляются исследования напряженно-деформированного состояния элементов объектов военной техники с обоснования их усовершенствованных технических решений.

**Ключевые слова:** контактное взаимодействие; напряженно-деформированное состояние; промежуточный слой; контактное давление; область контакта; пластическая деформация

*М. М. ТКАЧУК, М. САВЕРСКА, А. ГРАБОВСКИЙ, С. КУЦЕНКО*

### **SUBSTANTIATION OF DESIGN DECISIONS OF ELEMENTS OF MILITARY OBJECTS IN CONDITIONS OF CONTACT AND PLASTIC DEFORMATION**

New design solutions, technologies and materials are required to improve tactical and technical characteristics of military equipment. Often this implies operation in such conditions as contact interaction and elasto-plastic deformations of materials. New models and research methods are developed for better utilization of modern materials and improved performance of military equipment. They account directly for complex physical and structural nonlinearities. The properties of conventional and novel materials are determined both in bulk and on surfaces at microstructural level. This will enable physically adequate and mathematically correct analysis of stress-strain state. The new advanced design solutions will emerge through the objective-driven search by means of parametric modeling. The project will extend traditional local problem statements with newly developed variational principles that account for structural and physical nonlinearity and are suitable for parameterization. This will create the basis for fundamental analysis of torsion bar suspensions, hydrovolumetric and gear drives and other crucial components of combat vehicles, engineering solutions for domestic manufacturers of military equipment that will bring their tactical and technical characteristics to highest modern standards.

**Keywords:** contact interaction; stress-strain state; intermediate layer; contact pressure; contact area; plastic deformation

**Вступ.** Протириччя, що склалися у механіці між існуючими підходами і результатами моделювання, з одного боку, та реальною поведінкою елементів об'єктів військової техніки (ОВТ), – з іншого, зумовлюють актуальну проблему розробки теоретичних засад, які дають змогу переходити до аналізу та синтезу технічних рішень цих елементів об'єктів військового призначення в умовах контакту і пластичного деформування. Із практичної точки зору становить інтерес не тільки прогнозування, а й управління властивостями ОВТ, що на сьогодні не існують, але створюються, та від яких вимагаються певні службові властивості. Отже, створюється база теорії фізично-структурної нелінійної механіки контактної взаємодії та системи нових знань у предметній області досліджень та синтезу елементів озброєння та військової техніки.

Актуальність проблеми визначається множиною об'єктивних обставин. По-перше, це інтенсивні навантаження на елементи об'єктів військової техніки та подальший тренд на їх зростання. Це призводить до низки проблем, зокрема, для елементів підвіски бойових броньованих машин, гідро- та зубчастих передач для перспективних танкових трансмісій, погонів танкових башт та бойових модулів бронемашин, стволів танкових гармат, поршнів та інших елементів двигунів бойових машин тощо. Як демонструє практика бойових дій у східних областях України, саме ці елементи обмежують бойові можливості озброєння та військової техніки вітчизняних Збройних сил України (ЗСУ). По-друге, це

© М. М. Ткачук, М. С. Саверська,  
А. В. Грабовський, С. В. Куценко, 2021

складність моделювання процесів і станів, які реалізуються в елементах об'єктів військової техніки в умовах експлуатації та бойового застосування. Зокрема, це контактна взаємодія та пружно-пластичне деформування, які призводять до нелінійних ефектів. Ще більш ускладнюється ситуація із урахуванням сумісної дії та взаємовпливу цих чинників. По-третє, це варіативність складу, структури, властивостей матеріалів, а також критеріїв та обмежень за міцністю, довговічністю та навантажувальною здатністю елементів об'єктів військової техніки.

Натепер відсутні методи побудови таких моделей, що стримує цілеспрямований пошук технічних рішень, які забезпечують підвищення службових характеристик об'єктів військової техніки. Це стало напрямком досліджень, описаних у роботі.

**Аналіз моделей та методів аналізу контактної взаємодії елементів конструкцій.** Для дослідження напружено-деформованого стану (НДС) елементів конструкцій розвинена низка моделей та методів, які ураховують різні важливі чинники [1–10]. Зокрема, це пошкоджувальність при складному навантаженні [1], контактна взаємодія [2, 4], механіка руйнування [3] тощо. Для розв'язання задач аналізу НДС широко застосовуються методи теорії варіаційних нерівностей [4, 5], варіаційний принцип Калькера та метод граничних елементів [6], мікроструктурні моделі [7–9], метод скінченних елементів [10]. Усі ці розробки мають значну цінність та широку застосовність, у тому числі – для нелінійних задач. При цьому враховуються і контактна взаємодія [2,4–8], і пластичне деформування та пошкоджувальність [1–3, 10], і мікроструктурні ефекти [7–9]. Це створило можливості для аналізу складних полів переміщень, деформацій та напружень та прогнозування довговічності, міцності та навантажувальної здатності елементів конструкцій.

Разом із тим для об'єктів військової техніки характерні деякі принципові відмінності. Їхні елементи зазнають значно інтенсивніших навантажень, ніж елементи машин цивільного призначення. Крім того, при їх експлуатації діє, як правило, не один, а сукупно декілька чинників, які спричиняють кожен окремо нелінійні ефекти. Вони впливають один на одного, тому розглядати їх незалежно неможливо. Також важливо, що у багатьох випадках вичерпуються резерви міцнісних та деформативних властивостей матеріалів, із яких виготовлені ці елементи. Отже, пряме та безпосереднє застосування створених раніше моделей та відповідних методів [1–10] не дає можливості адекватно і точно визначити довговічність, міцність та навантажувальну здатність елементів об'єктів військової техніки, що працюють у складних умовах навантаження при дії декількох чинників, які спричиняють нелінійності різного типу. Ще більш вагомою проблемою є відсутність універсальних механізмів варіювання об'єктів досліджень. Це стоїть на заваді варіюванню технічних рішень (склад, структура, параметри, властивості матеріалів тощо) задля цілеспрямованого пошуку варіантів, які забезпечують підвищені тактико-технічні і технічні характеристики (ТТіТХ) об'єктів військової техніки.

Отже, незважаючи на значні можливості існуючих

розробок [1–10], для елементів об'єктів військової техніки вкрай важливо розробити моделі та методи досліджень, які поєднують:

1) мікроструктурно обґрунтовані властивості матеріалів;

2) чинники, які зумовлюють різні типи нелінійностей;

3) узагальнений параметричний опис моделей елементів досліджуваних конструкцій.

Така комплексна розробка та дослідження повною мірою натепер відсутні. Це не дає можливості розв'язувати актуальні та важливі задачі, які постають і для елементів об'єктів військової техніки, і для конструкцій цивільного призначення.

*Мета роботи* – створення засобів забезпечення підвищення до світового рівня службових властивостей елементів об'єктів військової техніки шляхом розроблення теоретичних засад і дослідження їх контактної взаємодії та пружно-пластичного деформування на основі варіаційних постановок, мікроструктурних моделей та параметричного моделювання, а також розроблення рекомендацій із обґрунтування удосконалених технічних рішень.

У статті описані розробки та результати досліджень на прикладі елементів гідрооб'ємної передачі ГОП-900 для оснащення танкових трансмісій, описаних у роботах [11, 12].

**Базові підходи до вирішення поставленої проблеми.** Основною новизною підходу, що пропонується, є його інтеграційний характер. Це зумовлюється низкою аспектів:

1) у єдиній моделі враховуються різні типи нелінійностей, які знаходяться, на відміну від традиційних, у взаємодії та взаємовпливі;

2) у моделі властивостей матеріалів ураховується зв'язок їх мікроструктури та макровластивостей, що дає, на відміну від традиційних феноменологічних або спрощених мікроструктурних, більш високий рівень адекватності та обґрунтованості;

3) у загальній параметричній моделі досліджуваного елемента об'єктів військової техніки забезпечується опис їх структур, складу та властивостей, що, на відміну від існуючих моделей, уможливило цілеспрямоване та безконфліктне варіювання об'єкту досліджень задля підвищення тактико-технічних і технічних характеристик ОВТ.

Перелічені компоненти новизни дають можливість здійснювати дослідження міцності елементів ОВТ та розробляти рекомендації із обґрунтування їх прогресивних технічних рішень.

Отже, у теоретичному плані формується новий підхід та моделі нелінійних процесів і станів у елементах об'єктів військової техніки.

У практичному плані новизною підходу є націленість на цілеспрямований пошук більш досконалих технічних рішень їх елементів.

Поєднання перелічених компонентів об'єктивно характеризує запропонований підхід як такий, що є новим і в теоретичному, і у практичному аспектах.

**Моделі та методи досліджень.** Задля досягнення

поставленої мети побудовано удосконалену теорію контактної взаємодії елементів об'єктів військової техніки із урахуванням залежності властивостей матеріалів від історії навантаження на основі розвитку теорії варіаційних нерівностей і варіаційного принципу Калькера. Для цього розроблено удосконалену модель контактної взаємодії, яка об'єднує, на відміну від традиційних спрощених підходів, різні типи нелінійностей, що поєднуються та взаємовпливають. Вона більш адекватно описує нелінійну поведінку матеріалів. Додаткові параметри напружено-деформованого стану, які долучені до множини внутрішніх змінних, описують залежність властивостей від поточного стану та історії навантаження, чим у традиційних підходах нехтують. Ці параметри уможливають удосконалення концепції формування розв'язувальних співвідношень для аналізу напружено-деформованого стану елементів ОВТ. На цій основі установлені закономірності зміни розподілу контактного тиску і НДС елементів об'єктів військової техніки залежно від геометричної форми та властивостей матеріалів. Аналіз та узагальнення

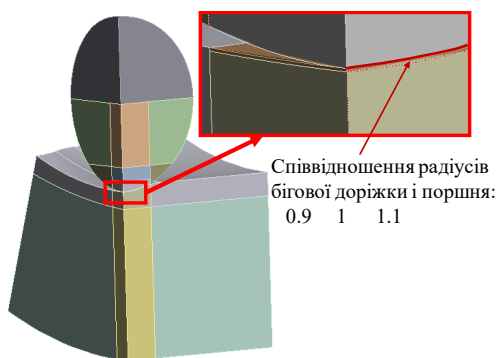


Рисунок 1 – Геометрична модель конструкції «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900

Розглядаються пружна та пружно-пластична постановки задачі. Зокрема, між контактуючими тілами розміщено проміжний шар. Випадок пружного деформування його матеріалу умовно нумерується як I. випадок пружно-пластичного його деформування має умовний номер II. Зокрема, розглядається «білінійний» матеріал шару із модулем пружності  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па, межею текучості  $\sigma_T = 500$  МПа та дотичним модулем пружності  $E_\phi = 2 \cdot 10^9$  МПа. На рис. 3–8 наведені розподіли контактного тиску та еквівалентних напружень за Мізесом для варіанту I, а на рис. 9–14 – розподіли контактного тиску та еквівалентних

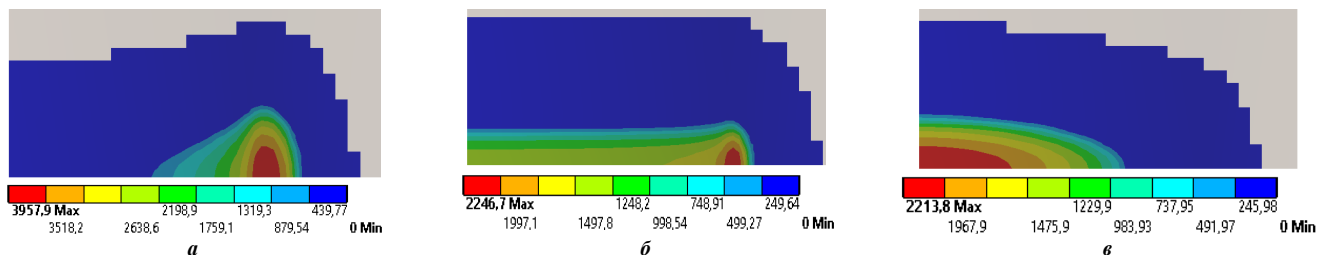


Рисунок 3 – Розподіл контактного тиску у контакті «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант I, притискна сила  $P = 50$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня: а – 0,9; б – 1,0; в – 1,1

отриманих результатів досліджень є основою для напрацювання науково обґрунтованих рекомендацій щодо проектно-технологічних рішень для елементів машин військового, а також цивільного призначення, що забезпечують їхню міцність і, як наслідок, – підвищені тактико-технічні і технічні характеристики цих виробів.

Таким чином, створені теоретичні основи дослідження напружено-деформованого стану, забезпечення конструкційної міцності та синтезу властивостей матеріалів та форми поверхонь контактуючих елементів об'єктів військової техніки із урахуванням залежності властивостей матеріалів від історії навантаження, за критеріями міцності.

**Результати розв'язання тестових задач.** На прикладі елементів гідрооб'ємної передачі ГОП-900 для оснащення перспективних танкових трансмісій [11] здійснено дослідження контактної взаємодії її кулькового поршня із торовидною біговою доріжкою. На рис. 1 наведено розрахункову схему об'єкту, що досліджується. На рис. 2 – умови навантаження (притискна сила  $P = 50, 100, 200$  кН) та умови симетрії.

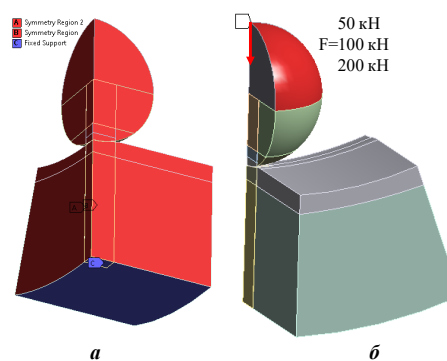


Рисунок 2 – Крайові умови (симетрія, закріплення) (а) та навантаження (притискна сила  $P = 50, 100, 200$  кН) (б)

напружень за Мізесом для варіанту II.

Як видно із наведених результатів, спостерігаються значні відмінності між отриманими результатами для варіантів I і II. Особливо суттєві відмінності спостерігаються за значних рівнів притискної сили, оскільки при цьому досягаються відчутні пластичні деформації. Це свідчить про необхідність здійснення досліджень напружено-деформованого стану із урахуванням контактної взаємодії елементів подібних конструкцій на основі запропонованих структурно-фізично нелінійних постановок.

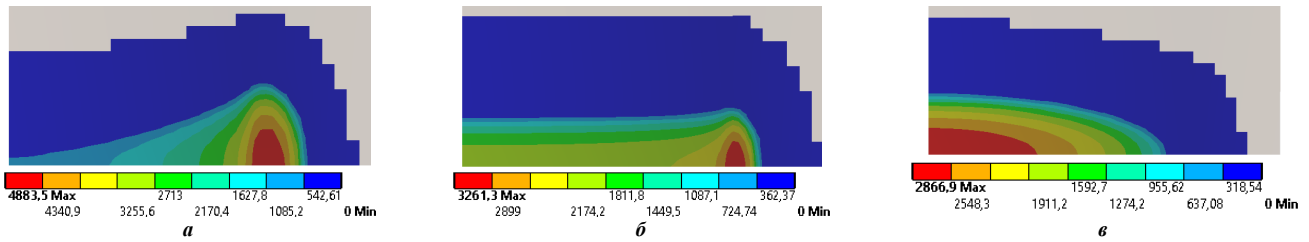


Рисунок 4 – Розподіл контактної тиску у контакті «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант I, притисна сила  $P = 100$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

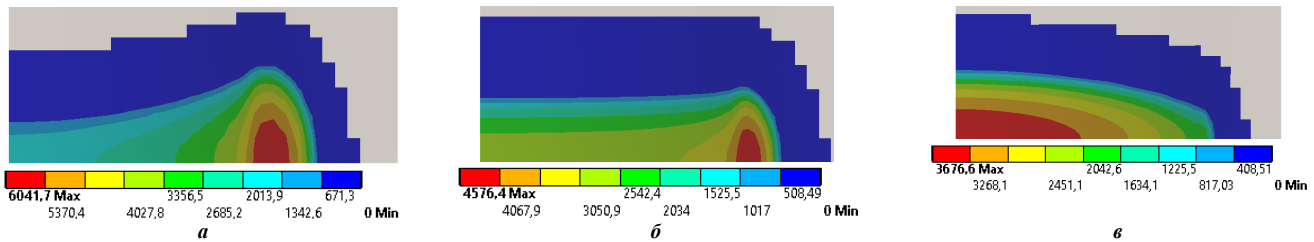


Рисунок 5 – Розподіл контактної тиску у контакті «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант I, притисна сила  $P = 200$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

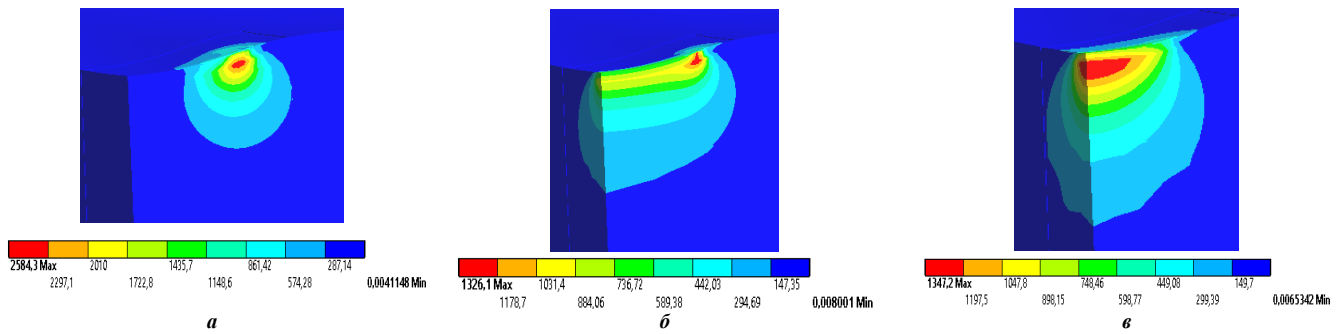


Рисунок 6 – Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у системі тіл «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант I, притисна сила  $P = 50$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

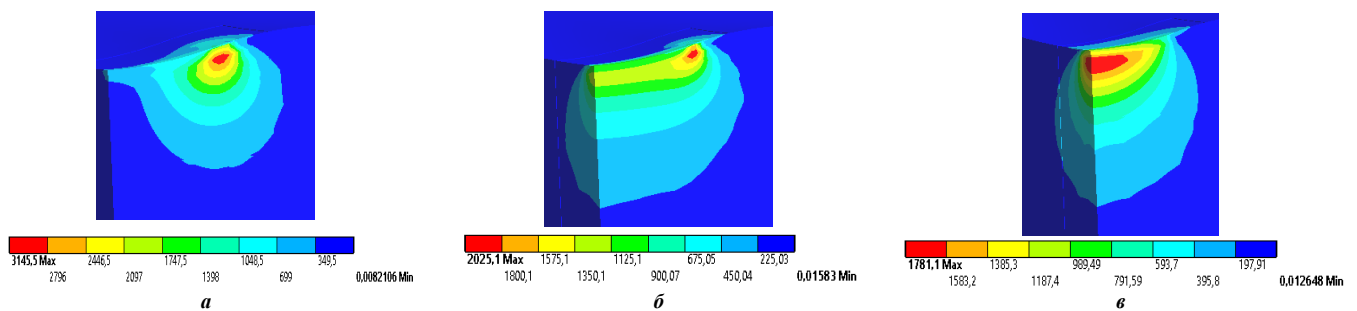


Рисунок 7 – Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у системі тіл «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант I, притисна сила  $P = 100$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

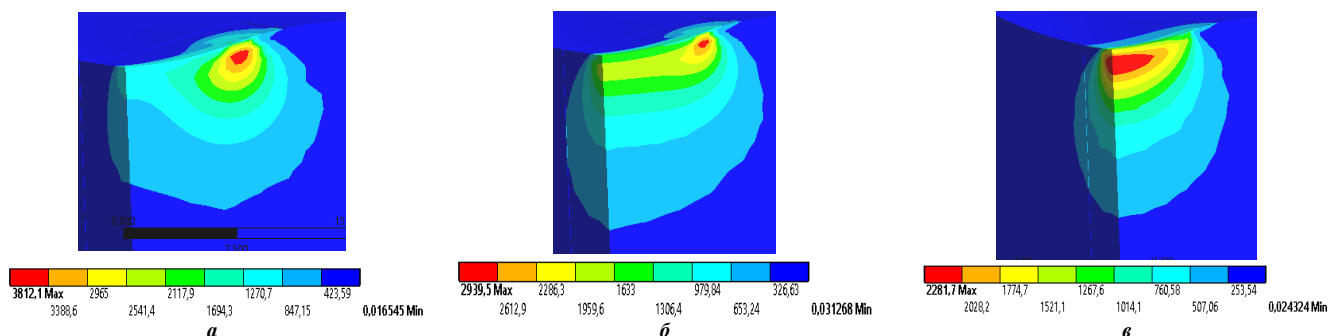


Рисунок 8 – Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у системі тіл «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант I, притисна сила  $P = 200$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

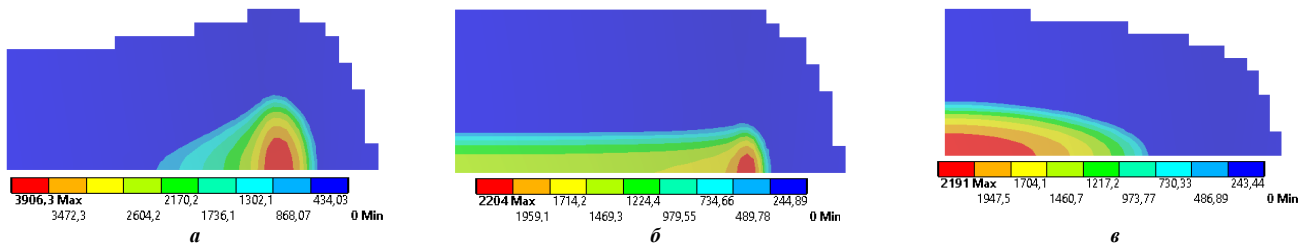


Рисунок 9 – Розподіл контактної тиску у контакті «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант II, притисна сила  $P = 50$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

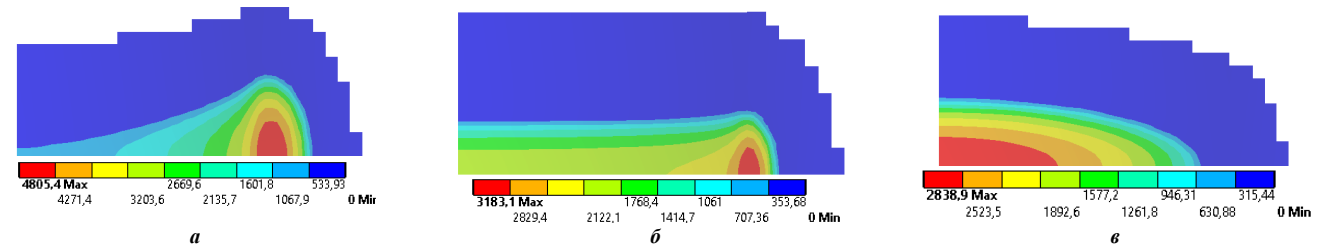


Рисунок 10 – Розподіл контактної тиску у контакті «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант II, притисна сила  $P = 100$ кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

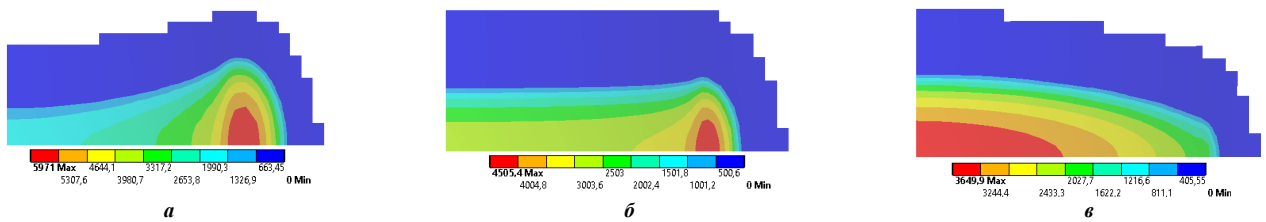


Рисунок 11 –Розподіл контактної тиску у контакті «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант II, притисна сила  $P = 200$ кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

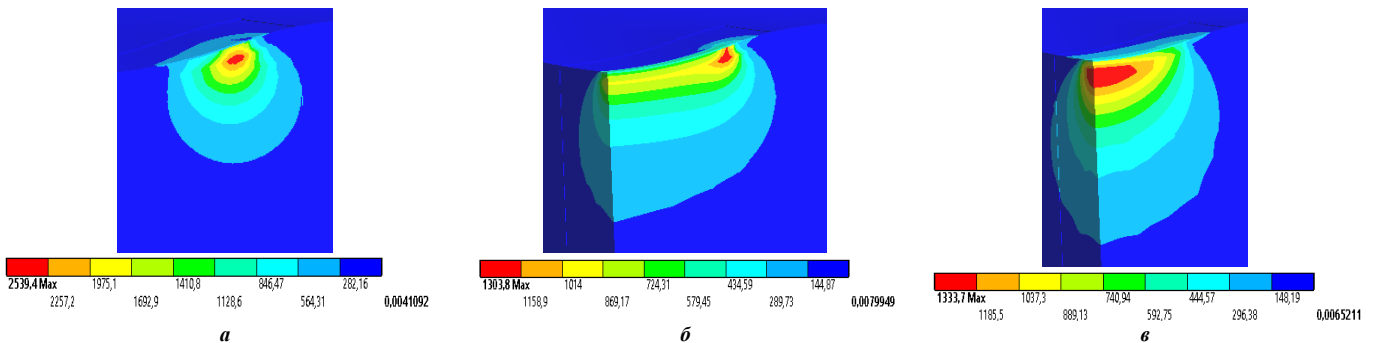


Рисунок 12 – Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у системі тіл «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант II, притисна сила  $P=50$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

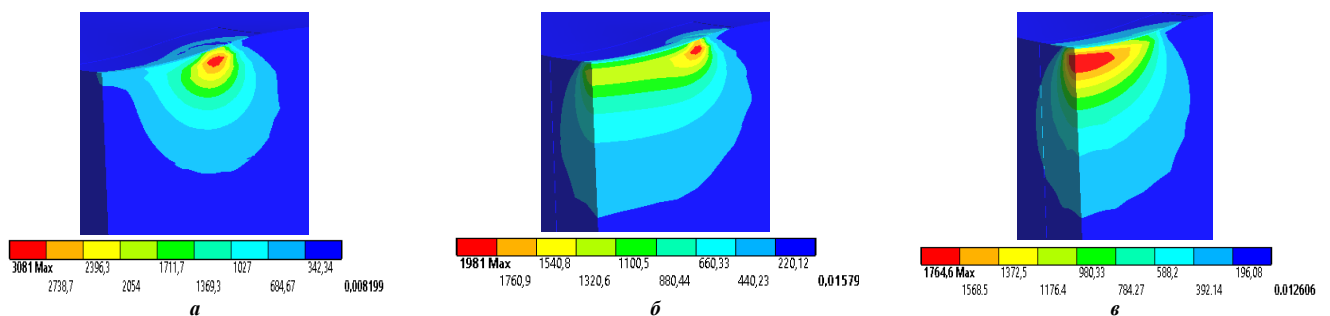


Рисунок 13 – Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у системі тіл «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант II, притисна сила  $P = 100$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a - 0,9$ ;  $b - 1,0$ ;  $v - 1,1$

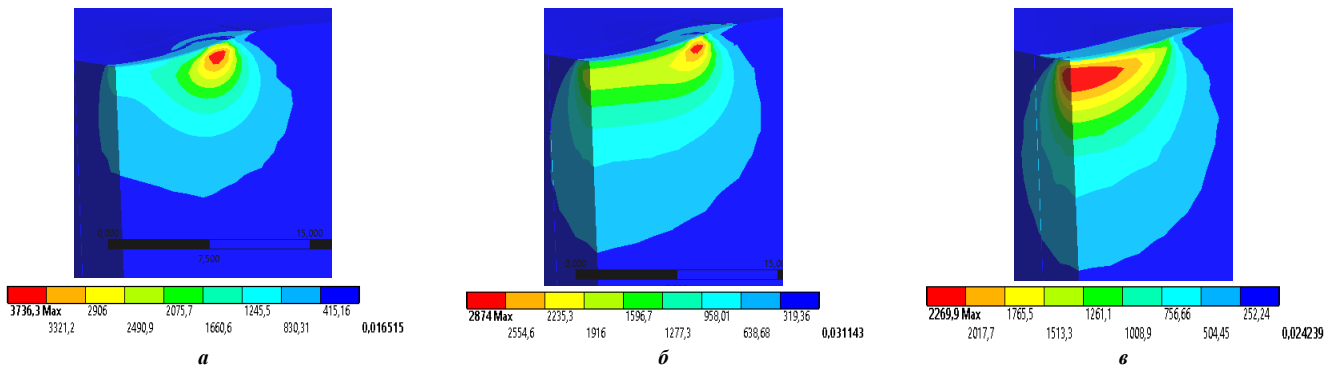


Рисунок 14 – Розподіл еквівалентних за Місесом напружень у системі тіл «кульковий поршень – бігова доріжка» радіальної гідропередачі ГОП-900 (варіант II, притискна сила  $P=200$  кН) для різних співвідношень радіусів бігової доріжки та кулькового поршня:  $a$  – 0,9;  $b$  – 1,0;  $c$  – 1,1

### Практичне застосування результатів досліджень.

У роботі взято до розгляду новий клас важливих об'єктів, що охоплений пропонованим дослідженням – контактуючі елементи складних конструкцій із властивостями, залежними від історії навантаження. Це дуже важливо для розвитку механіки суцільного середовища. Першочергове значення результати виконання проекту мають для вітчизняної науки (механіка, машинознавство, озброєння та військова техніка) та промисловості (ОПК, енергетичне та транспортне машинобудування). У науковому аспекті створюються методологічні основи досліджень, а у практичному – розробляється підґрунтя для розробки нових технічних рішень, які забезпечують підвищені тактико-технічні і технічні характеристики машин військового та цивільного призначення. Якраз у цих напрямках в Україні необхідний суттєвий прогрес із огляду на сучасний соціально-економічний та безпековий стан. Враховуючи критичне значення міцності контактуючих елементів об'єктів військової техніки, саме дослідження у напрямку аналізу їх контактної взаємодії із урахуванням пластичних деформацій є визначальними для прогресивних технічних рішень деталей і вузлів об'єктів військової техніки із підвищеними ТТТХ. Зокрема, на базі отриманих результатів можливе удосконалення технологій дискретного і континуального зміцнення контактуючих елементів машин. Упровадження результатів дослідження дає можливість підвищити ТТТХ продукції вітчизняних підприємств. Практична цінність результатів досліджень зумовлена застосування нових технічних рішень у бронетанкобудуванні, зокрема, при виробництві компонентів систем танків, бронетранспортерів, двигунів тощо. Крім того, нові технічні рішення, що науково обґрунтовуються, визначають техніко-технологічний рівень підприємств.

**Аналіз отриманих результатів.** Розв'язані такі задачі та отримані такі нові результати досліджень:

1. Розроблення нової нелінійної багатофакторної моделі контактної взаємодії, яка, на відміну від традиційної однофакторної, дає змогу досліджувати ці чинники сумісно та у взаємовпливі.
2. Розвиток варіаційних принципів на випадок більш загального закону зміни властивостей матеріалів системи контактуючих тіл, ніж традиційні лінійні або

нелінійні залежності.

3. Розвиток методу граничних елементів у частині апроксимації не тільки шуканого розподілу контактної тиску, але й додаткових змінних, які фіксують історію навантаження.

4. Розвиток методів розв'язання системи нелінійних співвідношень, які, з одного боку, на відміну від традиційних, формуються не відносно змінних, а їхніх прирощень, а, з іншого, – мають не постійні, а змінювані умови контактної взаємодії у кожній точці області контакту залежно від поточного стану та історії навантаження.

5. Нові закономірності розподілу контактної тиску залежно від впливу властивостей матеріалів проміжних шарів, а також зміни компонент НДС контактуючих тіл та характеристик їх міцності.

6. Обґрунтовані на основі досліджень рекомендації щодо обґрунтування форми та властивостей матеріалів елементів ОВТ, які забезпечують сприятливі умови їх роботи за комплексом критеріїв.

Порівняння із відомими результатами, викладеними у роботах [1–10] дає підстави для таких висновків. Так, на відміну від робіт [1–3, 7–9], більш коректно враховуються властивості матеріалу, причому будується не традиційна однофакторна, а багатофакторна модель. На відміну від робіт [4–6], у моделі контактної взаємодії враховується залежність властивостей матеріалів контактуючих тіл від історії навантаження. На розвиток відомих [4, 5, 10] методів розв'язання систем нелінійних співвідношень пропонуються методи, що формують розв'язок у прирощеннях шуканих змінних, а не них самих.

Підсумково, можна зробити висновок, що підхід, який запропонований на розвиток роботи [12], та результати попередніх досліджень мають важливі переваги та формують можливість досягнення нових результатів у механіці, чисельних методах досліджень та створенні ОВТ із підвищеними ТТТХ.

**Висновки.** У роботі поставлені та розв'язані наступні задачі:

1. Здійснено загальну постановку задач дослідження контактної взаємодії варіаційних формулювань із урахуванням залежності характеристик матеріалів елементів об'єктів військової техніки від історії навантаження та пружно-

пластичному деформуванні їх матеріалів.

2. Розроблено структура єдиної системи розв'язувальних рівнянь інкрементального типу для аналізу контактної взаємодії елементів об'єктів військової техніки.

3. Накреслені загальні підходи до розв'язання системи рівнянь та нерівностей на основі дискретизації за методами граничних елементів та модифікованого варіанту варіаційного принципу Калькера.

У подальших дослідженнях розроблену методологічну базу буде використано при аналізі контактної взаємодії танапружено-деформованого стану низки елементів об'єктів військової техніки.

#### Список літератури

1. Бобир М.І., Бабенко А.Є., Лавренко Я.І., Халімон О.П. *Динаміка та довговічність високошвидкісних прецизійних центрифуг*. НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського». Київ: А, 2017. 171с.
2. Dyfuchyn Y, Rudakov K. Numerical modelling of bolted composite joints... *Mechanics and Advanced Technologies*. No. 1 (79), 2017. pp. 19–25.
3. Андрейків О. Є., Скальський В. Р., Долінська І. Я., Опанасович В. К., Дубицький О. С. Кінетика поширення втомних тріщин у біметалевих пластинах. *Проблеми прочності*. 2015. №5. С. 15–23.
4. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci* 2015, 535–553 (2015).
5. Прокопишин І. Алгоритми декомпозиції області для задач термомеханічний контакт багатьох пружних тіл. *Фіз.-мат. моделювання та IT*. 2017. Вип. 26. С. 63–82
6. Zhao J., E. Vollebregt, C. Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016,21 (1), pp. 119–141.
7. Pastewka L., Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016. Vol. 108(22). P. 221601.
8. Cinat P., Paggi M., Gnecco G. Identification of roughness with optimal contact response with respect to real contact area and normal stiffness. *Math. Problems in Eng.*, 2019.
9. Li, Q., Popov, V. L. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, 1–7.
10. Rao S.S. *The Finite Element Method in Engineering*. Butterworth-Heinemann, 2017. 782p.
11. Аврунин Г.А., Кабаненко І.В., Хавиль В.В., Истратов А.В. [и др.]. Объемная гидротрансформация с шариковыми поршнями ГОП-900:

характеристики и технический уровень. *Механіка та машинобудування*. 2004. №1. С.14–21.

12. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Saverska M., Hrechka I. A semi-analytical method for analysis of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. 1/7 (103). Pp. 16–25.

#### References (transliterated)

1. Boby'r M.I., Babenko A.Ye., Lavrenko Ya.I., Xalimon O.P. *Dy'namiка ta dovgovichnist' vy'sokoshvy'dkisy'x precy'ziny'x centry'fug*. NTUU «KPI imeni Igorya Sikors'kogo». Ky'viv: A, 2017. 171p.
2. Dyfuchyn Y, Rudakov K. Numerical modelling of bolted composite joints... *Mechanics and Advanced Technologies*. No. 1 (79), 2017. pp. 19–25.
3. Andrejkiv O. Ye., Skal's'ky'j V. R., Dolins'ka I. Ya., Opanasovy'ch V. K., Duby'cz'ky'j O. S. Kinety'ka poshy'rennya vtomny'x trishhy'n u bimetalovy'x plasty'nax. *Problemy prochnosti*. 2015, no. 5, pp. 15–23.
4. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci* 2015, 535–553 (2015).
5. Prokopy'shy'n I. Algor'y'tmy' dekompoz'y'ciyi oblasti dlya zadach pro termomexanichny'j kontakt bagat'ox pruzhny'x til. *Fiz.-mat. modelyuvannya ta IT*. 2017, Vy'p. 26, pp. 63–2.
6. Zhao J., E. Vollebregt, C. Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016,21 (1), pp. 119–141.
7. Pastewka L., Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016, Vol. 108(22), p. 221601.
8. Cinat P., Paggi M., Gnecco G. Identification of roughness with optimal contact response with respect to real contact area and normal stiffness. *Math. Problems in Eng.*, 2019.
9. Li, Q., Popov, V. L. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, 1–7.
10. Rao S.S. *The Finite Element Method in Engineering*. Butterworth-Heinemann, 2017. 782p.
11. Avrunin G.A., Kabanenko I.V., Havil V.V., Istratov A.V. i dr. Ob'emnaya gidroperedacha s sharikovyimi porshnyami GOP-900: harakteristiki i tehniceskij uroven. *Mehanika ta mashinobuduvannya*. 2004, no. 1, pp. 14–21.
12. Tkachuk M. M., A. Grabovskiy, M. A. Tkachuk, M. Saverska, Hrechka I. A semi-analytical method for analysis of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. no.1/7 (103), pp. 16–25.

*Надійшло (received)*. 12.04.2020

#### Відомості про авторів /Сведения об авторах /About the Authors

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: [m.tkachuk@tmm-sapr.org](mailto:m.tkachuk@tmm-sapr.org).

**Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірантка кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: [m.saverska@tmm-sapr.org](mailto:m.saverska@tmm-sapr.org)

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Куценко Сергій Володимирович (Куценко Сергей Владимирович, Kutsenko Serhii)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: [skutsenko@tmm-sapr.org](mailto:skutsenko@tmm-sapr.org).