

***А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. М. ТКАЧУК, А. В. НАБОКОВ, О. В. ЛИТВИНЕНКО, Г. В. ТКАЧУК,  
О. М. РІКУНОВ, С. В. КУЦЕНКО, В. В. ПАНЧЕНКО, Д. В. КИСЛИЦЯ***

### **АНАЛІЗ РЕАКЦІЇ ЛЕГКОБРОНЬОВАНИХ МАШИН НА ДІЮ ПОЛІМПУЛЬСНИХ СИЛ**

У сучасних умовах в арміях різних країн широко застосовуються легкоброньовані машини із потужними модулями озброєння. Ці модулі оснащуються малокаліберними автоматичними гарматами, які мають темп стрільби кілька сотень пострілів на хвилину і високий рівень сил віддачі. Більш того, існують тенденції як до зростання темпу стрільби, так – і калібру озброєння (а, відповідно, і сил віддачі). Враховуючи, що модулі озброєння опираються на остов машини, який має більш високі характеристики податливості, ніж бойові машини важкої категорії за масою, актуальною стає проблема визначення реакції системи «модуль озброєння – бронекорпус – підвіска» на дію зусиль віддачі із метою забезпечення, з одного боку, міцності бронекорпусів, а, з іншого, – зниження навантажень на систему наведення і стабілізації озброєння при здійсненні стрільби. Для дослідження реакції елементів легкоброньованих машин на дію реактивних сил віддачі при здійсненні пострілів чергою із бойових модулів побудовані чисельні моделі із невеликою кількістю ступенів вільності. Із використанням цих моделей досліджена реакція динамічної системи на дію низки імпульсів. Ці імпульси викликані дією сил віддачі при здійсненні пострілів із бойових модулів. Установлені характерні особливості часових розподілів переміщень певних точок системи, що досліджується.

**Ключові слова:** легкоброньована машина; модуль озброєння; малокаліберна автоматична гармата; сила віддачі; система наведення і стабілізації озброєння; динамічна система; чисельне моделювання; метод скінченних елементів; власна частота коливань

***А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. Н. ТКАЧУК, А. В. НАБОКОВ, А. В. ЛИТВИНЕНКО, А. В. ТКАЧУК,  
О. Н. РИКУНОВ, С. В. КУЦЕНКО, В. В. ПАНЧЕНКО, Д. В. КИСЛИЦА***

### **АНАЛИЗ РЕАКЦИИ ЛЕГКОБРОНИРОВАННЫХ МАШИН НА ДЕЙСТВИЕ ПОЛИИМПУЛЬСНЫХ СИЛ**

В современных условиях в армиях разных стран широко применяются легкобронированные машины с мощными модулями вооружения. Эти модули оснащаются малокалиберными автоматическими пушками, которые имеют темп стрельбы несколько сотен выстрелов в минуту и высокий уровень сил отдачи. Более того, существуют тенденции как к росту темпа стрельбы, так и калибра вооружения (а, соответственно, и сил отдачи). Учитывая, что модули вооружения опираются на остов машин, который имеет более высокие характеристики податливости, чем боевые машины тяжелой категории по массе, актуальной становится проблема определения реакции системы «модуль вооружения - бронекорпус - подвеска» на действие сил отдачи с целью обеспечения, одной стороны, прочности бронекорпусов, а с другой - снижения нагрузок на систему наведения и стабилизации вооружения при осуществлении стрельбы. Для исследования реакции элементов легкобронированных машин на действие реактивных сил отдачи при осуществлении выстрелов очерёдно из боевых модулей построены многочисленные модели с небольшим количеством степеней свободы. С использованием этих моделей исследована реакция динамической системы на действие ряда импульсов. Эти импульсы вызваны действием сил отдачи при осуществлении выстрелов из боевых модулей. Установлены характерные особенности временных распределений перемещений определенных точек исследуемой системы.

**Ключевые слова:** легкобронированная машина; модуль вооружения; малокалиберная автоматическая пушка; сила отдачи; система наведения и стабилизации вооружения; динамическая система; численное моделирование; метод конечных элементов; собственная частота колебаний

***A. GRABOVSKIY, M. M. TKACHUK, A. NAVOKOV, O. LYTVYNYENKO, G. TKACHUK,  
O. RIKUNOV, S. KUTSENKO, V. PANCHENKO, D. KISLITZA***

### **ANALYSIS THE REACTION OF LIGHTARMOR MACHINES ON THE ACTION OF POLYPULSES FORCES**

In modern conditions, lightarmored vehicles with powerful weapon modules are widely used in the armies of different countries. These modules are equipped with small-caliber automatic cannons, which have a rate of fire of several hundred rounds per minute and a high level of recoil forces. Moreover, there are tendencies towards an increase in the rate of fire and the caliber of weapons (and, accordingly, recoil forces). Considering that weapon modules rely on the lightarmored vehicles skeleton, which has higher responsiveness characteristics than heavy combat vehicles in terms of weight, the problem of determining the reaction of the «weapon module - armored hull - suspension» system to the action of recoil forces in order to ensure on the one hand, the strength of armored hulls, and on the other hand, reducing the load on the guidance and stabilization system of weapons during firing. To study the response of elements of lightly armored vehicles to the action of recoil forces when firing a burst of combat modules, numerous models have been built with a small number of degrees of freedom. Using these models, the reaction of a dynamic system to the action of a number of impulses was investigated. These impulses caused by the action of recoil forces when firing shots from combat modules.

**Keywords:** lightlyarmored vehicle; weapon module; small-bore automatic cannon; recoil force targeting and weapon stabilization system; dynamic system; numerical modeling; method of finite elements; natural vibration frequency

**Вступ.** У сучасних умовах в арміях різних країн широко застосовуються легкоброньовані машини (ЛБМ) із потужними модулями озброєння (бойові модулі) [1–5]. Як правило, ці модулі оснащуються малокаліберними автоматичними гарматами (МАГ), які мають темп стрільби кілька сотень пострілів на хвилину і високий рівень сил віддачі. Більш того, існують тенденції як до зростання темпу стрільби, так – і калібру озброєння (а, відповідно, і сил віддачі). Враховуючи, що модулі озброєння опираються на

остов ЛБМ, який має більш високі характеристики податливості, ніж бойові машини важкої категорії за масою, актуальною стає проблема визначення реакції системи «модуль озброєння – бронекорпус – підвіска» на дію зусиль віддачі із метою забезпечення, з одного боку, міцності бронекорпусів, а, з іншого, – зниження

© А. В. Грабовський, М. М. Ткачук, А. В. Набоков, О. В. Литвиненко, Г. В. Ткачук, О. М. Рікунов, С. В. Куценко, В. В. Панченко, Д. В. Кислиця, 2021

навантажень на систему наведення і стабілізації озброєння при здійсненні стрільби. На вирішення цієї актуальної проблеми спрямовані дослідження, описані у цій роботі.

#### Аналіз існуючих методів досліджень динамічних процесів при дії серії імпульсів.

Як уже зазначалося (див. вище), модулі озброєння у ході стрільби чергою чинять поліімпульсний вплив на бронекорпус і підвіску через погон. Якщо подавати бойову машину традиційною динамічною багатомасовою системою [4, 6, 7], то для моделювання реакції цієї системи на дію гармонійного збудження існує потужний математичний апарат [4, 6–14]. Крім того, для моделювання збудження силами із довільним законом розподілу зовнішніх сил у часі можливе (у рамках багатомасової моделі) чисельне інтегрування рівнянь руху [4, 7, 8, 15].

Разом із тим при спробі застосування цих підходів до моделювання реакції таких систем на дію реактивних сил віддачі стикаємося із певними проблемами. Це викликано тим, що характер збурення – не гармонійний і не полігармонійний, а зі складним законом часового розподілу – поліімпульсний, тобто серія імпульсів. Крім того, тривалість кожного окремого імпульсу у черзі пострілів складає мілісекунди, а інтервал між імпульсами – десятки мілісекунд. Тому при застосуванні чисельних методів інтегрування крок за часом слід обирати якомога меншим (у всякому разі – на порядок меншим за тривалість одиничного імпульсу сили віддачі). Якщо при цьому використовується система із великою кількістю ступенів вільності (та із урахуванням варіювання проектних параметрів), то саме тільки розв'язання задач аналізу динамічних процесів тягне за собою необхідність залучення великого обсягу обчислювальних ресурсів.

Якщо мова йде про обґрунтування раціональних технічних рішень, то потрібний обсяг обчислювальних ресурсів значно зростає.

Таким чином, виникає актуальна задача визначення якісного характеру реакції динамічної системи на дію системи імпульсів на прикладі простого об'єкту. Цей аспект досліджень описаний у поданій статті на розвиток [15].

*Мета роботи* – побудова тестової моделі та здійснення пробного аналізу її реакції на дію поліімпульсного збудження.

**Загальний підхід до аналізу реакції динамічної системи на дію поліімпульсного збудження.** У ході аналізу реакції динамічної системи на довільно розподілену у часі силу натеper широко застосовується метод скінченних елементів [6–8, 15]. При цьому система диференціальних рівнянь має вигляд

$$M\ddot{u} + K\dot{u} + Cu = f(t), \quad (1)$$

де  $M$ ,  $K$ ,  $C$  – матриці мас, демпфірування і жорсткості відповідно;  $u$  – вектор вузлових параметрів (узагальнені координати);  $f(t)$  – вектор вузлових навантажень, розподілених у часі

$t$ , із компонентами  $f_i(t)$ .

Якщо напряму застосувати для інтегрування рівнянь (1) існуючі методи, то для випадку  $f(t)$  у вигляді поліімпульсних сил потрібно, як уже зазначалося, залучати значні обчислювальні ресурси.

Крім того, у ході інтегрування такої системи із багатьма ступенями вільності затіняються якісні ефекти, що викликаються саме специфічними особливостями діючого зовнішнього збурення. Разом із тим слід відзначити, що такі сили діють тільки на обмежену кількість вузлів скінченно-елементної моделі. При цьому віддалена від цих вузлів частина скінченно-елементної моделі має характеристики, які інтегрально можна подати у вигляді обмеженої підмоделі із меншою кількістю вузлів. У результаті система (1) зводиться до вигляду

$$M^{\sim}\ddot{u}^{\sim} + K^{\sim}\dot{u}^{\sim} + C^{\sim}u^{\sim} = f^{\sim}(t), \quad (2)$$

де змінені матриці  $M^{\sim}$ ,  $K^{\sim}$ ,  $C^{\sim}$  та вектори  $u^{\sim}$ ,  $f^{\sim}$  мають значно менші розмірності, ніж для повної моделі. Разом із тим якісні особливості часового розподілу  $u^{\sim}(t)$  відповідають за характером  $u(t)$ . У крайньому випадку для системи із одним ступенем вільності маємо скалярне рівняння

$$m\ddot{u} + k\dot{u} + cu = f(t), \quad (3)$$

де  $m$  – маса;  $k$  – коефіцієнт демпфірування;  $c$  – жорсткість;  $u$  – переміщення;  $f(t)$  – часовий розподіл сили збурення.

Для цього випадку існують аналітичні розв'язки [15, 16]. Зокрема, для такої системи визначені умови реалізації ударного резонансу:

$$p = n \cdot \omega, \quad \omega = n \cdot p, \quad (4)$$

де  $n$  – кратність (дольність) дії імпульсних сил із частотою  $p$  порівняно із власною частотою коливань  $\omega$ . Тут  $n = 1, 2, 3, \dots$

Для системи (2) такий підхід може бути застосований у двох напрямках:

1) визначається спектр власних частот коливань  $\omega_i^{\sim}$ ;

2) визначається реакція системи (2) на дію  $f^{\sim}(t)$  у вигляді  $u^{\sim}(t)$ , яке отримується шляхом чисельного інтегрування.

Таким чином, отримується серія характеристик і часових розподілів, які є основою для розроблення певних рекомендацій, що розповсюджуються на повну систему (1).

**Результати розв'язання тестових задач.** Для аналізу реакції ЛБМ на дію серії імпульсів побудовано низку скінченно-елементних моделей різного ступеня деталізації. На рис. 1 наведена геометрична модель досліджуваного бронекорпусу та її спрощений одномасовий варіант, на рис 2 – груба та більш точна скінченно-елементна моделі

бронекорпусу (див. рис. 1), а на рис 3 – спектр власних коливань для одномасової системи. На рис. 4–9 та у табл. 1, 2 наведені інші результати досліджень.

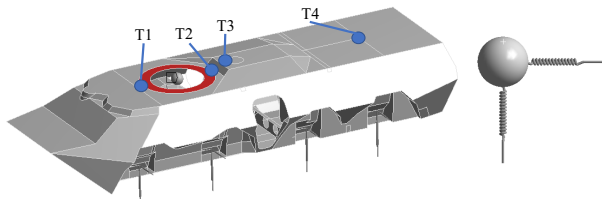


Рисунок 1 – Точки контролю часових розподілів їх переміщень та спрощена одномасова система

На рис. 8 наведені спектри власних форм і частот коливань, отримані для моделей (див. рис. 2), а у табл. 1 – часові розподіли коливань окремих точок досліджуваних моделей (див. рис. 1). Зокрема, поперечні коливання умовного «дульного зрізу», що характеризують відхилення снаряду від номінального напрямку на ціль, за різних частот прикладання імпульсів мають різний характер часового розподілу. За певних параметрів спостерігається «розгойдування» досліджуваної системи. Ці параметри відповідають умовам (4), які справедливі для системи із одним ступенем вільності.

На додаток до постановки, наведеної у роботі [15], було досліджено також збудження із частотою, удвічі нижчою за частоту власних коливань.

Як впливає із отриманих результатів, для дольних (відносно власних) частот збудження спостерігаються ті ж закономірності ударного резонансу, що і для основної частоти. Отже, на дольних частотах відбувається збудження

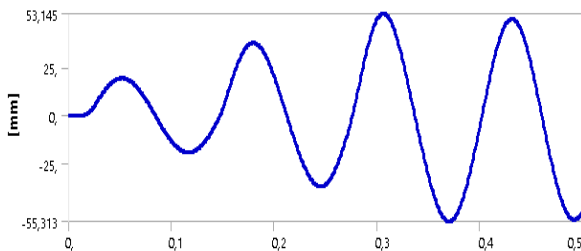


Рисунок 4 – Вертикальні переміщення одномасової системи, м, у часі

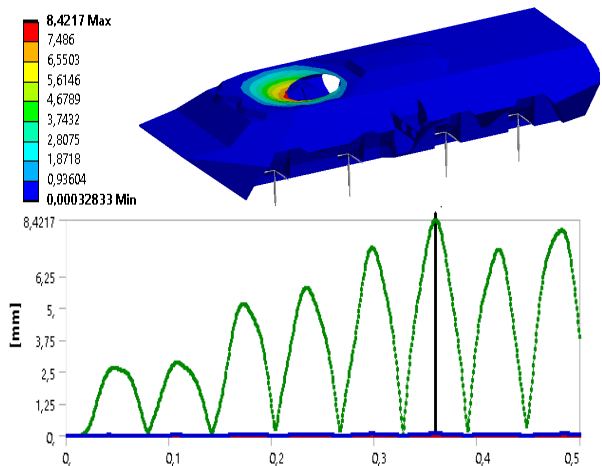


Рисунок 6 – Максимум повних переміщень у моделі (а), мм, (див. рис 2, а)

коливальних процесів із «розгойдуванням» системи. Причому цей ефект подібний у своєму прояві як для повної скінченно-елементної моделі, так і для спрощеної, а також – для найпростішої одномасової із відповідною власною частотою коливань.

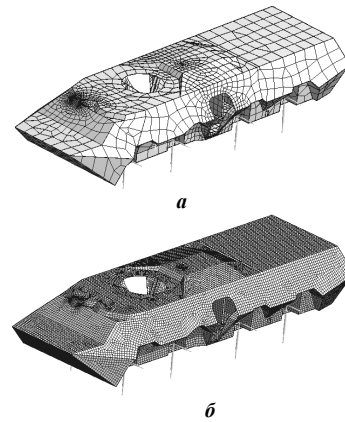


Рисунок 2 – Скінченно-елементні тестові моделі а (груба) та б (точна) корпусу ЛБМ (товщина бронекорпусу 8 мм)

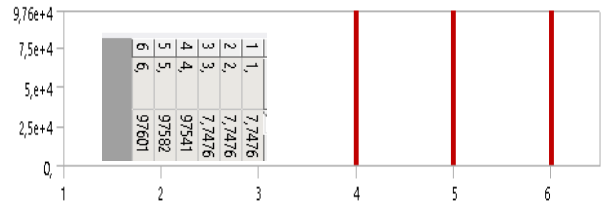


Рисунок 3 – Спектр власних частот коливань для одномасової системи

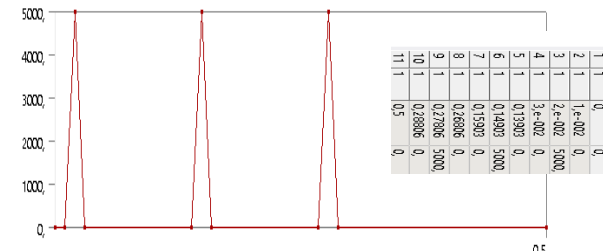


Рисунок 5 – Часовий розподіл тестових реактивних сил віддачі (Н) у часі (с)

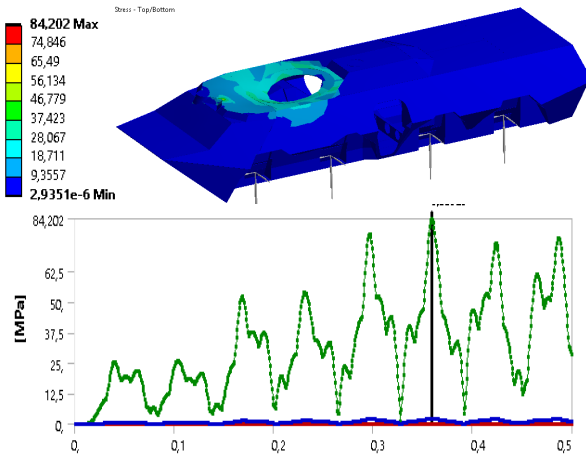
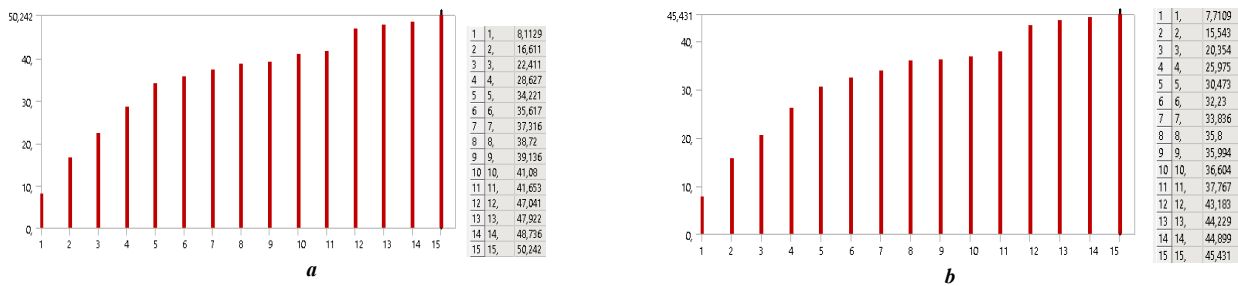


Рисунок 7 – Розподіл еквівалентних напружень у моделі (а), МПа, (див. рис 2, а)

Рисунок 8 – Спектр власних частот коливань, Гц, для досліджених моделей *a* і *b* (див. рис. 2)

Таблиця 1 – Розподіл переміщення точок контролю часових переміщень, мм, уздовж поздовжньої та вертикальної осей для різних скінченно-елементних тестових моделей (див. рис. 2)

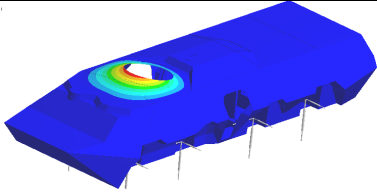
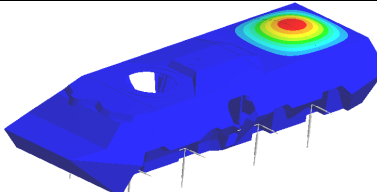
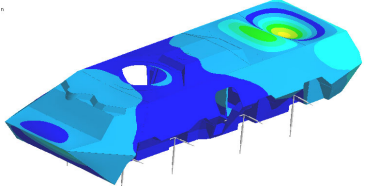
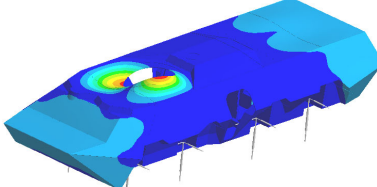
№ точки (див. рис. 2)	Переміщення уздовж поздовжньої осі		Переміщення уздовж вертикальної осі	
	<i>Модель а</i>			
1				
2				
3				
4				
	<i>Модель б</i>			
1				
2				
3				
4				

Разом із тим є і відмінності. Вони полягають у тому, що для систем із великою кількістю ступенів вільності при дії поліімпульсних сил збуджується не тільки власна форма коливань, яка відповідає основній гармоніці збудження, але й інші. Тобто на часовому розподілі переміщень точок системи присутні складові від інших власних форм коливань. Це відрізняє контрольовані процеси у найпростіший

одномасовій та більш складних системах. Причому чим більше ступенів вільності у системі, тим більше «побічних» додаткових складових у коливальному процесі.

Таким чином, отримані результати дають підстави для висновку про застосовність запропонованого підходу [15] до багатоваріантних досліджень реакції досліджуваної системи на серію імпульсних збуджень від дії реактивних сил віддачі.

Таблиця 2 – Спектр власних форм коливань моделі бронекорпусу (див рис. 2, б)

№ форми	Власні форми коливань	№ форми	Власні форми коливань
1		2	
6		10	

Разом із тим слід зазначити, що прослідковуються також і додаткові обмеження. Вони полягають у взаємовпливі двох чинників:

1) у розкладі умовної сили віддачі при здійсненні пострілів із озброєння бойових модулів ЛБМ у ряд Фур'є присутня нескінченна кількість гармонік

$$f_i(t) = Q_i + \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \cos(j\omega t) + \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij} \cos(j\omega t),$$

де  $Q_i$ ,  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  – коефіцієнти рядів Фур'є. Відповідно, збуджуються коливання системи на усіх власних частотах  $q_s$  ( $s = 1, 2, \dots$ ), для яких  $q_s \approx j\omega$ , де  $s, j$  – деякі натуральні числа;

2) збудливість різних форм коливань різними складовими зовнішньої сили неоднакова. При цьому важливо, що у різних зонах бронекорпусу ця ступінь збудливості впливає на характеристики жорсткості та міцності теж неоднаково. Крім того, це й по-своєму чинить вплив на збурення коливань бойового модуля (а із цим – і на точність стрільби, і на напруженість).

Таким чином, задача аналізу впливу сил віддачі при стрільбі із озброєння бойових модулів на тактико-технічні характеристики легкоброньованих машин набуває багатофакторного характеру. Також слід додатково враховувати вплив демпфірування, яке є важливим чинником, особливо на високих частотах коливань.

#### Висновки.

1. Запропонований підхід до аналізу реакції системи «модуль озброєння – бронекорпус – підвіска» на дію серії імпульсів від реактивних сил віддачі продемонстрував свою застосовність.

2. За певних умов (кратність – дольність частоти дії імпульсів порівняно із власними частотами коливань досліджуваної системи) реалізується «ударний резонанс», тобто зростання амплітуд коливань від попереднього імпульсу до наступного.

3. Результати попередніх досліджень тестових моделей є основою для формувань критеріїв відлаштування від резонансних режимів при дії поліімпульсних збурень від реактивних сил віддачі у процесі стрільби.

У подальшому плануються дослідження динамічних процесів у легкоброньованих машинах у руслі застосування запропонованого підходу.

#### Список літератури

- Чепков І. Б., Голуб В. А., Купріненко О. М., Лапицький С. В. Концептуальний підхід до формування перспективних типів бойових броньованих машин. *Науково-теоретичний та науково-практичний журнал*. 2013. № 2. С. 35-41.
- Чепков І. Б. Основні напрями розвитку озброєння і військової техніки. *Організаційні і економічні механізми державної підтримки оборонної промисловості. Перспективи науково-технологічного забезпечення оборонно-промислового комплексу України: Інформаційно-комунікативний захід*. Київ: ТОВ "Міжнародний виставковий центр". 2015. С. 8-14.
- Чепков І. Б., Нор П. І. Загальні тенденції розвитку озброєння та військової техніки. *Озброєння та військова техніка*. 2014. № 1. С. 4-13.
- Толстолуцкий В. А. *Математическое моделирование и анализ процессов в шасси колесных и гусеничных машин* / В. А. Толстолуцкий; под ред. Д. О. Волонцевича. Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. 171 с.
- G. Liu [et al.] Dynamic Virtual Prototyping Modeling and Simulation of Special Vehicle. *Appl. Math*. 2015. Vol. 9. №. 2L. P. 627-636.
- Ткачук Н. А. [и др.]. Ударные резонансы в бронекорпусах военных гусеничных и колесных машин при осуществлении стрельбы. *Интегрированные технологии та энергосбережения*. 2014. № 3. С. 137-144.
- Мельник Б. А. К вопросу о влиянии поперечно-угловых колебаний корпуса легкобронированных колесных машин на точность стрельбы. *Механика та машинобудування*. Х: НТУ «ХПИ». 2012. № 2. С. 118-121.
- Танченко А. Ю., Ткачук М. А., Набоков А. В., Грабовський А. В., Малакей А. М. Нелінійні коливання елементів легкоброньованих машин: модельні задачі та якісні особливості. *Вісник НТУ «ХПИ», серія: Транспортне машинобудування*. 2018. № 29 (1305). С. 108-128.
- Jeng-Tzong C., Jia-Wei L., Kuen-Ting L. Analytical and numerical studies for solving Steklov eigenproblems by using the boundary integral equation method/boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020, vol. 114, pp. 136-147.
- Zhang Y. P., Wang C. M., Pedroso D. M., Zhang H. Extension of Hencky bar-net model for vibration analysis of rectangular plates with rectangular cutouts. *Journal of Sound and Vibration*. 2018, vol. 432, pp. 65-87.
- Smetankina N. V., Shupikov A. N., Sotrikhin S. Yu., Yareschenko V. G. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment. *International Journal of Impact Engineering*. 2007, vol. 34, no. 2, pp. 264-276.
- Chakraverty S., Laxmi Behera. Free vibration of rectangular nanoplates using Rayleigh-Ritz method. *Physica E*. 2014, no.56, pp. 357-363.
- Datta N. A., Thekinen J. D. Rayleigh-Ritz based approach to characterize the vertical vibration of non-uniform hull girder. *Ocean Engineering*. 2016, no. 125, pp. 113-123.
- Shia D., Liua T., Wangb Q., Lan Q. Vibration analysis of arbitrary straight-sided quadrilateral plates using a simple first-order shear deformation theory. *Results in Physics*. 2018, no. 11, pp. 201-211.
- Ткачук М. А., А. В. Набоков, А. В. Грабовський, [и др.]. Аналіз реакції тестових просторових конструкцій корпусів

легкоброньованих машин на дію серії імпульсів. *Вісник НТУ «ХПІ», серія: Машинознавство та САПР*. 2020. № 2. С. 116–138.

16. Пановко Я. Г., Губанова И. И. *Устойчивость и колебания упругих систем*. Москва: Наука, 1979. 384 с.

#### References (transliterated)

1. Chepkov I. B., Golub V. A., Kuprinenko O. M., Lapy'cz'ky'j S. V. Konceptual'ny'j pidxid do formuvannya perspekty'vny'x ty'piv bojovy'x bron'ovany'x mashy'n. *Naukovo-teorety'chny'j ta naukovo-prakty'chny'j zhurnal*. 2013, no. 2, pp. 35–41.
2. Chepkov I. B. Osnovni napryamy' rozvy'tku ozbrojennya i vijs'kovoyi tekhniky'. *Organizacijni i ekonomichni mexanizmy' derzhavnoyi pidtry'mky' oboronnoyi promy'slovosti. Perspekty'vy' naukovo-tekhnologichnogo zabezpechennya oboronno-promy'slovogo kompl-ksu Ukrainy': Informacijno-komunikaty'vny'j zaxid*. Ky'viv: TOB "Mizhnarodny'j vy'stavkovy'j centr". 2015, pp. 8–14.
3. Chepkov I. B., Nor P. I. Zagal'ni tendencyi rozvy'tku ozbrojennya ta vijs'kovoyi tekhniky'. *Ozbrojennya ta vijs'kova tekhnika*. 2014, no. 1, pp. 4–13.
4. Tolstoluckij V. A. *Matematicheskoe modelirovanie i analiz processov v shassi kolesnyh i gusenichnyh mashin* / V. A. Tolstoluckij; pod red. D. O. Voloncevicha. Har'kov: NTU "KhPI", 2013. 171 p.
5. G. Liu [et al.] Dynamic Virtual Prototyping Modeling and Simulation of Special Vehicle. *Appl. Math.* 2015, Vol. 9, no. 2L, pp. 627–636.
6. Tkachuk N. A. [i dr.]. Udarnye rezonansy v bronekorpusah voennyh gusenichnyh i kolesnyh mashin pri osushhestvlenii strel'by. *Integrovani tekhnologiyi ta energozberezhennya*. 2014, no. 3, pp. 137–144.
7. Mel'nik B. A. K voprosu o vlijanii poperechno-uglovyh kolebanij korpusa legkobronirovannyh kolesnyh mashin na tochnost' strel'by. *Mehanika ta mashinobuduvannya*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2012, no. 2, pp. 118–121.
8. Tanchenko A. Yu., Tkachuk M. A., Nabokov A. V., Grabovs'ky'j A. V., Malakej A. M. Neliniyni koly'vannya elementiv legkobron'ovany'x mashy'n: model'ni zadachi ta yakisni osobly'vosti. *Visny'k NTU «KhPI», seriya: Transportne mashy'nobuduvannya*. 2018, no. 29 (1305), pp. 108–128.
9. Jeng-Tzong C., Jia-Wei L., Kuen-Ting L. Analytical and numerical studies for solving Steklov eigenproblems by using the boundary integral equation method/boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020, vol. 114, pp. 136–147.
10. Zhang Y. P., Wang C. M., Pedrosa D. M., Zhang H. Extension of Hencky bar-net model for vibration analysis of rectangular plates with rectangular cutouts. *Journal of Sound and Vibration*. 2018, vol. 432, pp. 65–87.
11. Smetankina N. V., Shupikov A. N., Sotrikhin S. Yu., Yareschenko V. G. Dynamic response of an elliptic plate to impact loading. Theory and experiment. *International Journal of Impact Engineering*. 2007, vol. 34, no. 2, pp. 264–276.
12. Chakraverty S., Laxmi Behera. Free vibration of rectangular nanoplates using Rayleigh-Ritz method. *Physica E*. 2014, no. 56, pp. 357–363.
13. Datta N. A., Thekinen J. D. Rayleigh-Ritz based approach to characterize the vertical vibration of non-uniform hull girder. *Ocean Engineering*. 2016, no. 125, pp. 113–123.
14. Shia D., Liua T., Wangb Q., Lan Q. Vibration analysis of arbitrary straight-sided quadrilateral plates using a simple first-order shear deformation theory. *Results in Physics*. 2018, no. 11, pp. 201–211.
15. M. A. Tkachuk, A. V. Nabokov, A. V. Grabovs'ky'j, O. M. Rikunov, M. M. Tkachuk [et al.]. Analiz reakcii testovy'x prostorovy'x konstruk-cij korpusiv legkobron'ovany'x mashy'n na diyu seriyi impul'siv. *Visny'k NTU «KhPI», seriya: Mashy'noznavstvo ta SAPR*. 2020. no. 2. pp. 116–138.
16. Panovko Ja. G., Gubanova I. I. *Ustojchivost' i kolebanija uprugih sistem*. Moscow: Nauka, 1979. 384 p.

Надійшло (received) 22.02.2021

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola Mykolayovych)** – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e-mail: [m.tkachuk@tmm-sapr.org](mailto:m.tkachuk@tmm-sapr.org).

**Набоков Анатолій Володимирович (Набоков Анатолий Владимирович, Nabokov Anatoly)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; тел.: (057)707-69-02; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Литвиненко Олександр Віталійович (Литвиненко Александр Витальевич, Lytvynenko Olexandr)** – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Ткачук Ганна Володимирівна (Ткачук Анна Владимировна, Tkachuk Ganna)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0435-1847>. e-mail: [TkachuckAV@tmm-sapr.org](mailto:TkachuckAV@tmm-sapr.org)

**Рікунов Олег Миколайович (Рикунев Олег Николаевич, Rikunov Oleg)** – кандидат технічних наук, Національна академія Національної гвардії України, викладач кафедри «Експлуатація та ремонт автомобілів та бойових машин»; м. Харків, Україна; тел. (057) 7076902; e-mail: [rikunov317@ukr.net](mailto:rikunov317@ukr.net)

**Куценко Сергій Володимирович (Куценко Сергей Владимирович, Kutsenko Serhii)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна, e-mail: [skutsenko@tmm-sapr.org](mailto:skutsenko@tmm-sapr.org).

**Панченко Володимир Васильович (Панченко Владимир Васильевич, Panchenko Volodymyr)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. МІТ-220м, м. Харків, Україна; e-mail: [vovacherepovsky@gmail.com](mailto:vovacherepovsky@gmail.com)

**Кислиця Денис Валерійович (Кислиця Денис Валерьевич, Kyslytsia Denys)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. МІТ-219м, м. Харків, Україна; e-mail: [kislitsa2019@gmail.com](mailto:kislitsa2019@gmail.com)