

*А. Ю. ВАСИЛЬЄВ, С. В. КУЦЕНКО, М. А. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, О. Є. ШАТАЛОВ,  
І. О. ВОЛОШИНА, В. В. ТИМОФІЄНКО*

### **МОДЕЛЮВАННЯ ДІЇ УДАРНО-ХВИЛЬОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА КОРПУСНІ ЕЛЕМЕНТИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ**

Для дослідження впливу ударно-хвильового навантаження на корпусні елементи транспортних засобів розроблена постановка, яка враховує рухомий характер цього навантаження. Створено спеціалізовану параметричну скінченно-елементну модель макету корпусу бронетранспортера, що враховує особливості досліджуваного процесу. Задача визначення напружено-деформованого стану бронекорпусів розв'язується у статичній та динамічній постановках. Наведено просторово-часові розподіли компонент і характеристик напружено-деформованого стану дослідженого макету бронекорпусу бронетранспортера. Аналіз одержаних результатів досліджень у використаних постановках свідчать про необхідність розв'язання задачі у повній динамічній постановці із урахуванням можливості виникнення пластичних деформацій. Для визначення більш раціональних конструктивних рішень побудовано методологічну основу.

**Ключові слова:** напружено-деформований стан; бронетранспортер; бронекорпус; ударна хвиля; рухоме навантаження; макет; раціональне конструктивне рішення

*А. Ю. ВАСИЛЬЄВ, С. В. КУЦЕНКО, Н. А. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, О. Е. ШАТАЛОВ,  
И. А. ВОЛОШИНА, В. В. ТИМОФЕЕНКО*

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ УДАРНО-ВОЛНОВОЙ НАГРУЗКИ НА КОРПУСНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ**

Для исследования влияния ударно-волновой нагрузки на корпусные элементы транспортных средств разработана постановка, которая учитывает подвижный характер этой нагрузки. Создана специализированная параметрическая конечно-элементная модель макета корпуса бронетранспортера, которая учитывает особенности изучаемого процесса. Задача определения напружено-деформированного состояния бронекорпусов решается в статической и динамической постановках. Приведены пространственно-временные распределения компонент и характеристик напружено-деформированного состояния исследованного макета бронекорпуса бронетранспортера. Анализ полученных результатов исследований в используемых постановках свидетельствуют о необходимости решения задачи в полной динамической постановке с учетом возможности возникновения пластических деформаций. Для определения более рациональных конструктивных решений построена методологическая основа.

**Ключевые слова:** напружено-деформированное состояние; бронетранспортер; бронекорпус; ударная волна; подвижная нагрузка; макет; рациональное конструктивное решение

*A. VASILIEV, S. KUTSENKO, M. A. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, O. SHATALOV, I. VOLOSHYNA,  
V. TIMOFIENKO*

### **ACTION MODELING OF THE SHOCK-WAVE LOAD ON THE VEHICLES HULLS ELEMENTS**

To study the effect of shock wave load on the body elements of vehicles, a setting has been developed that takes into account the mobile nature of this load. A specialized parametric finite-element model of the body layout has been created armored-carrier, taking into account the peculiarities of the studied process. The problem of determining the stress-strain state armored-hulls solved in static and dynamic formulation. The space-time distributions of components and characteristics of the stress-strain state of the investigated model armored-carrier of armored hulls are given. The results of research in the used formulations indicate the need to solve the problem in a complete dynamic formulation with account for plastic deformations. This establishes a new methodology for the rational choice of engineering solutions.

**Keywords:** stress-strain state; armored carrier; armored hulls; shock wave; moving load; sample; rational constructive decision

**Вступ.** На корпуси транспортних засобів діють різноманітні навантаження. Зокрема, на корпуси транспортних засобів спеціального призначення чинять вплив ударно-хвильові навантаження від вибухів різних засобів (фугасні боеприпаси, ударні хвилі від вибухових пристроїв тощо). Відповідно, на етапах проектування необхідно здійснювати аналіз напружено-деформованого стану корпусів цих транспортних засобів на дію такого типу навантажень. Це викликає потребу у відповідних постановках, моделях та методах досліджень. На це спрямована подана робота.

**Аналіз публікацій за обраною тематикою.** Сучасний стан наукових досліджень за тематикою моделювання динамічних процесів у просторових конструкціях характеризується високим рівнем теоретичних розробок і засобів чисельного аналізу. У першу чергу це стосується власних частот і форм коливань, вимушених коливань конструкцій при дії навантажень різного часового розподілу [1, 2]. Разом із тим загальна постановка та методи розв'язання задач аналізу динамічних процесів при дії рухомих навантажень натеper у повному об-

сязі відсутні. Традиційні постановки такого типу задач [3] стосуються відносно простих об'єктів. Якщо ж мова іде про складні конструкції, то напрями такі підходи застосовані бути не можуть. Якщо ж звертатися до можливостей скінченно-елементного аналізу [4], то вони не надають прямих засобів розв'язання усіх поставлених задач такого типу. Більш того, у силу специфіки досліджуваних об'єктів необхідно мати у своєму розпорядженні, з одного боку, оперативний, а, з іншого, – достатньо точний інструмент досліджень їхнього динамічного напружено-деформованого стану при дії ударно-хвильового навантаження. При цьому застосування альтернативних та удосконалених засобів досліджень [5–10] також не усуває проблем, що виникають. Разом із тим слід зазначити, що уже запропоновані раніше підходи [11–14], які дають перспективу розвитку та реалізації стосовно широкого класу подібних конструкцій.

Таким чином, можна зробити загальний висновок про актуальність розроблення підходів, моделей та ме-

© А. Ю. Васильєв, С. В. Куценко, М. А. Ткачук,  
А. В. Грабовський, О. Є. Шаталов, І. О. Волошина,  
В. В. Тимофієнко, 2021

тодів досліджень напружено-деформованого стану просторових конструкцій під дією рухомого навантаження.

Це, а також здійснення таких досліджень, становить мету роботи.

**Базові підходи, моделі та методи досліджень напружено-деформованого стану корпусних елементів транспортних засобів при дії ударно-хвильового навантаження.** Основною методологічною проблемою, яка виникає при постановці задачі, що розглядається, є спосіб моделювання рухомого навантаження на складну конструкцію. Це навантаження має низку особливостей. По-перше, воно рухоме. Тобто замість незмінного просторового та змінного часового розподілу таке навантаження є змінним просторово-часовим, тобто змінюваним у часі та області прикладання. По-друге, варійованим є напрямок руху ударної хвилі. По-третє, варійованим є також розподіл надлишкового тиску у фронті ударної хвилі.

Підхід та модель, що розробляється, передбачають як варійовані, окрім проектних схем, компоновки і параметрів елементів корпусу та бойової машини в цілому, ще й умови бойового застосування та режими дії чинників ураження. Що стосується засобів чисельного моделювання, то вони базуються на залученні методу скінченних елементів із доповненням спеціальними модулями, які формують рухоме навантаження на корпусні елементи транспортних засобів. Зокрема, із цією метою залучені та удосконалені моделі поетапного прикладання розподіленого рухомого навантаження на просторові скінченно-елементні моделі, які започатковані у роботах [11–14]. Основна ідея такого підходу – це розбиття часового інтервалу дискретизації на інтервали, які не більші чверті періоду власних коливань конструкції. Таким чином, на конструкцію накладаються рухома смуга навантаження. При цьому можуть бути задіяні усі можливості аналізу динамічного напружено-деформованого стану, які нада-

ють сучасні пакети типу ANSYS, Femap, Abaqus тощо.

**Тестові моделі та результати досліджень динамічного напружено-деформованого стану макетів корпусів бронетранспортеру БТР-3Е.** При дії інтенсивних навантажень у бронекорпусах бронетранспортерів БТР-3Е можливе виникнення пластичних деформацій. Для аналізу характеру реакції таких складних конструкцій на початкових етапах досліджень доцільно залучати не реальні, а тестові варіанти (макети, що відтворюють форму і структуру корпусу, проте, на відміну від реальних, мають умовні товщини зовнішніх панелей та елементів внутрішньої силової структури). Для аналізу напружено-деформованого стану макетів цих бронекорпусів, виготовлених із сталевих панелей із заданою умовно постійною товщиною 6,8 мм у всіх проекціях, були здійснені їх модельні дослідження при дії ударної хвилі із надлишковим тиском 60 кПа у фронті.

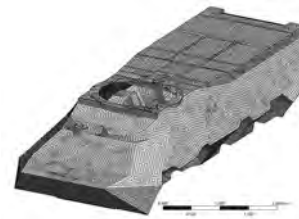
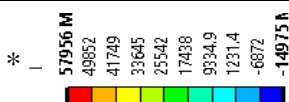


Рисунок 1 – Скінченно-елементна сітка тестового макету корпусу БТР-3Е

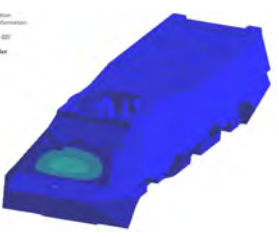
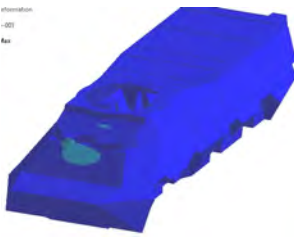
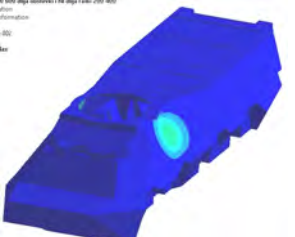
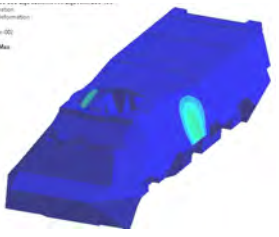
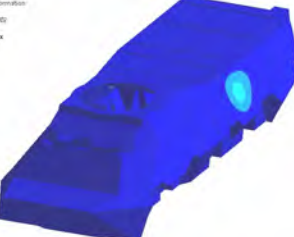
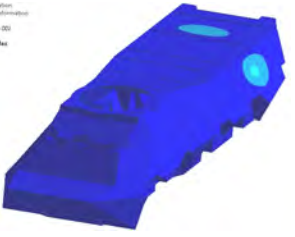
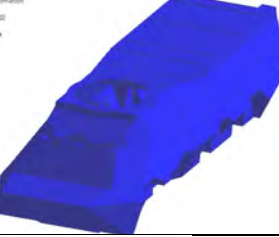
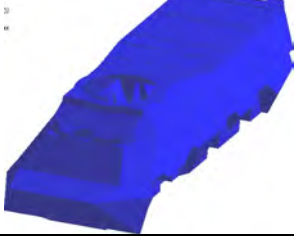
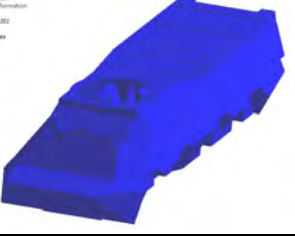
На рис. 1 наведена скінченно-елементна сітка тестового макету корпусу БТР-3Е: елементів – 33,5 тис., вузлів – 30 тис., монотовщина – 6,8мм, а в табл. 1–8 та на рис. 2, 3 – результати досліджень для варіантів у квазістатичній (тобто покровковий статичний аналіз без урахування інерційних сил, але зі змінною областю навантаження) та у повній динамічній постановці.

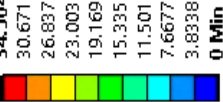
Таблиця 1 – Розподіл тиску (Па) при проходженні ударної хвилі (60 кПа) залежно від часу (с) \*

Момент часу, с	Розподіл тиску, Па	Момент часу, с	Розподіл тиску, Па	Момент часу, с	Розподіл тиску, Па
$3,333 \cdot 10^{-6}$		$3 \cdot 10^{-3}$		$6,3333 \cdot 10^{-3}$	
$9,6667 \cdot 10^{-3}$		$1,3 \cdot 10^{-2}$		$1,6333 \cdot 10^{-2}$	
$1,9667 \cdot 10^{-2}$		$2,3 \cdot 10^{-2}$		$2,6333 \cdot 10^{-2}$	


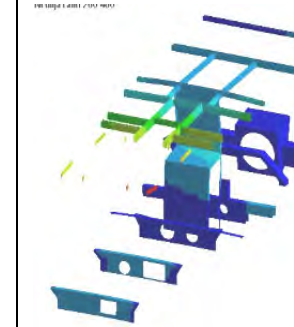
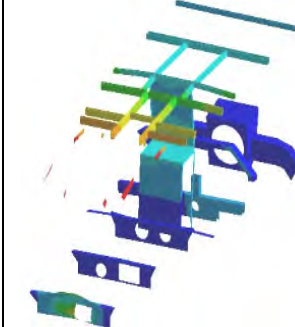
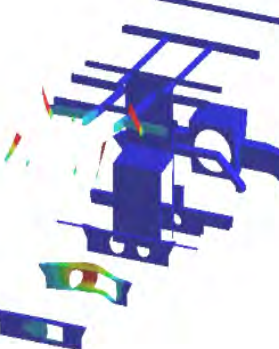
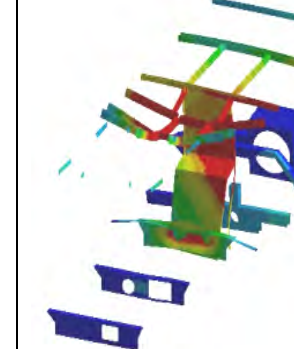
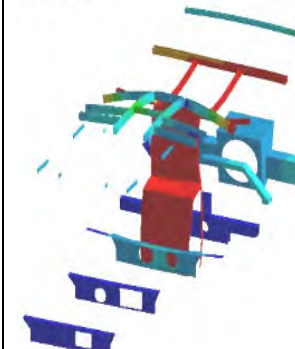


Таблиця 2 – Повні переміщення точок корпусу макету (мм) залежно від часу (с) (квазістатичне навантаження, максимальні переміщення – 34,504 мм)\*

Момент часу, с	Повні переміщення точок корпусу макету, мм	Момент часу, с	Повні переміщення точок корпусу макету, мм	Момент часу, с	Повні переміщення точок корпусу макету, мм
$3,7037 \cdot 10^{-3}$		$7,4074 \cdot 10^{-3}$		$1,1111 \cdot 10^{-2}$	
$1,4815 \cdot 10^{-2}$		$1,8519 \cdot 10^{-2}$		$2,2222 \cdot 10^{-2}$	
$2,592 \cdot 10^{-2}$		$2,963 \cdot 10^{-2}$		$3,3333 \cdot 10^{-2}$	

\*  34.504  
30.671  
26.837  
23.003  
19.169  
15.335  
11.501  
7.6677  
3.8338  
0 Min

Таблиця 3 – Повні переміщення (мм) у елементах силової структури макета корпусу залежно від часу (с) (квазістатичне навантаження, максимальні переміщення – 34,504 мм)\*

Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм
$2,0 \cdot 10^{-3} **$		$3,7037 \cdot 10^{-3}$		$7,4074 \cdot 10^{-3}$	
$1,1111 \cdot 10^{-2}$		$1,4815 \cdot 10^{-2}$		$1,8519 \cdot 10^{-2}$	

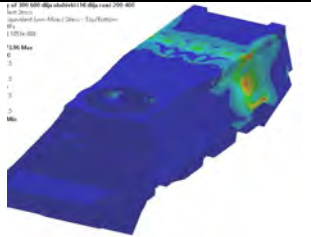
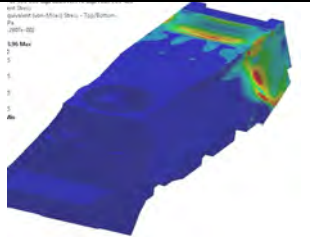
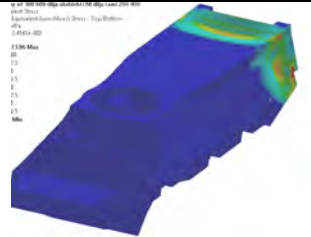
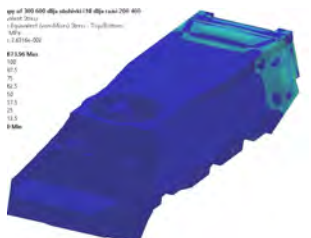
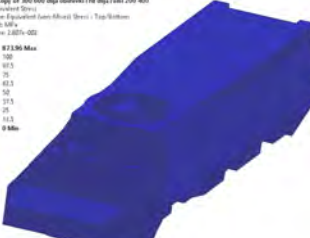
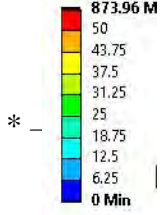


Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм
$2,2222 \cdot 10^{-2}$		$2,5926 \cdot 10^{-2}$		$3,3333 \cdot 10^{-2}$	

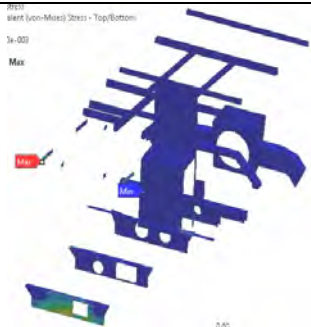

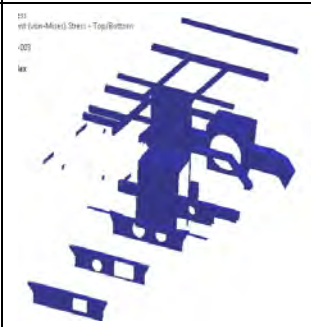
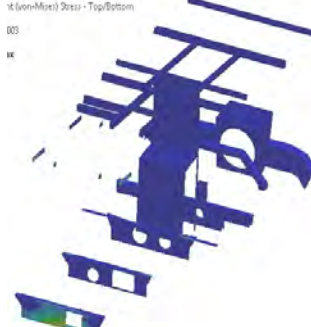


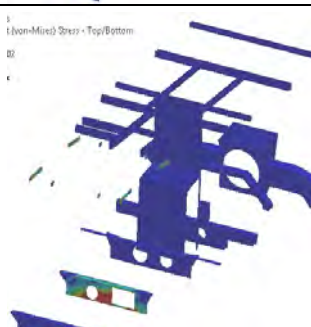
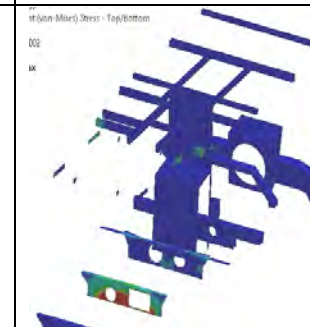
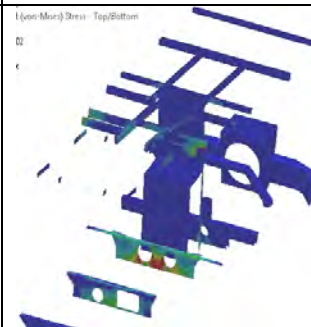


Таблиця 4 – Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) у елементах макета корпусу залежно від часу (с) (квазістатичне навантаження, максимальне напруження – 873,96 МПа) \*

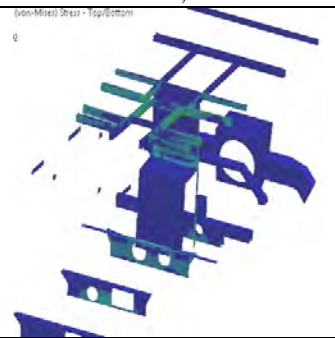
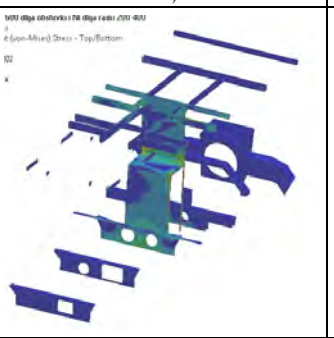
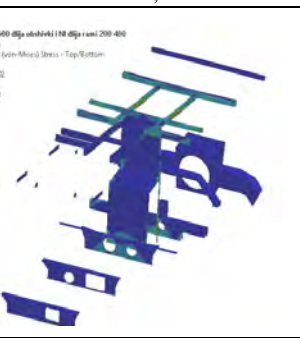

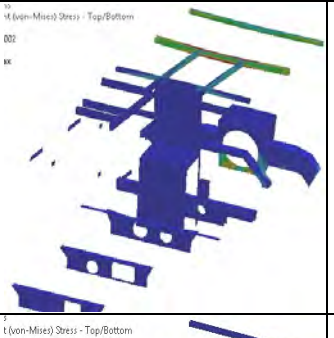

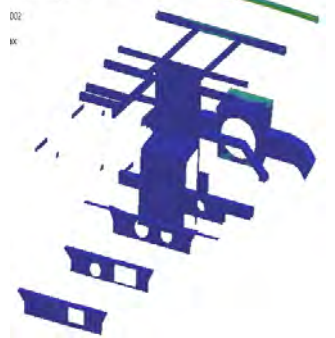
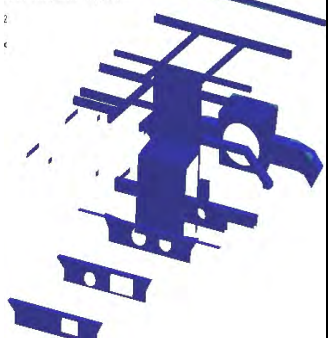
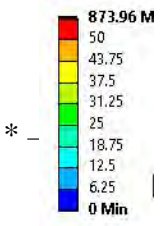
Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
$5,333 \cdot 10^{-3}$		$1,7544 \cdot 10^{-3}$		$3,5088 \cdot 10^{-3}$	
$5,2632 \cdot 10^{-3}$		$7,0175 \cdot 10^{-3}$		$8,7719 \cdot 10^{-3}$	
$1,0526 \cdot 10^{-2}$		$1,2281 \cdot 10^{-2}$		$1,4035 \cdot 10^{-2}$	
$1,5789 \cdot 10^{-2}$		$1,7544 \cdot 10^{-2}$		$1,9298 \cdot 10^{-2}$	

Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
$2,1053 \cdot 10^{-2}$		$2,2807 \cdot 10^{-2}$		$2,4561 \cdot 10^{-2}$	
$2,6316 \cdot 10^{-2}$		$2,807 \cdot 10^{-2}$			 <p>873.96 M 50 43.75 37.5 31.25 25 18.75 12.5 6.25 0 Min</p>

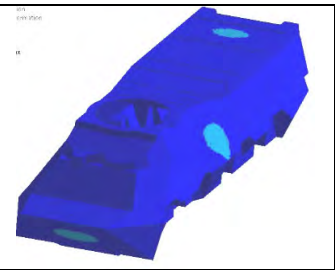
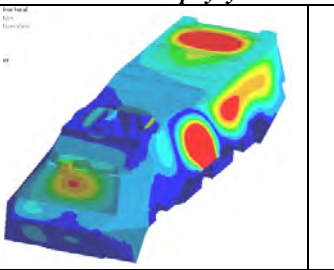
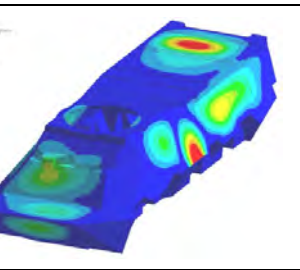
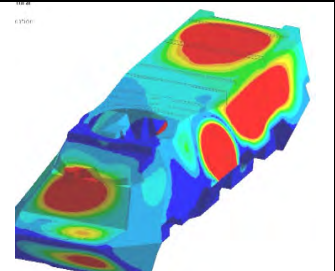
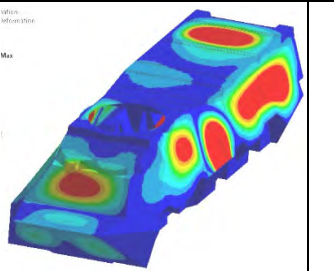
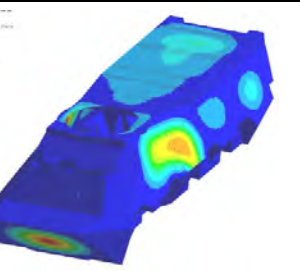
Таблиця 5 – Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) у елементах макета корпусу та силової структури макета корпусу (квазістатичне навантаження, максимальне напруження – 873,96 МПа) \*

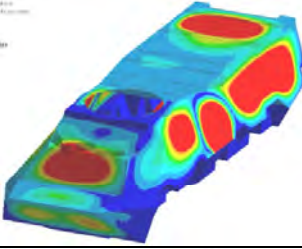
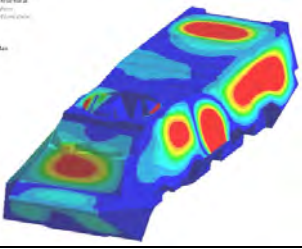
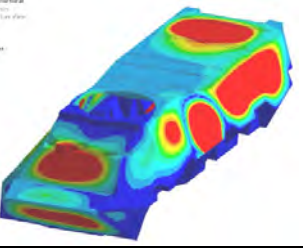
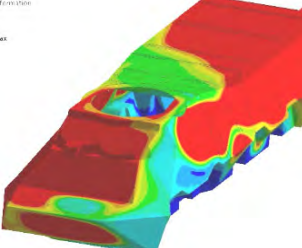
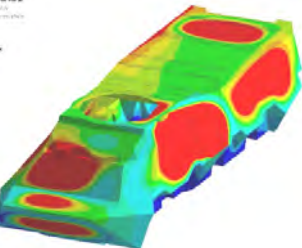
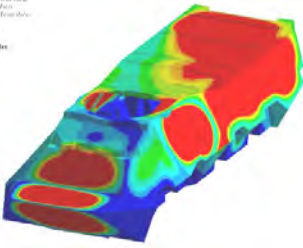
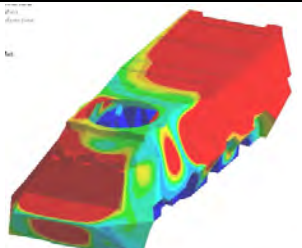
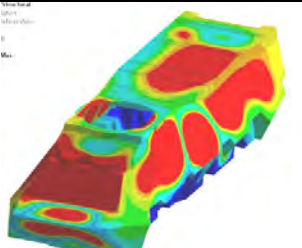
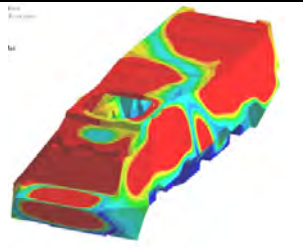
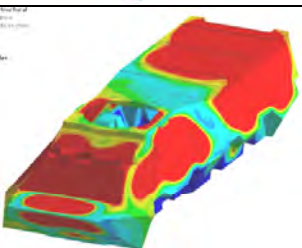
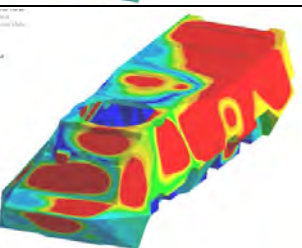
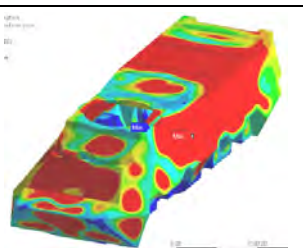
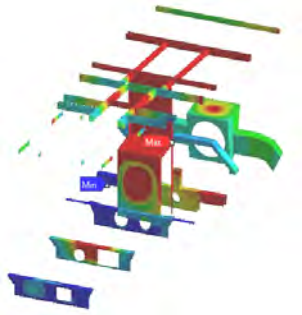
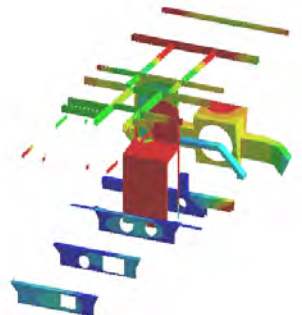
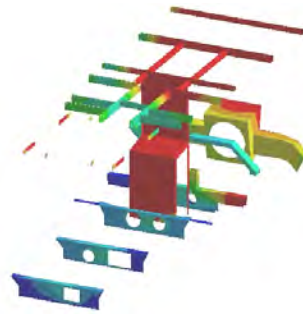
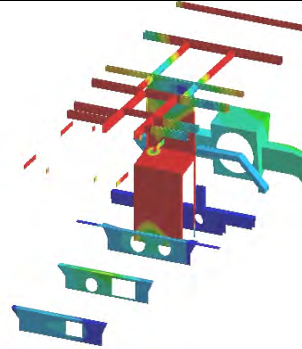
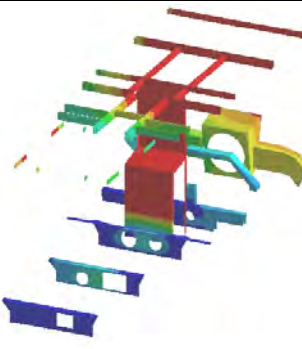
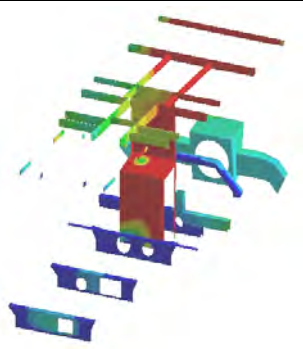
Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
$5,333 \cdot 10^{-3}$		$1,7544 \cdot 10^{-3}$		$3,5088 \cdot 10^{-3}$	
$5,2632 \cdot 10^{-3}$		$7,0175 \cdot 10^{-3}$		$8,7719 \cdot 10^{-3}$	
$1,0526 \cdot 10^{-2}$		$1,2281 \cdot 10^{-2}$		$1,4035 \cdot 10^{-2}$	



Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
$1,5789 \cdot 10^{-2}$		$1,7544 \cdot 10^{-2}$		$1,9298 \cdot 10^{-2}$	
$2,1053 \cdot 10^{-2}$		$2,2807 \cdot 10^{-2}$		$2,4561 \cdot 10^{-2}$	
$2,6316 \cdot 10^{-2}$		$2,807 \cdot 10^{-2}$			 <p>873.96 M 50 43.75 37.5 31.25 25 18.75 12.5 6.25 0 Min</p>

Таблиця 6 – Повні переміщення точок макета корпусу та елементів силової структури макета корпусу (мм) залежно від часу (с) (динамічне навантаження, максимальні переміщення – 10,997 мм)\*

Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм
<i>для точок макета корпусу</i>					
1,9697		1,667		1,5657	
1,4646		1,1313		1,2626	

Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм
1,2121		1,1616		1,0606	
0,909		0,808		0,7576	
0,6566		0,5556		0,505	
0,303		0,1515		$2,33 \cdot 10^{-2}$	
<b>елементів силової структури макета корпусу</b>					
$2,33 \cdot 10^{-2} **$		0,202		0,3535	
0,505		0,6566		0,7576	



Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм	Момент часу, с	Повні переміщення, мм
0,9597		1,061		1,263	
1,414		1,818		1,8687	



Таблиця 7 – Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) у елементах макета корпусу залежно від часу (с) (динамічне навантаження, залежно від часу (с), максимальні напруження – 410,58 МПа) \*

Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
$5,051 \cdot 10^{-2}$		0,101		0,152	
0,2525		0,404		0,303	
0,505		0,6566		0,808	

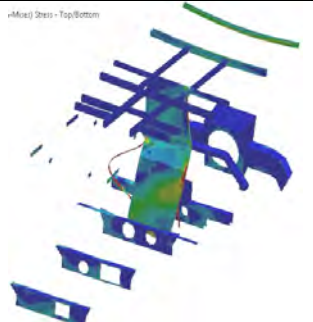
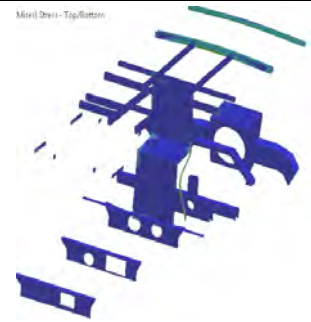
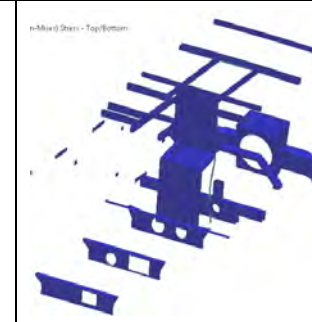


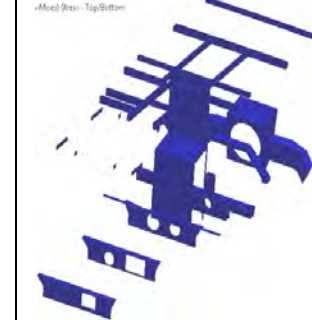


Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
1,579·10 <sup>-2</sup>		0,96		1,01	
1,06		1,212		0,313	
1,465		1,616		1,717	



Таблиця 8 – Еквівалентні напруження за Мізесом (МПа) в елементах силової структури макета корпусу залежно від часу (с) (динамічне навантаження, максимальні напруження – 350,13 МПа)\*

Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
5,051·10 <sup>-2</sup>		0,101		0,202	
0,354		0,505		0,657	

Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа	Момент часу, с	Еквівалентні напруження за Мізесом, МПа
0,808		1,465		1,5657	
1,6162		1,667		1,7677	

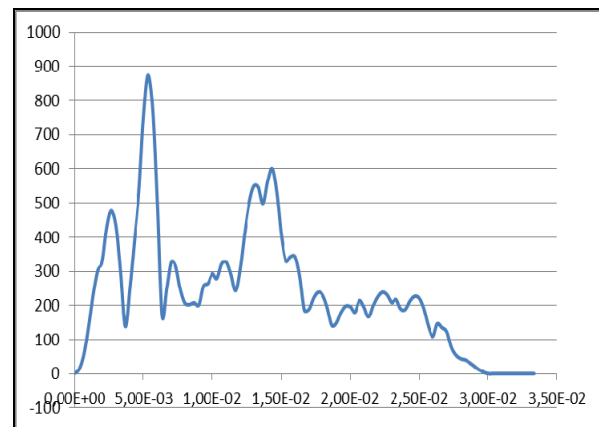
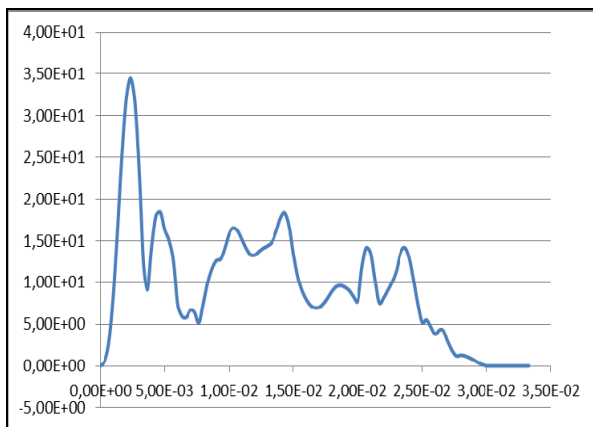
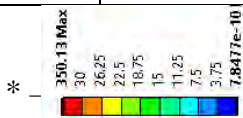


Рисунок 2 – Розподіл компонент НДС у макеті корпусу у часі (с) (квазістатичне навантаження):  
*a* – максимальні повні переміщення (мм); *б* – максимальні еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)

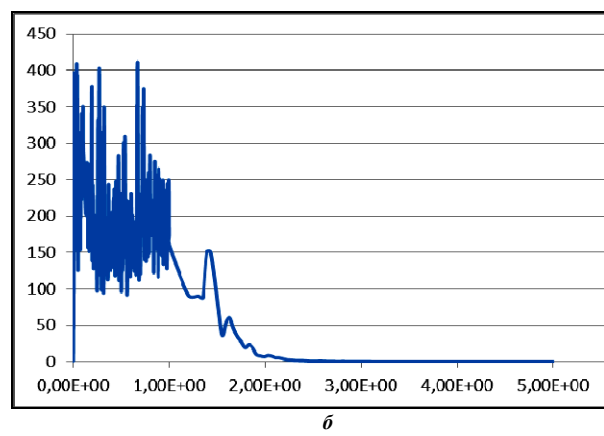
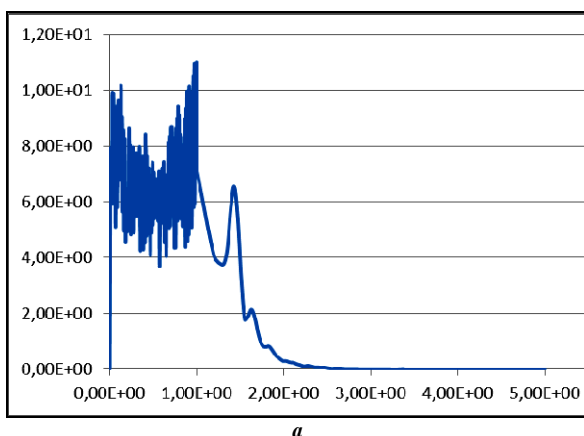


Рисунок 3 – Розподіл компонент НДС у макеті корпусу у часі (с) (динамічне навантаження):  
*a* – максимальні повні переміщення (мм); *б* – максимальні еквівалентні напруження за Мізесом (МПа)

**Аналіз результатів та висновки.** Аналіз результатів визначення напружено-деформованого стану макету дослідженого бронекорпусу свідчить про те, що для варіанту квазістатичної постановки спостерігається, так би мовити, «последовна» реакція конструкції на дію серії навантажень, що послідовно зміщуються. Навпаки, для варіанту повної динамічної постановки спостерігається наявність розвинених динамічних процесів по всій конструкції.

Для усіх модельних задач отримані значення прогинів панелей у 34,5 мм («квазістатика») і 11,0 мм («динаміка»), а еквівалентних напружень – 874,0 МПа («квазістатика») і 410,6 МПа («динаміка»). Таким чином, динамічна постановка суттєво знижує рівень обчислених напружень у корпусі.

Як засвідчує аналіз одержаних результатів досліджень, для бронекорпусів необхідно здійснювати дослідження напружено-деформованого стану при дії рухомого ударно-хвильового навантаження у повній динамічній постановці із урахуванням можливості виникнення пластичних деформацій. Для визначення більш раціональних конструктивних рішень потрібні відповідні дослідження, методологічну основу для яких уже побудовано.

#### Список літератури

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. *Теория колебаний*. 2-е изд., перераб. и испр. Москва: Наука, 1981. 918 с.
2. Бабаков И. М. *Теория колебаний*. Москва: Дрофа, 2004. 591 с.
3. Пановко Я. Г., Губанова И. И. *Устойчивость и колебания упругих систем*. Москва: Наука, 1979. 384 с.
4. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p. ISBN: 1856176339
5. Alexandre de M. Wahrhaftig, Reyolando M.L.R.F. Brasil. Vibration analysis of mobile phone mast system by Rayleigh method. *Applied Mathematical*. 2016. Modelling 000. P. 1–16.
6. Senjanović I., Alujević N., Čatipović I., Čakmak D., Vladimir N. Vibration analysis of rotating toroidal shell by the Rayleigh-Ritz method and Fourier series. *Engineering Structures*. 2018. 173. P. 870–891.
7. Chakraverty S., Laxmi Behera. Free vibration of rectangular nanoplates using Rayleigh-Ritz method. *Physica E*. 2014. 56. P. 357–363.
8. Oliveri V., Milazzo A. A Rayleigh-Ritz approach for postbuckling analysis of variable angle tow composite stiffened panels. *Computers & Structures*. 2018. Volume 196. P. 263–276.
9. Qinghua S., Jiahao S., Zhanqiang L. Vibration analysis of functionally graded plate with a moving mass. *Applied Mathematical Modelling*. 2017. Volume 46. P. 141–160.
10. Datta N. A., Thekinen J. D. Rayleigh-Ritz based approach to characterize the vertical vibration of non-uniform hull girder. *Ocean Engineering*. 2016. 125. P. 113–123.
11. Васильев А. Ю., Веретельник О. В., Танченко А. Ю., Мартыненко А. В., Грабовский А. В. Моделирование воздействия газодинамических нагрузок на корпуса боевых бронированных машин. *Механіка та машинобудування. Науково-*

*технічний журнал*. Харків: НТУ «ХПІ». 2014. № 1. С. 68–74.

12. Бісик С. П., Чепков І. Б., Голуб В. А., Ларін О. Ю. Дослідження вибухового навантаження V подібної моделі днища бойової машини. *ЦНДІ ОВТ ЗСУ. Збірник наук. праць*. Київ.: ЦНДІ ОВТ. 2012. Вип. 1 (22). С. 232–240.
13. Бісик С. П., Голуб В. А., Корбач В. П. Числове вирішення задачі ударно-хвильового навантаження пластини. *Військово-технічний збірник. Академія Сухопутних військ*. Львів: АСВ. 2011. Вип. 2 (5). С. 3–6.
14. Бісик С. П., Круковський-Сіневич К. Б., Чепков І. Б. [та ін.]. Дослідження навантаження вибухом макетів днищ бойових машин. *Механіка та машинобудування. Науково-технічний журнал*. Харків: НТУ «ХПІ». 2012. № 2. С. 110–118.

#### References (transliterated)

1. Andronov A. A., Vitt A. A., Hajkin S. Je. *Teorija kolebanij*. 2-e izd., pererab. i ispr. Moscow: Nauka, 1981. 918 p.
2. Babakov I. M. *Teorija kolebanij*. Moscow: Drofa, 2004. 591 p.
3. Panovko Ja. G., Gubanova I. I. *Ustojchivost' i kolebanija uprugih sistem*. Moscow: Nauka. 1979. 384 p.
4. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p. ISBN: 1856176339
5. Alexandre de M. Wahrhaftig, Reyolando M.L.R.F. Brasil. Vibration analysis of mobile phone mast system by Rayleigh method. *Applied Mathematical*. 2016. Modelling 000. pp. 1–16.
6. Senjanović I., Alujević N., Čatipović I., Čakmak D., Vladimir N. Vibration analysis of rotating toroidal shell by the Rayleigh-Ritz method and Fourier series. *Engineering Structures*. 2018, 173, pp. 870–891.
7. Chakraverty S., Laxmi Behera. Free vibration of rectangular nanoplates using Rayleigh-Ritz method. *Physica E*. 2014, no. 56, pp. 357–363.
8. Oliveri V., Milazzo A. A Rayleigh-Ritz approach for postbuckling analysis of variable angle tow composite stiffened panels. *Computers & Structures*. 2018, Volume 196, pp. 263–276.
9. Qinghua S., Jiahao S., Zhanqiang L. Vibration analysis of functionally graded plate with a moving mass. *Applied Mathematical Modelling*. 2017, Volume 46, pp. 141–160.
10. Datta N. A., Thekinen J. D. Rayleigh-Ritz based approach to characterize the vertical vibration of non-uniform hull girder. *Ocean Engineering*. 2016, no. 125, pp. 113–123.
11. Vasil'ev A. Ju., Veretel'nik O. V., Tanchenko A. Ju., Martynenko A. V., Grabovskij A. V. Modelirovanie vozdeystvija gazodinamicheskikh nagruzok na korpusa boevykh bronirovannyh mashin.. *Mexanika ta mashy'nobuduvannya. Naukovo-texnichny'j zhurnal*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2014, no. 1, pp. 68–74.
12. Bisy'k S. P., Chepkov I. B., Golub V. A., Larin O. Yu. Doslidzhennya vy'buxovogo navantazhennya V podobnoyi modeli dny'shha bojovoyi mashy'ny'. *CzNDI OVT ZSU. Zbirny'k nauk. prac'z*. Ky'yiv.: CzNDI OVT. 2012, vol. 1 (22), pp. 232–240.
13. Bisy'k S. P., Golub V. A., Korbach V. P. Chy'slove vy'rishennya zadachi udarno-xvy'l'ovogo navantazhennya plasty'ny'. *Vijs'kovo-texnichny'j zbirny'k. Akademiya Suxoputny'x vijs'k*. L'viv: ASV. 2011, vol. 2 (5), pp. 3–6.
14. Bisy'k S. P., Krukovs'ky'j-Sinevy'ch K. B., Chepkov I. B. [ta in.]. Dosli-dzhennya navantazhennya vy'buxom maketiv dny'shh bojovy'x mashy'n. *Mexanika ta mashy'nobuduvannya. Naukovo-texnichny'j zhurnal*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2012, no. 2, pp. 110–118.

Надійшла (received) 25.04.2021

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Васильєв Антон Юрійович (Васильєв Антон Юрьевич, Vasiliev Anton)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8106-0950>; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

**Кущенко Сергій Володимирович (Кущенко Сергей Владимирович, Kutsenko Serhii)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м Харків, Україна, e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org.

**Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, про-



фесор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Шаталов Олег Євгенович (Шаталов Олег Евгеньевич, Shatalov Oleg)** – кандидат технічних наук, Національна Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, доцент кафедри бронетанкової техніки, м. Львів, тел. 097-457-38-31, <http://orcid.org/0000-0001-8941-8734>, e-mail: [shatl-oleg-ua@ukr.net](mailto:shatl-oleg-ua@ukr.net)

**Волошина Ірина Олександрівна (Волошина Ирина Александровна, Voloshyna Iryna)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студентка гр. МІТ-218м, м Харків, Україна; e-mail: [s1802@tmm-sapr.org](mailto:s1802@tmm-sapr.org).

**Тимофієнко Вадим Вадимович (Тимофеенко Вадим Вадимович, Timofienko Vadim)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. МІТ-218м, м Харків, Україна; e-mail: [s1802@tmm-sapr.org](mailto:s1802@tmm-sapr.org).