

*М. А. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. М. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСЬКА, Г. В. ТКАЧУК,  
Н. А. ДЬОМІНА, О. А. ІЩЕНКО, Д. В. МОСНІЦЬКА, І. О. ВОЛОШИНА, В. В. ТРЕТЯК*

### **РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ**

У роботі на прикладі деталей розділових штампів здійснено розрахунково-експериментальний аналіз контактної взаємодії елементів технологічних систем. З цією метою побудовані параметричні моделі системи контактуючих тіл. Паралельно здійснено чисельні та експериментальні дослідження напружено-деформованого стану і контактної взаємодії досліджуваних об'єктів. Це дає змогу установити особливості розподілу компонент напружено-деформованого стану та контактної тиску у сполученні тіл. Отримані експериментальні результати є основою для визначення параметрів скінченно-елементних моделей за критерієм точності чисельного моделювання контактної взаємодії елементів технологічних систем.

**Ключові слова:** технологічне оснащення; розрахунково-експериментальний аналіз; контактна взаємодія; напружено-деформований стан; елемент штампного оснащення

*Н. А. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. Н. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСКАЯ, А. В. ТКАЧУК,  
Н. А. ДЕМИНА, О. А. ИЩЕНКО, Д. В. МОСНИЦЬКА, И. О. ВОЛОШИНА, В. В. ТРЕТЬЯК*

### **РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ**

В работе на примере деталей разделительных штампов осуществлен расчетно-экспериментальный анализ контактного взаимодействия элементов технологических систем. С этой целью построены параметрические модели системы контактирующих тел. Параллельно осуществлены многочисленные и экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния и контактного взаимодействия исследуемых объектов. Это позволяет установить особенности распределения компонент напряженно-деформированного состояния и контактного давления при контакте тел. Полученные экспериментальные результаты являются основой для определения параметров конечно-элементных моделей по критерию точности численного моделирования контактного взаимодействия элементов технологических систем.

**Ключові слова:** технологічне оснащення; розрахунково-експериментальний аналіз; контактна взаємодія; напружено-деформований стан; елемент штампного оснащення

*М.А. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСКИЙ, М. М. ТКАЧУК, М. САВЕРСКА, Г. ТКАЧУК, Н. ДОМИНА,  
О. ИЩЕНКО, Д. МОСНИЦКА, И. ВОЛОШЫНА, В. ТРЕТЯК*

### **COMPUTATIONAL-EXPERIMENTAL ANALYSIS OF CONTACT INTERACTION BETWEEN TECHNOLOGICAL SYSTEMS PARTS**

In the work on the example of parts of dividing dies the calculation-experimental analysis of contact interaction of elements of technological systems is carried out. For this purpose, parametric models of the system of contacting bodies are constructed. Numerical and experimental studies of the stress-strain state and contact interaction of the studied objects were performed in parallel. This makes it possible to establish the features of the distribution of the components of the stress-strain state and the contact pressure in the connection of bodies. The obtained experimental results are the basis for determining the parameters of finite-element models by the criterion of accuracy of numerical modeling of contact interaction of elements of technological systems.

**Ключові слова:** технологічне оснащення; розрахунково-експериментальний аналіз; контактна взаємодія; напружено-деформований стан; елемент штампного оснащення

**Вступ.** Технологічні системи сучасного машинобудування мають забезпечувати, з одного боку, підвищену продуктивність при обробці деталей, а з іншого, – високу точність виконання технологічних операцій. Задля цього залучається передове технологічне обладнання (верстати із чисельним програмним керуванням, преси, термопласти-автомати тощо). Це обладнання якраз і забезпечує підвищені точність оброблення деталей та продуктивність. У той же час, у технологічних системах присутні й інші елементи, які теж впливають на працездатність, жорсткість, точність, міцність та довговічність цих систем у цілому. Зокрема, це – технологічне оснащення та інструмент. Тому важливо, щоби сучасні технологічні системи формувалися за принципом збалансованості характеристик окремих їх складових. Відповідно, виникають суперечливі вимоги, наприклад, до верстатних пристосувань, штампів, прес-форм тощо. Зокрема, від них вимагають зниження металоємності, підвищення

міцності та жорсткості. Враховуючи, що елементи оснащення містять у своєму складі низку деталей, які контактують за співпадаючими поверхнями, необхідно враховувати також чинник контактної взаємодії. Таким чином, природним чином набувають актуальності задачі аналізу напружено-деформованого стану і контактної взаємодії елементів технологічних систем, що розглядаються у роботі на прикладі деталей розділових штампів холодного листового штампування.

**Аналіз існуючих моделей та методів дослідження контактної взаємодії елементів конструкцій.** Для аналізу напружено-деформованого стану (НДС) елементів конструкцій із урахуванням контактної взаємодії натеper застосовуються різноманітні моделі та методи. Зокрема, базові підходи до постановок та

© М. А. Ткачук, А. В. Грабовський, М. М. Ткачук,  
М. С. Саверська, Г. В. Ткачук, Н. А. Дьоміна,  
О. А. Іщенко, Д. В. Мосніцька, І. О. Волошина,  
В. В. Третяк, 2020

розв'язання задач про контактну взаємодію містяться у монографії [1]. На розвиток класичних постановок таких задач створені варіаційні формулювання [2, 3]. У багатьох сучасних публікаціях у моделі контактної взаємодії тіл залучені різні додаткові чинники. Зокрема, у роботах [4–7] урахована контактна жорсткість, що зумовлена шорсткістю поверхні. У публікаціях [8–13] ураховується адгезія між поверхнями контактуючих тіл. У роботі [14] ураховано вплив тертя. У роботі [15] розглянуто контакт тіл за наявності нелінійного вінклерового проміжного шару. Серед чисельних методів дослідження контактної взаємодії увагу привертають методи граничних та скінченних елементів (МГЕ та МСЕ) [16, 17]. Разом із тим, сприймаючи той об'єктивний стан, що за тематикою досліджень контактної взаємодії елементів конструкцій є багато розробок, слід визначити, що відсутні завершені моделі, методи та засоби для розв'язання усієї сукупності задач, що постають перед дослідниками.

Визначена обставина породжує декілька шляхів розвитку традиційних та нових постановок у напрямку аналізу напружено-деформованого стану елементів конструкцій із урахуванням їх контактної взаємодії.

Одним із таких напрямків є розвиток методів та моделей досліджень стосовно повного класу конструкцій (наприклад, штампового оснащення [18–21]). Іншим напрямком є розроблення комбінованих моделей та методів досліджень [22–26]. Вони базуються на залученні та розвитку аналітичних, напіваналітичних та розрахунково-

експериментальних методів досліджень.

Із розглянутих публікацій привертає увагу підхід, що базується на принципах паралельного здійснення чисельних та експериментальних досліджень. Цей підхід, зокрема, отримав певний розвиток у роботі [27]. Його перевагами є поєднання потужних можливостей сучасних чисельних методів, з одного боку, та верифікація параметрів чисельних моделей експериментальним шляхом, – з іншого.

На розвиток цього підходу спрямовано матеріал статті, викладений нижче.

**Аналіз попередніх досліджень напружено-деформованого стану контактуючих елементів конструкцій.** Розглянемо, слідуючи [27], результати досліджень напружено-деформованого стану контактуючих елементів конструкцій на прикладі елементів штампового оснащення (ЕШО).

Як зазначається у роботі [27], обширний аналіз попередніх та авторських досліджень міститися у роботі [18]. Відзначається, що спрощені традиційні аналітичні моделі мають суттєві недоліки. Натомість чисельні моделі (у першу чергу – із залученням методу скінченних елементів) не завжди відтворюють реальні граничні умови у зонах сполучення [28–30]. Тому для розуміння сутності фізичних процесів у зоні контактування елементів штампового оснащення широко застосовуються експериментальні методи. Так, у роботі [18] наведені приклади результатів досліджень напружено-деформованого стану елементів штампів методами фотопружності (рис. 1, 2), контактних відбитків (рис. 3), голографічної інтерферометрії (рис. 4, 5) та тензометрії (рис. 6).

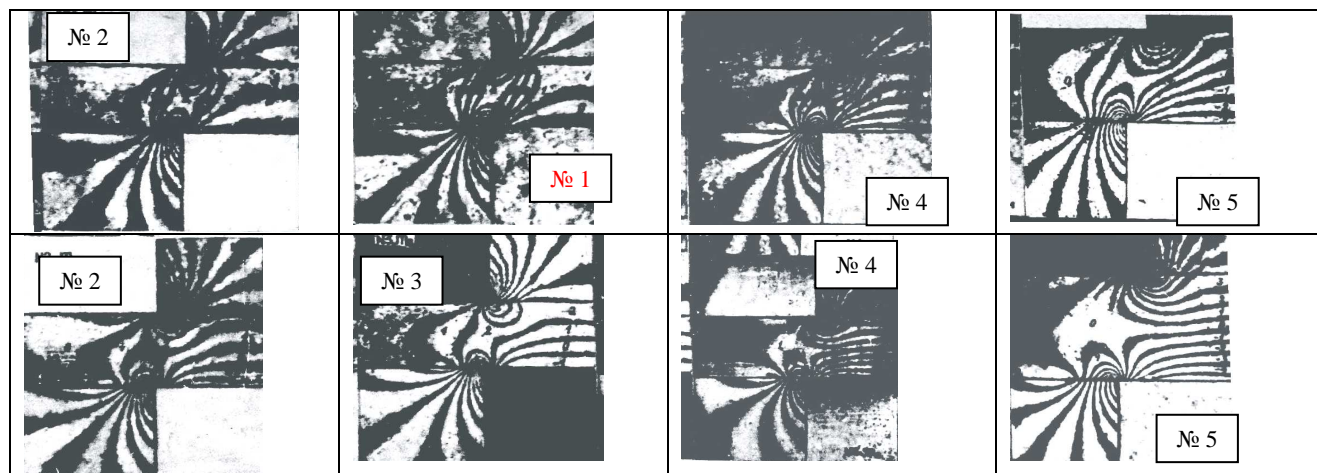


Рисунок 1 – Приклади картин ізодром, які отримані на моделях при різних величинах відносного зазору і зусиль штампування  $P$  [18]:

$N1: t = 5 \text{ мм}, z = 0\%, P = 120 \text{ Н}; N2: t = 5 \text{ мм}, z = 15\%, P = 120 \text{ Н};$   
 $N3: t = 5 \text{ мм}, z = 30\%, P = 120 \text{ Н}; N4: t = 10 \text{ мм}, z = 40\%, P = 240 \text{ Н};$   
 $N5: t = 15 \text{ мм}, z = 50\%, P = 360 \text{ Н}$

Ці ілюстративні матеріали та аналіз результатів експериментальних досліджень дають підстави для таких висновків:

1) у зоні контактування елементів технологічної системи «пуансон – матеріал, що штампується – матриця» відбувається концентрація контактного тиску та напружень у районі різальних кромки;

2) на баланс переміщень у області різальних кромки суттєво впливає напружено-деформований стан усіх елементів досліджуваної системи;

3) характер часового розподілу сил, що діють у досліджуваній системі, у цілому відтворює картину діаграми розтягнення матеріалу, що штампується.

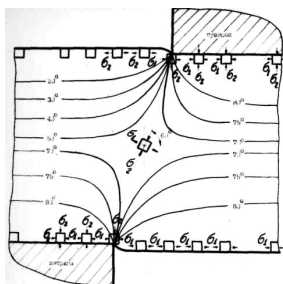


Рисунок 2 – Картина ізоклин у полі моделі  
( $t = 15$  мм,  $z = 50\%$ ,  $P = 360$  Н) [18]

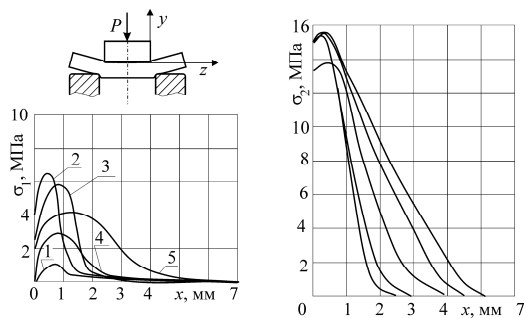


Рисунок 3 – Розподіл головних напружень по поверхні контакту заготовки з матрицею ( $x$  – віддалення від кромки матриці) [18]

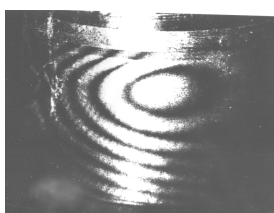


Рисунок 4 –  
Інтерферограма матриці  
при перепаді тиску  
 $\Delta P = 13,5$  кН (від  
31,25 кН до 17,75 кН) [18]



Рисунок 5 – Інтерферограма  
пуансона при перепаді тиску  
 $\Delta P = 31,25$  кН (від 62,5 кН до  
31,25 кН) [18]

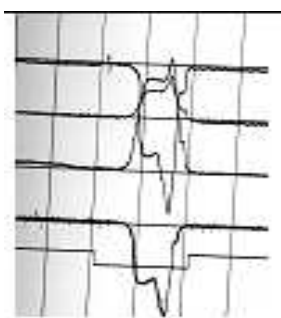


Рисунок 6 – Типова осцилограма процесу вирубки  
(розподіл напружень у елементах штампів при штампівці  
деталі [18])

Існуючі методи та моделі, а також результати досліджень є базою для подальших розробок, які поєднують розрахункові та експериментальні складові, що забезпечує більш високий рівень адекватності моделювання напружено-деформованого стану контактуючих елементів конструкції.

**Постановка задач досліджень.** Розглянемо постановку задач досліджень на прикладі штампів

для розділових операцій холодно-листового штампування. Як зазначається у роботі [27], на сьогоднішній день розроблена і введена у виробництво система переналагоджуваних штампів, яка містить три основних типи конструкцій, що зберігають, однак, основний загальний принцип універсальності та варіативності: універсально-збірні переналагоджувані штампи (УЗПШ); спеціалізовані переналагоджувані штампи (СПШ); універсальні переналагоджувані штампи з механізованим кріпленням пакетів (УППШ-М) [18].

Грунтуючись на аналізі конструкцій, можна відзначити, що у результаті досліджень елементів штампового оснащення як складної механічної системи отримуємо множину взаємодіючих при штампуванні тіл, що піддаються дії сили штампування і контактують між собою. У підсумку необхідно здійснити побудову таких математичних моделей, які би природним чином поєднували ці два взаємопов'язаних чинники: визначення закону розподілу контактної тиску між спряженими елементами штампів, з одного боку, та їх напружено-деформованого стану, – з іншого.

Отже, метою роботи є створення моделей та методів розрахунково-експериментального дослідження напружено-деформованого стану контактуючих елементів конструкцій на прикладі елементів штампового оснащення.

**Моделі, методи і засоби досліджень контактуючих елементів штампового оснащення.**

Здійснений аналіз стану методів дослідження напружено-деформованого стану елементів штампового оснащення дає підстави для висновку про те, що вони на сьогодні не отримали достатнього розвитку. У всякому разі, потреби практики вимагають розробки нових підходів, методів і моделей, які враховують основні значущі фактори, а також можуть бути покладені в основу проектно-технологічних рішень при розробці штампів, зокрема, для розділових операцій листового штампування.

Аналіз конструкцій і умов експлуатації розділових штампів для операцій листового штампування, а також підходів, методів і моделей для дослідження міцності, стійкості, жорсткості і точності виконання технологічних операцій, описаних у літературі (див. вище), дає можливість відокремити найбільш значущі проблемні моменти:

- аналіз міцнісних і жорсткісних характеристик елементів штампового оснащення має здійснюватися з урахуванням їх контактної взаємодії, причому множинної, оскільки штамп є набором множини деталей, що перебувають у силовому та кінематичному сполученні один з одним, з елементами преса та з деталлю (заготовкою), що штампується;

- особливістю взаємодії елементів штампового оснащення є їх контакт на узгоджених поверхнях (у більшості – плоских); відповідно, вимагає особливої уваги визначення впливу сили штампування на розподіл контактних зон і контактної тиску у сполученнях елементів штампового оснащення;

• враховуючи, що технологічний процес штампування за своєю природою є динамічним, потребує аналізу тип математичної моделі, що адекватно описує розподіл сил штампування і компонент напружено-деформованого стану елементів штапового оснащення за часом.

Відповідно, виділяються наступні напрямки досліджень:

1) аналіз номенклатури штапованих деталей, конструкцій і умов експлуатації розділових штапів для листового штампування;

2) розробка математичних моделей дослідження елементів штапового оснащення з урахуванням їх множинної контактної взаємодії;

3) аналіз динамічних характеристик елементів штапового оснащення з метою визначення можливості або недоцільності квазістатичної або повної динамічної постановки задачі визначення їх напружено-деформованого стану;

4) побудова чисельних моделей, алгоритмів та програмного забезпечення для комп'ютерного моделювання міцності, стійкості, жорсткості і точності виконання технологічних операцій штампування;

5) розрахунково-експериментальні дослідження напружено-деформованого стану елементів штапового оснащення, розробка рекомендацій з обґрунтування проектно-технологічних параметрів розділових штапів для листового штампування.

Відповідно, виділяються наступні етапи і завдання досліджень:

розроблення теоретичних основ досліджень, а також структури спеціалізованого програмно-модельного комплексу, що реалізує теоретичні розробки;

розв'язання низки прикладних задач для обґрунтування рекомендацій із вибору проектно-технологічних параметрів розділових штапів;

розрахунково-експериментальні дослідження елементів штапового оснащення з метою обґрунтування достовірності та точності отриманих результатів.

Як видно з аналізу більшості сучасних досліджень напружено-деформованого стану елементів штапового оснащення, описаних у літературі, вони в основному спираються на скінченно-елементне моделювання у середовищі потужних програмних комплексів типу ANSYS, Abaqus, Femap, Nastran тощо. Безсумнівною перевагою такого шляху є відпрацьованість програмного забезпечення для розв'язання задач аналізу. Більш того, можливе також розв'язання задач параметричного аналізу, різноманітних досліджень із варіюванням розрахункових схем, форми і розмірів деталей штапів і штапованих деталей, їхньої товщини і властивостей матеріалів. І, нарешті, існуючі програмні комплекси можуть реалізувати різні оптимізаційні процедури. Таким чином, склалася ситуація уявної можливості вирішення будь-яких завдань, пов'язаних з проектуванням штапів для листового штампування. Однак при всій привабливості

чисельних рішень їм властиві також і принципові недоліки (див. вище).

По-перше, серед цих недоліків слід виділити ту обставину, що в ході чисельних досліджень при встановленні залежностей міцнісних, жорсткісних, точнісних і стійкісних характеристик необхідне, на відміну від аналітичних моделей, здійснення розв'язання великого масиву задач аналізу напружено-деформованого стану елементів штапового оснащення. При цьому чим більша кількість варійованих параметрів, тим непропорційно більше необхідно розв'язувати задач аналізу.

По-друге, серед варійованих параметрів присутні форма і розміри штапованих деталей, властивості матеріалу, що штапується, і, відповідно, сили штампування. Якщо, як впливає із традиційних підходів, додати цю множинну параметрів у число варійованих, то одержувана модель стає надзвичайно громіздкою і для вирішення задач аналізу, і, тим більше, – синтезу. Таким чином, якщо вплив усіх цих чинників звести до урахування всього декількох параметрів, то тим самим різко зменшиться розмірність параметричного простору з подальшим спрощенням задач синтезу.

По-третє, слід зазначити, що в основі розв'язання задач синтезу лежить задача аналізу напружено-деформованого стану елементів штапового оснащення з урахуванням контактної взаємодії, що є у загальному вигляді суттєво нелінійною, а, значить, і ресурсомісткою з точки зору необхідних обчислювальних ресурсів. Природно, що актуальною є проблема зниження кількості розв'язуваних задач. Найкращим рішенням при цьому було б установа аналітичних залежностей, оскільки вони дають можливість визначати характерні тенденції зміни контрольованих характеристик при варіюванні проектно-технологічних параметрів на основі обмеженого масиву чисельних розв'язків задач аналізу.

По-четверте, важливим аспектом досліджень є визначення типу задачі аналізу – зводиться вона до початково-крайової чи до крайової. Іншими словами, чи потрібна в цьому випадку повна динамічна постановка, чи можна обмежитися квазістатичною?

Комплекс заявлених досліджень і проблемних питань передбачає залучення та розвиток відповідних теоретичних розробок. Зокрема, заявлені проблемні теоретичні аспекти ініціюють наступні теоретичні розробки:

1) для забезпечення варіативності досліджуваних елементів штапового оснащення адаптується і розвивається метод узагальненого параметричного моделювання [31]. Зокрема, як варійовані залучаються:

- конструктивні рішення блоку і пакету штампа,
- габаритні розміри в плані елементів штапів та їхні товщини,
- конфігурація, товщини та властивості штапованих деталей.

Основною властивістю цієї розробки є можливість побудови геометричної і розрахункової моделей елементів розділового штампа. Це, в свою чергу, забезпечує багатоваріантність розв'язків на етапі проектних досліджень, які є підставою для прийняття раціональних конструктивних і технологічних рішень;

2) як метод аналізу напружено-деформованого стану елементів штампного оснащення з урахуванням контактної взаємодії залучається метод скінченних елементів, доповнений параметричним моделюванням. Якраз саме ця компонента істотно розширює функціональні можливості моделювання, оскільки дає можливість не прив'язуватися до конкретного програмного комплексу, що реалізує МСЕ, а використовувати будь-який із них. Тим самим підвищуються можливості аналізу;

3) для аналізу особливостей залежностей компонент напружено-деформованого стану елементів штампного оснащення від сили штампування задіяний метод варіаційних нерівностей. Відштовхуючись від постановки задачі про контакт елементів штампного оснащення за узгодженими поверхнями як проблеми мінімізації функціонала повної внутрішньої енергії системи на множині, що задаються у вигляді нерівностей, які описують умови непроникнення контактуючих тіл одне в одного, показано, що контактний тиск приблизно лінійно залежить від сили штампування, а зона контакту є практично незмінною при зміні цієї сили. Це дає можливість встановлення чисельно-аналітичних залежностей компонент НДС елементів штампного оснащення від проектно-технологічних чинників: від їх частини залежності визначаються чисельно, а від сили штампування – за лінеаризованою залежністю. Цим самим досягається різке скорочення обсягу проведених розрахунків. Крім того, для різноманітних чинників, які визначають форму, розміри і властивості матеріалів штампованих деталей, можна ввести єдиний чисельний представник – величина сили штампування. Це ще більше скорочує обсяг необхідних досліджень;

4) аналіз динамічних характеристик елементів штампного оснащення здійснюється методом скінченних елементів. Для цього також задіяна технологія параметричного моделювання. Параметризовані моделі базових плит і блоків розділових штампів дають можливість визначити їх спектри власних частот і власних форм коливань у залежності від проектних параметрів;

5) визначення на основі технології параметричного моделювання із залученням скінченно-елементних моделей впливу окремих параметрів на міцнісні, стійкісні, жорсткісні та точнісні характеристики ЕШО.

Чисельна реалізація розроблених математичних моделей здійснюється за допомогою створеного спеціалізованого програмно-модельного комплексу. Цей комплекс складається, з одного боку, з універсальних програмних продуктів, які забезпечують широкі можливості аналізу

напружено-деформованого стану елементів штампного оснащення, а, з іншого боку, – зі спеціалізованих модулів, які спрямовані на створення моделей конкретних елементів штампного оснащення.

Таким чином, розроблено комплексну теоретичну базу для розв'язання задач обґрунтування технічних рішень при розробці елементів штампного оснащення. Він має ширші (порівняно із традиційними підходами) можливості розв'язання задач синтезу раціональних проектно-технологічних параметрів розділових штампів для технологічних операцій листового штампування.

Експериментальне дослідження напружено-деформованого стану елементів штампного оснащення є складною задачею. Це пояснюється тим, що розділові штампи як об'єкт досліджень є багатокомпонентною складною механічною системою, а деталі штампів знаходяться у контактній взаємодії одна з одною, з пресом і матеріалом, що штампується. При цьому ускладнений доступ до цих деталей, а також розміщення на них різних датчиків. Таким чином, пряме вивчення НДС елементів штампного оснащення в цьому випадку є затрудненим. У зв'язку з цим пропонується комплекс частинних досліджень, що поєднують контактні та безконтактні методи визначення компонент напружено-деформованого стану.

Зокрема, для якісного аналізу розподілу компонент напружено-деформованого стану в зоні контактування елементів штампного оснащення залучається метод фотоупружності (див. вище). Він дає можливість за лініями рівних різниць головних напружень визначати якісну картину розподілу та кількісну оцінку напружень у тілі окремих деталей і на їх границі (див. рис. 1–3). Вони порівнюються із відповідними величинами і розподілами напружень, отриманими розрахунковим шляхом. Це дає можливість визначити невідповідність чисельно й експериментально отриманих даних і тим самим оцінити точність отриманих розрахункових результатів.

Для визначення просторово-часового розподілу деформацій і напружень у деталях елементів штампного оснащення найчастіше застосовується метод електротензометрії. Він полягає в наклеїці на поверхню досліджуваної деталі дрових або інших датчиків, електричний опір яких при розтягнанні-стисканні змінюється приблизно за лінійною залежністю від деформації. Маючи дані про розтягання-стискання уздовж кількох напрямків, можна за співвідношеннями узагальненого закону Гука обчислити компоненти тензора напружень. Сукупність часових розподілів напружень у різних точках надає інформацію для порівняння з просторово-часовими полями, що отримуються розрахунковим шляхом.

Для реалізації тензометричних вимірювань були використані дрові тензорезистори типу КФ-5 з базою 5 мм, підключені до тензометричним приладів ІСД-3 та СІТ-3 (рис. 7).

Окрім вимірювання деформацій, тензометри можуть бути використані для вимірювання діючих



сил. Для цього вони наклеюються на деформовану при навантаженні деталь, розміщену між навантажуючим і навантаженим елементами. За ступенем показання тензометра можна обчислити діючу силу. Такий пристрій, який називають месдозою, попередньо тарирується, наприклад, за допомогою зразкових динамометрів.

Результати тензометричних вимірювань у роботі були використані для аналізу часового розподілу сили штампування на пресі (див. рис. 6), а також для визначення напруженого стану елементів штампів. Крім того, для імітації сили штампування на стенді була використана месдоза, оснащена тензодатчиками.



Рисунок 7 – Обладнання для експериментальних досліджень методами електротензометрії та безпосередніх вимірювань індикаторами переміщень годинникового типу

Одним із ефективних сучасних методів експериментальних досліджень є голографічна інтерферометрія (див. вище). Вона передбачає в одному із варіантів подвійну експозицію досліджуваного об'єкта – до і після навантаження. На кожному з етапів фіксується накладення предметної та опорної хвилі. Вони створюються лазерним випромінюванням. У результаті на інтерферограмі об'єкта фіксуються у вигляді картини смуг розподіли переміщень точок видимої частини поверхні досліджуваного елемента (див. рис. 4, 5). Це поле переміщень можна зіставити з числово визначеним.

Зокрема, для отримання інтерферограм елементів штампів був використаний стіл інтерферометричний СІН-1, оснащений гелій-неоновим лазером ЛГН-215 із довжиною хвилі 0,628 мкм (рис. 8).

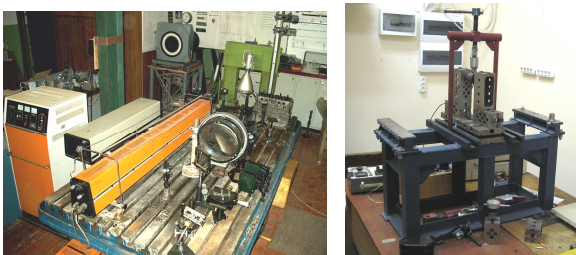


Рисунок 8 – Обладнання для експериментальних досліджень методом голографічної інтерферометрії та контактних відбитків

Для аналізу контактного тиску між елементами штампового оснащення залучаються чутливі до тиску плівки, зокрема фірми Fuji (див. рис. 8). Ці плівки реагують на тиск, змінюючи інтенсивність колірного фарбування у залежності від рівня контактного тиску. Розміщуючи плівки між контактуючими ЕШО, отримуємо кольорові відбитки, які можна розшифрувати за калібрувальними таблицями. Ці поля контактного тиску порівнюються із визначеними у ході чисельних досліджень.

Таким чином, використання різних методів експериментальних досліджень ЕШО дає можливість проаналізувати різноманітні компоненти їх напружено-деформованого стану. Саме таке розмаїття та надмірність дає підставу для забезпечення більш високого рівня достовірності одержуваних результатів, оскільки є можливість порівняння із результатами чисельних досліджень, і з іншими експериментально отриманими даними.

**Розрахунково-експериментальні дослідження напружено-деформованого стану базових плит штампів із урахуванням контактної взаємодії.** При проведенні розрахунково-експериментального дослідження напружено-деформованого стану базових плит штампів із урахуванням контактної взаємодії для порівняння числово й експериментально отриманих результатів були частково залучені дані лабораторних і виробничих випробувань напружено-деформованого стану елементів штампового оснащення, описані в роботах [18, 30, 32–36]. Це пояснюється тим, що у цих роботах наведено великий за обсягом масив експериментальної інформації, проте база отриманих і використаних для порівняння чисельних результатів недостатньо повна, оскільки в основному спирається на результати моделювання із застосуванням пластинчастих елементів. У той же час у цій роботі на сьогоднішній день отримані та описані результати досліджень у більш точній та повній просторовій постановці.

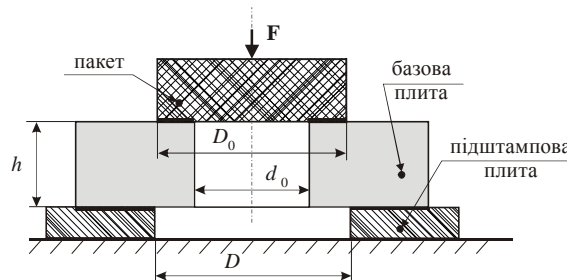


Рисунок 9 – Розрахункова схема система "блок – базова плита – підштампова плита"

На рис. 9 наведена схема системи "блок – базова плита – підштампова плита", у табл. 1 – варіанти поєднань конструктивних і експлуатаційних параметрів схем, а на рис. 10–16 – результати чисельного моделювання напружено-деформованого стану базових плит у вигляді просторових розподілів напруження, переміщень та контактного тиску.

Таблиця 1 – Варіанти сполучень параметрів розрахункових схем (див. рис. 9)

№ варіанта	$D$ (мм)	$h$ (мм)	$F$ (кН)	№ варіанта	$D$ (мм)	$h$ (мм)	$F$ (кН)
1	170	15	450	5	100	45	450
2		30		6	140		
3		45		7	170		
4		60		8	200		

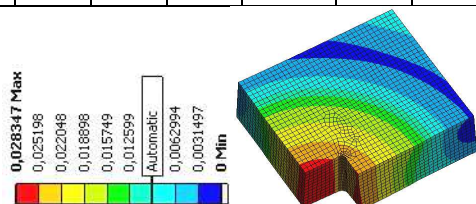


Рисунок 10 – Розподіл повних переміщень у базовій плиті за різними значеннями товщини нижньої базової плити  $h = 45$  мм (див. рис. 9) при  $D = 170$  мм

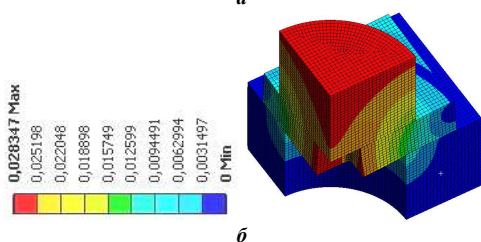
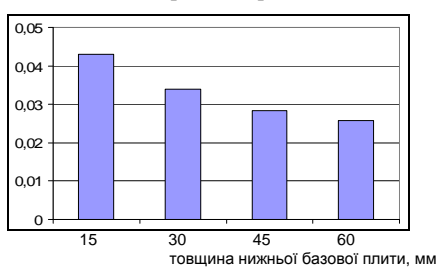


Рисунок 11 – Розподіл максимальних повних переміщень, мм, у досліджуваній системі "блок – базова плита – підштампова плита" для  $D = 170$  мм за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 45$  мм (б) (див. рис. 9)

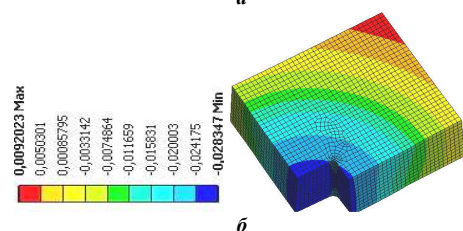
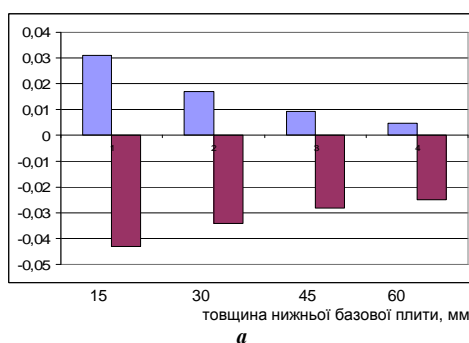


Рисунок 12 – Розподіл осевих переміщень, мм, у базовій плиті для  $D = 170$  мм за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 45$  мм (б) (див. рис. 9)

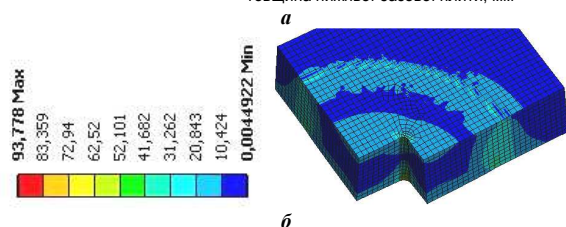
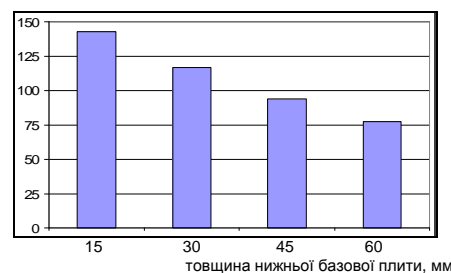


Рисунок 13 – Розподіл еквівалентних (за Мізесом) напружень у базовій плиті для  $D = 170$  мм за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 45$  мм (б) (див. рис. 9)

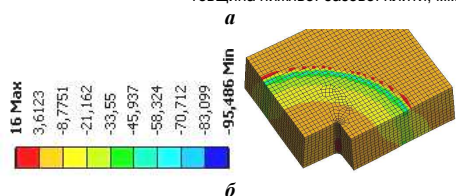
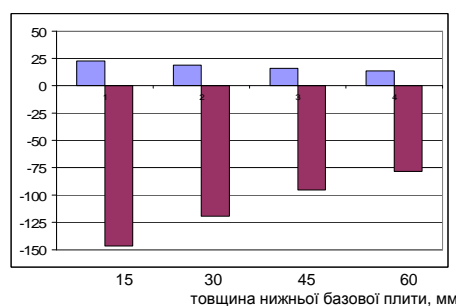


Рисунок 14 – Розподіл осевих нормальних напружень у базовій плиті для  $D = 170$  мм за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 45$  мм (б) (див. рис. 9)

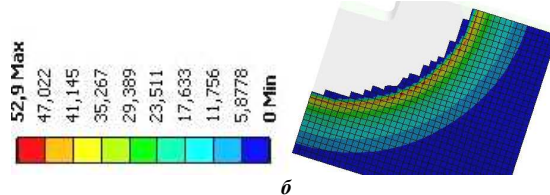
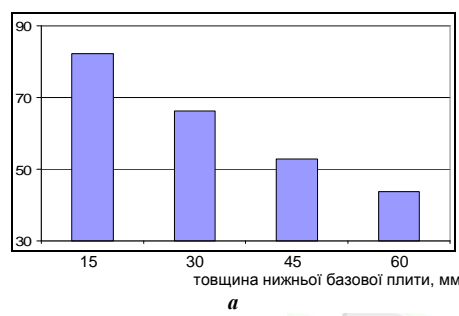


Рисунок 15 – Розподіл контактної тиску у зонах контактної взаємодії елементів досліджуваної системи "базова плита – підштампова плита" для  $D = 170$  мм за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 45$  мм (б) (див. рис. 9)

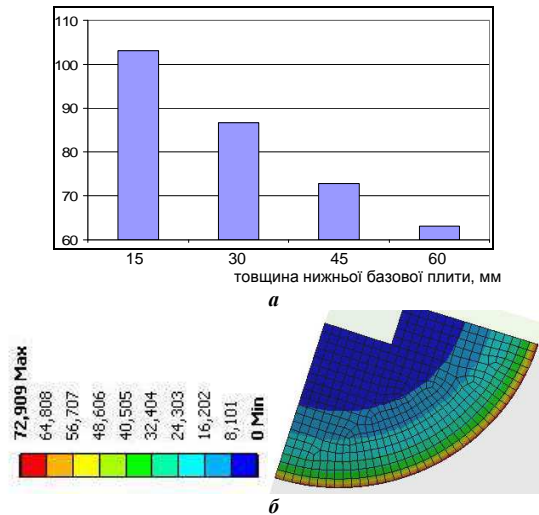


Рисунок 16 – Розподіл контактної тиску у зонах контактної взаємодії елементів досліджуваної системи "пакет – базова плита" для  $D = 170$  мм за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 45$  мм (б) (див. рис. 9)

Видно, що представлені результати відрізняються незначною мірою, похибка не перевищує 10%, у той час як похибка числових результатів, описаних у [18], складає 20%.

Крім того, спостерігається характерна локалізація контактних зон. Ці зони розташовані на зовнішній периферії внутрішніх (у плані) елементів штампного оснащення.

Тиск концентрується ближче до зовнішнього контуру області контакту. Крім того, характерним є певний розподіл контактної тиску. Також характерним є ще вища концентрація тиску у кутових точках контуру області контакту.

У верхній частині рис. 17 наведена розрахункова схема для дослідження напружено-деформованого стану нижньої базової плити універсально-переналагоджуваного штампу (УПШ) третього типорозміру [18], у нижній – схема установки датчиків переміщень (у ході експериментів). На рис. 18 представлена розрахункова схема для дослідження розподілу контактної тиску в сполученні базової плити штампа з підкладною плитою преса, а у табл. 2 – варіанти параметрів, для яких проводилися експерименти та розрахунки. Для здійснення чисельного моделювання були прийняті такі значення розрахункових параметрів:  $P_{шт}$  варіювалося в інтервалі 15, 30, 45, 60 і 75 кН,  $D_0 = \varnothing 40$  мм,  $h_0 = 26$  мм,  $d_0 = \varnothing 30$  мм,  $D_1 = \varnothing 70$  мм,  $D_2 = \varnothing 120$  мм.

У роботі [18] описаний комплекс експериментальних досліджень НДС базової плити цього блоку, що включає фіксацію методами голографічної інтерферометрії, тензометрії та вимірювань переміщень за допомогою датчиків (індикаторів) годинникового типу (див. вище). Залучалася наступна апаратура: голографічна

установка СІН-1 з гелій-неоновим лазером ЛГН-215, фотопластинки ПФГ-3, гідравлічний прес П-125, система тензометрична СІИТ-3, тензорезистори типу КФ-5, індикатори переміщень годинникового типу з ціною поділки 1 і 10 мкм.

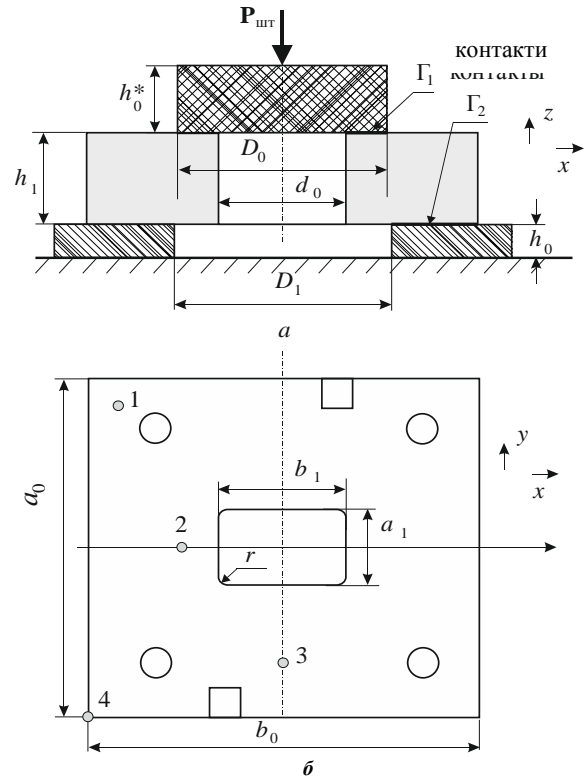


Рисунок 17 – Нижня базова плита УПШ третього типорозміру:

$a$  – розрахункова схема для дослідження напружено-деформованого стану;  $b$  – схема установки датчиків переміщень;  $\odot_i$  – місця розташування датчиків

Для отримання розподілу контактної тиску був використаний метод контактних відбитків. Реєструюче середовище – пергаментний папір товщиною 0,06 мм. При контактному впливі на папір його світлопропускання змінюється, що можна зафіксувати за допомогою фотоелемента, який сприймає світловий промінь, що проходить через папір у різних точках поверхні. При таруванні міліамперметра, приєднаного до фотоелемента, виходить вимірний прилад, описаний у роботі [18]. Він дає можливість сканування контактних відбитків. Із застосуванням цього приладу досліджувався макет базової плити, установлений на випробувальній машині Р-10. Таким чином, на виході отримано вагомий обсяг достатньо точної та детальної інформації, одержуваної експериментально (див. рис. 1–6).

У той же час розрахункові дослідження здійснювалося МСЕ на порівняно невеликих сітках із застосуванням скінченних елементів типу Shell [18]. Це не давало можливості отримувати прийнятну базу для розрахунково-експериментального обґрунтування адекватності математичних моделей, докладності чисельних моделей та точності одержуваних результатів.



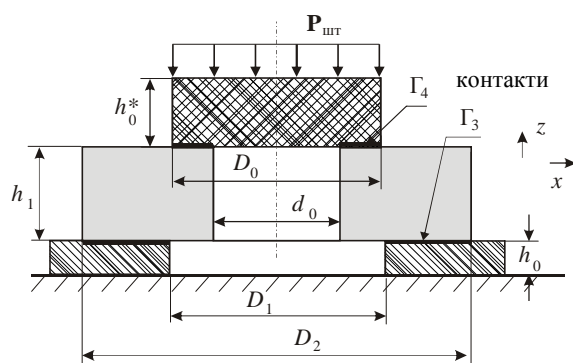


Рисунок 18 – Розрахункова схема для дослідження розподілу контактного тиску в сполученні базової плити штампа із підкладною плитою преса

Таблиця 2 – Варіанти параметрів розрахункових схем (див. рис. 18)

№	$P_{шт}$ , кН	$h_1$ , мм	№	$P_{шт}$ , кН	$h_1$ , мм
1	15	11	6	15	14
2	30		7	30	
3	45		8	45	
4	60		9	60	
5	75		10	75	
11	15	17	16	15	20
12	30		17	30	
13	45		18	45	
14	60		19	60	
15	75		20	75	

Для усунення цього недоліку для розрахункових досліджень було залучено метод скінченних елементів у просторовій постановці із використанням скінченних елементів типу Solid (див. рис. 10–16). При цьому у зонах сполучення плити із пакетом і плити із підштамповою плитою преса задавалися граничні умови типу контакту з тертям (коефіцієнт тертя – 0,2).

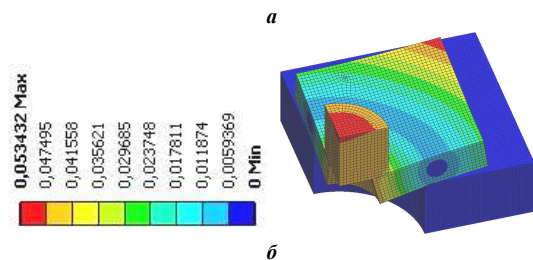
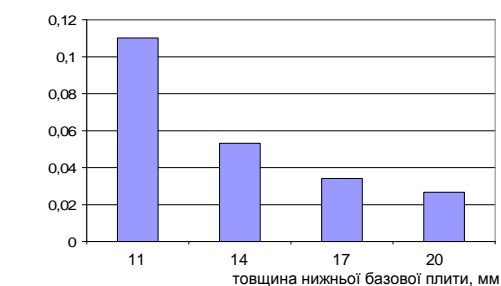


Рисунок 19 – Розподіл повних переміщень у досліджуваній системі "блок – базова плита – підштампова плита" за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

Для здійснення чисельного моделювання були

прийняті такі значення розрахункових параметрів:  $P_{шт} = 45,0$  кН,  $D_0 = 90$  мм,  $h_0^* = h_0 = 100$  мм,  $a_0 = 280$  мм,  $b_0 = 250$  мм,  $a_1 = 48$  мм,  $b_1 = 71$  мм і  $r = 5$  мм – радіус скруглення. На рис. 19–26 представлені результати чисельного моделювання напружено-деформованого стану базових плит у вигляді розподілів напружень, переміщень, контактного тиску для випадку  $D = 170$  мм.

На рис. 26 наведені порівняльні дані про розподіл контактного тиску у сполученні базової плити штампа з підкладною плитою преса. Номери відповідають різним поєднанням проектних параметрів штампа. Відмінність чисельних і цих експериментальних досліджень складає 10–12 %.

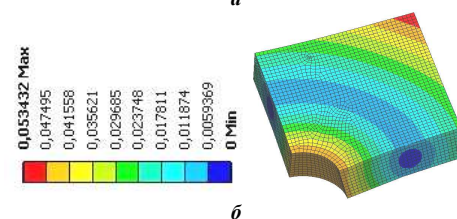
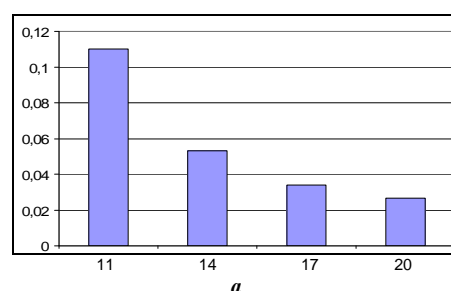


Рисунок 20 – Розподіл повних переміщень у базовій плиті за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h_1 = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

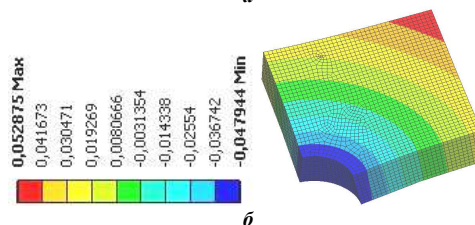
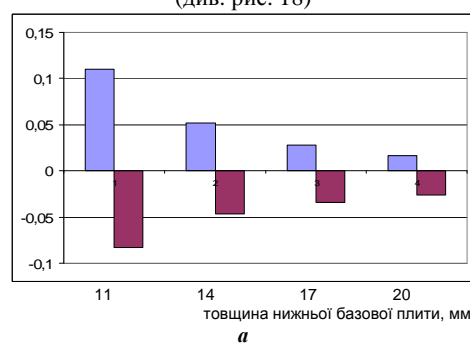


Рисунок 21 – Розподіл осевих повних переміщень у базовій плиті за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h_1 = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

Це пояснюється тим, що, на відміну від варіанту методу граничних інтегральних рівнянь (МГІР), який був використаний у роботі [18] для порівняльного визначення точності аналізу

напружено-деформованого стану нижніх базових плит, у цій роботі був залучений МСЕ без яких-небудь спрощуючих припущень відносно властивостей контактуючих тіл.

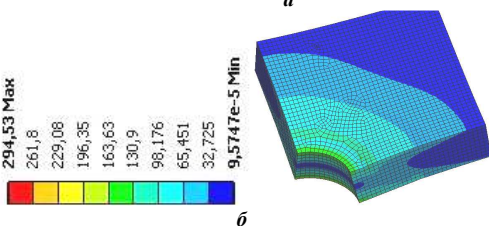
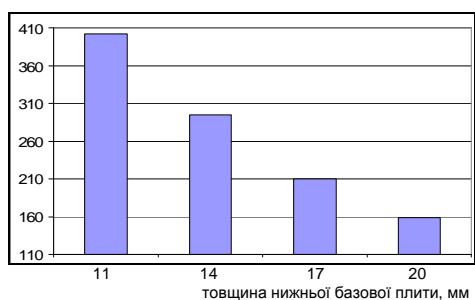


Рисунок 22 – Розподіл еквівалентних (за Мізесом) напружень у базовій плиті за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h_1 = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

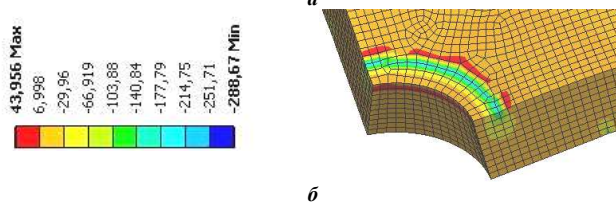
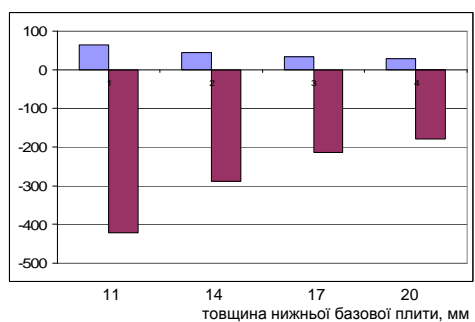


Рисунок 23 – Розподіл осевих нормальних напружень у базовій плиті за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h_1 = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

Як відзначалося вище, детальні картини розподілу компонент напружено-деформованого стану, отримані у цій роботі, свідчать, що спостерігається досить хороша кількісна і якісна відповідність результатів (похибка – до 10–12%).

Виявлена відповідність істотно краща, ніж у цих же експериментальних даних із отриманими чисельно МГПР і описаними у роботі [18] (похибка на рівні 20–30%). Тут особливо важливо підкреслити відмінність характерів розподілів: отримані чисельно у цій роботі результати набагато краще відповідають експериментальним даним [18], ніж раніше отримані та описані у згаданій роботі

чисельні результати.

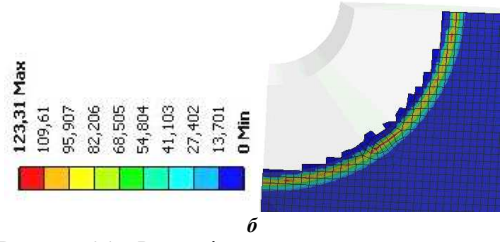
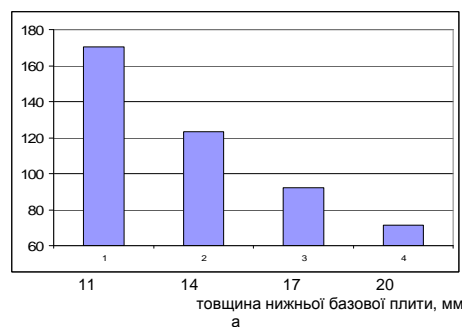


Рисунок 24 – Розподіл контактної тиску у зонах контактної взаємодії елементів досліджуваної системи "базова плита – підштамова плита" за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h_1 = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

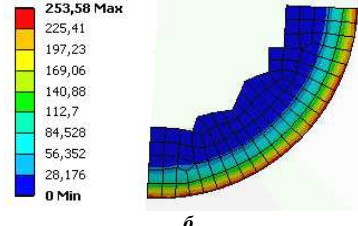
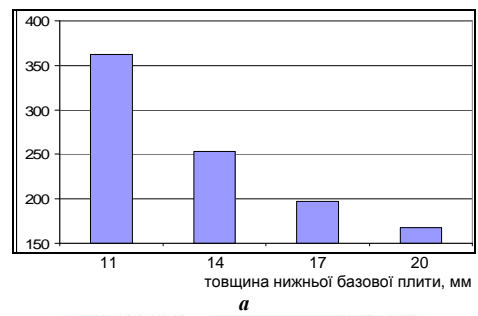


Рисунок 25 – Розподіл контактної тиску у зонах контактної взаємодії елементів досліджуваної системи "пакет – базова плита" за різними значеннями товщини нижньої базової плити, мм (а) та для значення  $h_1 = 14$  мм (б) ( $P_{шт} = 45$  кН) (див. рис. 18)

Крім того, спостерігається повна якісна відповідність даних експериментальних досліджень між собою, причому отриманих як самостійно, так і іншими дослідниками. Зокрема, мова йде про характер локалізації контактних зон і контактної тиску, про закони розподілу тиску у сполученні тіл на поверхнях узгодженої форми тощо.

На окрему увагу заслуговує якісна особливість, яка була теоретично обґрунтована у роботах [31, 37–44], виявлена у ході чисельних досліджень, а також підтверджена в ході експериментів. Йдеться про закономірності розподілу контактних зон і контактної тиску у сполученні елементів

штампового оснащення при множинному контакті на поверхнях узгодженої форми, в цьому випадку – на плоских ділянках. У цих випадках контактні площадки практично не залежать від діючих зусиль, закон розподілу контактної тиску також не змінюється із варіюванням діючих зусиль, а його рівень залежить практично прямо пропорційно від цих зусиль.

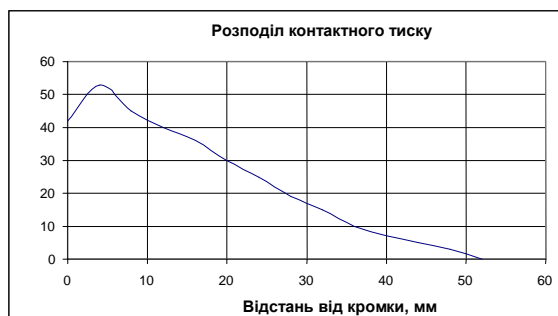


Рисунок 26 – Розподіл контактних напружень у зоні контакту нижньої базової плити з підштамповою плитою пресу

Таким чином, можна зробити висновок, що чисельні результати, отримані із застосуванням створених і описаних у роботі скінченно-елементних моделей, знаходяться у задовільній відповідності до експериментально отриманих даних, причому як у ході власних випробувань, так і в ході випробувань, здійснених іншими дослідниками.

**Результати експериментальних досліджень контактної взаємодії пакета із блоком розділових штампів із використанням чутливих до тиску плівок.** Для додаткового визначення характерних особливостей контактної взаємодії елементів розділових штампів було здійснено макетне моделювання дії змінного пакета на систему "підкладна плита – базова плита розділового штампа". Для цього на прямокутну плиту, що імітувала систему плит, було прикладено імітатор пакета – призму. Зусилля штампування прикладалося за допомогою гвинтового механізму. Для реєстрації контактної тиску застосовується чутлива до тиску плівка. На рис. 27 наведена схема стенду, на рис. 28 – його фото та робочі моменти випробувань, а на рис. 29–32 – отримані результати.

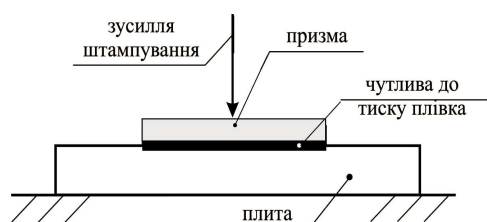


Рисунок 27 – Стенд для дослідження контактної взаємодії пакета із плитою

Як видно, контактна зона розташована на периферії області спряження пакета із плитою. Контактний тиск уздовж периметра нижньої поверхні пакета розподілений нерівномірно. Найва

його концентрація в зоні кутових точок периметру. Усі виявлені характерні якісні особливості повністю відповідають виявленим раніше шляхом чисельних досліджень (див. вище). Щодо кількісної оцінки узгодженості, то можна звернутися до результатів чисельного моделювання, представлених у роботі [45]. Вона знаходиться на рівні 80–85 %.

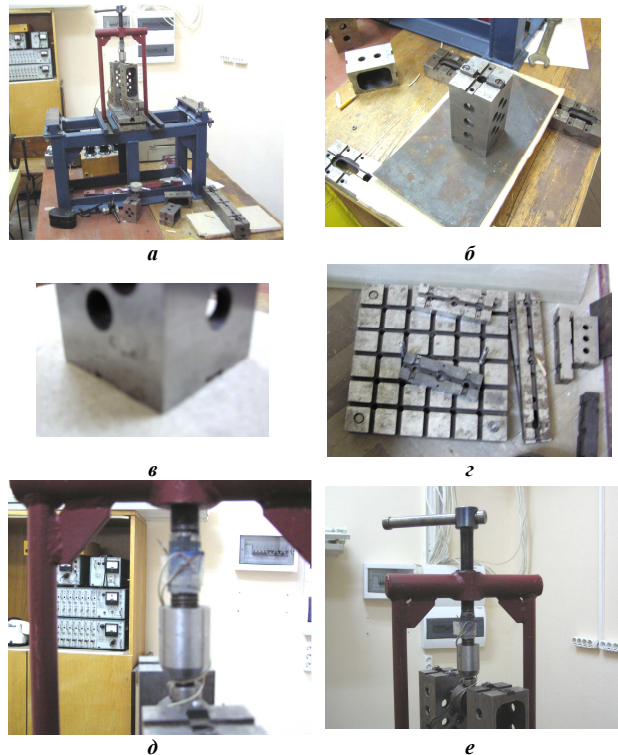


Рисунок 28 – Елементи стенду:

а – загальний вигляд стенду; б – макет базової плити штампу із пакетом; в – зона контактної взаємодії пакета із базовою плитою; г – комплект універсальних збірних пристосувань; д – вимірювач сили (месдоза); е – навантажувальний пристрій

На рис. 29–32 наведені типові розподіли контактної тиску, де відмічені вище якісні особливості наочно прослідковуються. Разом із тим, як видно із наведених картин, величина максимального контактної тиску сильно залежить від шорсткості поверхонь контактуючих деталей та радіусів скруглення на ребрах штампа. Враховуючи, що наявність чутливої плівки також впливає на контактну жорсткість у спряженні досліджуваних елементів, то і цей чинник потрібно врахувати. Проте, незважаючи на труднощі чисельної оцінки невідповідності результатів досліджень, якісна відповідальність результатів очевидна.

Виявлені особливості розподілу контактної тиску підтверджуються на прикладі модельної задачі, що описана у [46]. У цьому випадку було додатково враховано вплив податливості поверхневих шарів (наприклад, за рахунок шорсткості). На рис. 32 наведені результати експерименту [46]. Видно, що контактний тиск локалізується на периферії зони контакту. Це підтверджує результати попередніх досліджень.

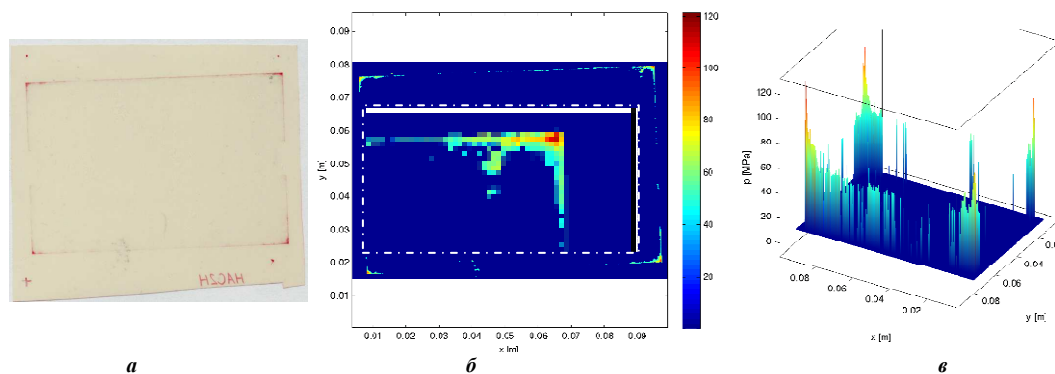


Рисунок 29 – Результати дослідження взаємодії макета пакета з базовою плитою (HS плівка, площа поверхні – 39.66 мм<sup>2</sup>,  $P = 2154.52$  Н,  $p_{max} = 121.21$  МПа): а – відбиток, б, в – розподіл тиску

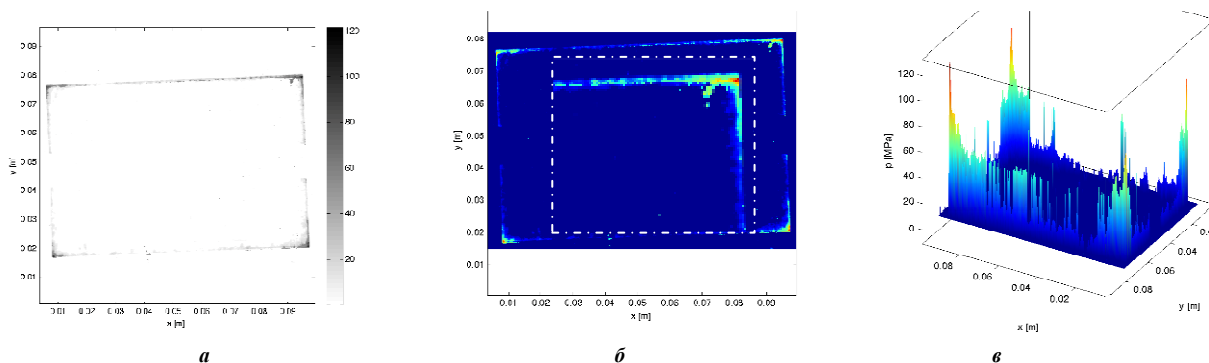


Рисунок 30 – Результати дослідження взаємодії макета пакета із базовою плитою (HSMS плівка (2 плівки), площа поверхні – 358.08 мм<sup>2</sup>,  $P = 5938.11$  Н,  $p_{max} = 121.21$  МПа): а – відбиток, б, в – розподіл тиску

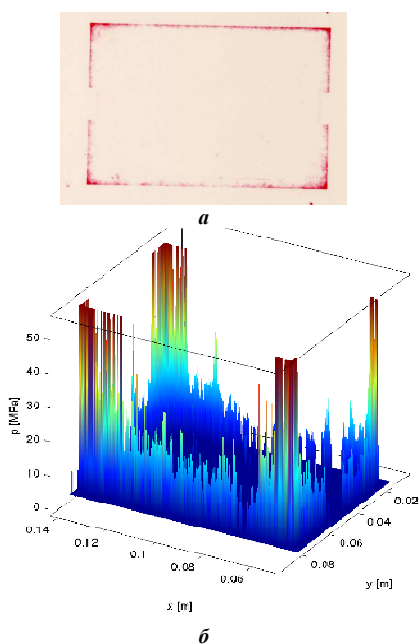


Рисунок 31 – Результати дослідження взаємодії макета пакета з базовою плитою (MS плівка, площа поверхні – 286.94 мм<sup>2</sup>,  $P = 4754.12$  Н,  $p_{max} = 55$  МПа): а – відбиток, б – розподіл тиску

Таким чином, на етапі розрахунково-експериментальних досліджень встановлено якісну відповідність аналізу розподілу контактного тиску між пакетом та плитами. Це підтверджує достовірність і точність результатів чисельних досліджень за допомогою МСЕ.

	Варіант 1	Варіант 2
Однорядна товщина резинового слоя	симметр 41mm 30Jue10 1кx05всд	симметр 41mm 30Jue10 1кx05всд
Двоярядна товщина резинового слоя	симметр 41mm 30Jue10 2кx05всд	симметр 41mm 30Jue10 2кx05всд
Чотирьорядна товщина резинового слоя	симметр вар.12 41mm 30Jue10 4кx05всд	симметр вар.12 41mm 30Jue10 4кx05всд

Рисунок 32 – Приклади контактних відбитків у сполученні "накладка-стержень" при варіюванні податливості гумового шару [55]

**Висновки.** За результатами досліджень можна зробити такі висновки.

1. Експериментально підтверджено та чисельно проілюстровано, що множинний контакт ріжучих елементів розділових штампів здійснюється на фактично постійних за формою і площею областями



незалежно від величини зусилля штампування. Контактний тиск на областях контакту базових плит блоків зі змінним пакетом і підштамповою плитою преса розподіляється нерівномірно, при цьому максимуми досягаються, як правило, на периферії області контакту. При цьому закон розподілу практично не залежить від величини зусилля штампування.

2. Установлена більш висока точність моделювання напружено-деформованого стану елементів штампного оснащення за розробленими методами і моделями порівняно зі спрощеними методами та моделями, які традиційно застосовувалися іншими дослідниками.

3. Підтверджена близька до лінійної залежність максимального контактного тиску характер між елементами розділового штампку від зусилля штампування. Відповідно, для розрахунку напружено-деформованого стану цих елементів достатньо провести розрахунок для одного варіанта того чи іншого ЕШО, а потім для різних варіантів змінних пакетів, матеріалів, форм і розмірів штампованих деталей здійснювати оцінку міцності, жорсткісних і стійкісних характеристик за лінеаризованими залежностями компонент НДС від зусилля штампування (незважаючи на суттєву нелінійність задачі про контактну взаємодію). Це істотно підвищує оперативність при збереженні точності досліджень.

4. Установлено, що похибка отриманих чисельним шляхом результатів не перевищує у середньому 10–12% порівняно із більш високим рівнем похибки при застосуванні спрощених моделей у дослідженнях, здійснених раніше і описаних у інших роботах.

5. Експериментально підтверджено теоретично прогнозована та чисельно визначена незмінність характеру розподілу контактного тиску між елементами штампного оснащення при варіюванні сили штампування. Тиск концентрується на периферії контактних областей. При цьому характер розподілу не залежить від сили штампування, а сам тиск йому прямо пропорційний.

У подальших дослідженнях планується розширити об'єкти досліджень у вигляді системи контактуючих за узгодженими поверхнями тіл.

#### Список літератури

- Johnson K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press. 1985. 462 p. doi:10.1017/cbo9781139171731.
- Hlavacek I., Haslinger J., Necas, Lovisek J. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer. Verlag. 1988. 327 p.
- Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. P. 199–221.
- Pohrt R., Popov V.L. Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*. 2013. Vol. 3. 3293 p. doi: 10.1038/srep03293.
- Pastewka and Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016. Vol. 108 (22). P. 221601.
- Papangelo A., Hoffmann N., Ciavarella M. Load-separation curves for the contact of self-affine rough surfaces. *Scientific reports*. 2017. Vol. 7 (1). P. 6900.
- Tkachuk Mykola M., Skripchenko N., Tkachuk Mykola A., Grabovskiy A. Numerical methods for contact analysis of complex-shaped bodies with account for non-linear interface layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 5/7 (95). P. 22–31. doi: 10.15587/1729-4061.2018.143193.
- Popov V. L., Pohrt R., Li Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. 2017. Vol. 5 (3). P. 308–325.
- Popov V.L., Pohrt R., Li Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. 2017. № 5(3). P. 308–325.
- Ciavarella M., Papangelo A. A random process asperity model for adhesion between rough surfaces. *Journal of Adhesion Science and Technology*. 2017. P. 1–23.
- Ciavarella M., Papangelo A. A modified form of Pastewka–Robbins criterion for adhesion. *The Journal of Adhesion*. 2018. Vol. 94 (2). P. 155–165.
- Ciavarella M. Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 104. P. 104–111.
- Li Q., Popov V.L. Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*. 2018. Vol. 16 (1). P. 1–8.
- Slobodyan B.S., Lyashenko B. A., Malanchuk N. I., Marchuk V. E., Martynyak R.M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*. 2016. Vol. 215 (1). P. 110–112.
- Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci*. 205, 535–553 (2015).
- Zhao J., Vollebregt E., Oosterlee C. Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016. Vol. 21 (1). P. 119–141.
- Singiresu Rao. *The Finite Element Method in Engineering 6th Edition 0.0 star rating Write a review*. eBook ISBN: 9780128143643. Paperback ISBN: 9780128117682. eBook ISBN: Imprint: Butterworth-Heinemann. Published Date: 31st October 2017
- Заярненко Е.И. *Разработка математических моделей и расчеты на прочность разделительных переналаживаемых штампов*: дисс... доктора. техн. наук: спец. 01.02.06 и 05.03.05 / Заярненко Евгений Иванович. Харьков, 1992. 280 с.
- Тарасов А. Ф., Короткий С. А. Моделирование разделительных операций на основе оценки степени использования ресурса пластичности материала в среде системы конечно-элементного анализа ABAQUS. *Нові матеріали та технології в металургії та машинобудуванні*. 2010. № 1. С. 114–117.
- Мовшович И. Я., Фролов Е.А., Бондарь О.В. и др. Исследование параметров точности сборки универсально-сборной переналаживаемой оснастки. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*. 2013. № 5. С. 17–21.
- Іщенко О. А., Ткачук М. А., Грабовський А. В., Ткачук М. М., Скрипченко Н. Б., Мерецька К. О. Контактна взаємодія елементів розділових штампів: моделі, закономірності, критерії проектних рішень. *Механіка та машинобудування*. 2018. № 1. С. 47–59.
- Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Saverska M., Hrechka I. A semi-analytical method for analysis of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied mechanics*. 2020. Vol 1. No 7 (103). P. 16–25:
- Atroshenko O., Bondarenko O., Ustinenko O., Tkachuk M., Diomina N. A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied mechanics*. 2016. Vol 1, No 7(79).
- Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Vasiliev A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 1/7 (91). P. 18–29.
- Ткачук М. А., Іщенко О. А., Дьоміна Н. А., Ткачук М. М., Грабовський А. В., Шеманська В. В., Васильченко Д. Р. Контактна взаємодія елементів штампного оснащення.



- Вісник НТУ «ХПІ»*. 2018. № 41 (1317). С. 67–76.
26. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Hrechka I., Ishchenko O., Domina N. Investigation of multiple contact interaction of elements of shearing dies. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied mechanics*. 2019. Vol 4, no. 7 (100).
  27. Іщенко О. А. Обґрунтування проектно-технологічних параметрів розділових штамів шляхом підвищення міцнісних та жорсткісних характеристик основних елементів: дис. к.т.н.: спец.05.03.05/ Іщенко Ольга Анатоліївна. Харків, 2019. 255 с.
  28. Бых А.И., Кузнецова Л.Г., Мовшович А.Я. Напряженно-деформированное состояние вырубных матриц специализированных переналаживаемых штампов. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*. 2004. № 8. С. 30–33.
  29. Тарасов А.Ф., Короткий С.А. Влияние конструкции штампа на деформацию элементов блока и рабочего инструмента. *Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Тем. зб. наук. праць*. Краматорськ: ДДМА, 2004. С. 103–108.
  30. Заярненко Е.И., Ткачук Н.А., Ткачук А.В. Расчеты на прочность вырубных матриц и пуансон-матриц для листовой штамповки. *Кузнечно-штамповочное производство*. 1990. № 12. С. 18–21.
  31. Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Чепурной А.Д. и др. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания. *Механіка та машинобудування*. 2006. №1. С.57–79.
  32. Заярненко Е. И., Ткачук А.В., Ткачук Н.А. Исследование контактного взаимодействия пуансона со штампуемым материалом. *Вопросы оборонной техники. Серия 2*. 1985. вып.10 (176). С. 20–23.
  33. Заярненко Е.И., Кузнецова Л.Г. Испытания прочности и жесткости базовых плит переналаживаемых штампов. *Вопросы оборонной техники. Сер. 2*. 1990. Вып.10 (229). С.61–65.
  34. Заярненко Е.И., Хавин Г.Л. Расчет контактного взаимодействия рабочих деталей при листовой штамповке методом граничных элементов. *Динамика и прочность машин*. Харьков: ХГУ – Вища школа, 1988. Вып.41. С. 7–11.
  35. Заярненко Е.И., Ткачук А.В., Ткачук Н.А. Исследование напряженного состояния вырубных пуансонов УСПШ. В сб.: *Прогрессивная технология, переналаживаемая оснастка и инструмент. Мат. отрасл. науч.-техн. семинара*. Харьков. 1985. С. 95–103.
  36. Мовшович А.Я., Заярненко Е.И., Кузнецова Л.Г. Методологические принципы математического моделирования штампов для листовой штамповки. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*. М.: ООО "Тисо Принт", 2006. № 2. С. 26–30.
  37. Дьоміна Н.А. Удосконалення методів розрахунку елементів штампного оснащення на основі аналізу їх напружено-деформованого стану: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.03.05 «процеси та машини обробки тиском» / Н. А. Дьоміна. Харків, 2011. 20 с.
  38. Ткачук Н. А., Іщенко О. А., Ткачук Н. Н., Атрошенко А. А. Расчетно-экспериментальное исследование элементов штамповой оснастки. *Научный Вестник Донбасской государственной машиностроительной академии*. – Краматорськ: ДДМА, 2017. № 3 (24Е). С. 11–19
  39. Іщенко О.А., Ткачук А.В., Грабовський А.В., Демина Н.А. Формирование комплексных расчетных моделей элементов штампов для разделительных операций. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. вип.: *Нові рішення в сучасних технологіях*. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. № 12 (1184). С.23–30.
  40. Іщенко О. А., Ткачук М. А., Грабовський А.В. и др. Контактна взаємодія елементів розділових штамів: моделі, закономірності, критерії проектних рішень. *Механіка та машинобудування*. Харків: НТУ «ХПІ», 2018. № 1. С. 47–59.
  41. Іщенко О.А., Демина Н.А., А.В. Грабовський, Ткачук Н.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния базовых плит разделительных штампов. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*. Москва, 2012. № 9. С. 40–44.
  42. Іщенко О.А., Н.А. Ткачук, Г.А. Кротенко Формирование комплексных расчетных моделей элементов штампов для разделительных операций. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: *Нові рішення в сучасних технологіях*. Харків: НТУ «ХПІ», 2012. № 47 (953). С. 34–38.
  43. Іщенко О.А. Контактное взаимодействие элементов штампов для разделительных операций. *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні*. Запоріжжя: Запорізь. нац. техн. ун-т, 2013. № 1. С. 93–96.
  44. Ткачук М. А., О. А. Іщенко, Н. А. Дьоміна, М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, В. В. Шеманська, Васильченко Д. Р. Контактна взаємодія елементів штампного оснащення. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: *Інноваційні технології та обладнання обробки матеріалів у машинобудуванні та металургії*. Харків: НТУ «ХПІ», 2018. № 41 (1317). С. 67–76.
  45. Ткачук Н.Н., Скрипченко Н.Б., Ткачук Н.А. и др. *Контактное взаимодействие сложнопровильных деталей машиностроительных конструкций с учетом локальной податливости поверхностного слоя: монография*. Харків: ФОП Панов А.Н., 2017. 148 с.
  46. Ткачук Н.А., А. Ю. Танченко, А.Н. Ткачук, П.В. Чурбанов, И.Я. Храмова, Іщенко О.А. Анализ чувствительности прочностных и динамических характеристик машиностроительных конструкций на основе прямого возмущения конечно-элементных моделей. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. вип.: *Машинознавство та САПР*. Харків: НТУ «ХПІ», 2012. № 22. С. 147–169.

#### References (transliterated)

1. Johnson K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press. 1985. 462 p. doi:10.1017/cbo9781139171731.
2. Hlavacek I., Haslinger J., Necas, Lovisek J. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer-Verlag. 1988. 327 p.
3. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977, vol. 20, pp. 199–221.
4. Pohrt R., Popov V. L. Contact stiffness of randomly rough surfaces. *Scientific reports*. 2013. vol. 3. 3293 p. doi: 10.1038/srep03293.
5. Pastewka and Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016, vol. 108 (22), pp. 221601.
6. Papangelo A., Hoffmann N., Ciavarella M. Load-separation curves for the contact of self-affine rough surfaces. *Scientific reports*. 2017, vol. 7 (1), pp. 6900.
7. Tkachuk Mykola M., Skripchenko N., Tkachuk Mykola A., Grabovskiy A. Numerical methods for contact analysis of complex-shaped bodies with account for non-linear interface layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 5/7 (95), pp. 22–31. doi: 10.15587/1729-4061.2018.143193.
8. Popov V. L., Pohrt R., Li Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. 2017, vol. 5 (3), pp. 308–325.
9. Popov V.L., Pohrt R., Li Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. 2017, no. 5(3), pp. 308–325.
10. Ciavarella M., Papangelo A. A random process asperity model for adhesion between rough surfaces. *Journal of Adhesion Science and Technology*. 2017, pp. 1–23.
11. Ciavarella M., Papangelo A. A modified form of Pastewka–Robbins criterion for adhesion. *The Journal of Adhesion*. 2018, vol. 94 (2), ppp. 155–165.
12. Ciavarella M. Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015, vol. 104, pp. 104–111.
13. Li Q., Popov V.L. Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*. 2018, vol. 16 (1), pp. 1–8.
14. Slobodyan B.S., Lyashenko B. A., Malanchuk N. I., Marchuk V. E., Martynyak R.M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*. 2016, vol. 215 (1), pp. 110–112.
15. Martynyak, R.M., Prokopyshyn, I.A. & Prokopyshyn, I.I. Contact of Elastic Bodies with Nonlinear Winkler Surface Layers. *J Math Sci*. 205, 535–553 (2015).
16. Zhao J., Vollebregt E., Oosterlee C. Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016, vol. 21 (1), pp. 119–

- 141.
17. Singiresu Rao. *The Finite Element Method in Engineering 6th Edition 0.0 star rating Write a review.* eBook ISBN: 9780128143643. Paperback ISBN: 9780128117682. eBook ISBN: Imprint: Butterworth-Heinemann. Published Date: 31st October 2017/
  18. Zayarnenko E.I. *Razrabotka matematicheskikh modelej i raschety` na prochnost` razdelitel`ny`kh perenalazhivaemy`kh shtampov:* diss... doktora. tekhn. nauk: specz. 01.02.06 i 05.03.05 / Zayarnenko Evgenij Ivanovich. Khar`kov, 1992. 280 p.
  19. Tarasov A. F., Korotkij S. A. Modelirovanie razdelitel`ny`kh operaczij na osnove ocenki stepeni ispol`zovaniya resursa plastichnosti materiala v srede sistemy` konechno-e`lementnogo analiza ABAQUS. *Novi` materi`ali ta tekhnologiji v metalurgiji ta mashinobuduvanni`.* 2010, no. 1, pp. 114–117.
  20. Movshovich I. Ya., Frolov E.A., Bondar` O.V. i dr. Issledovanie parametrov tochnosti sborki universal`no-sbornoj perenalazhivaemoj osnastki. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem.* 2013, no. 5, pp. 17–21.
  21. Ishhenko O. A., Tkachuk M. A., Grabovs`ky`j A. V., Tkachuk M. M., Skripchenko N. B., Merecz`ka K. O. Kontaktna vzayemodiya elementiv rozdilovy`x shtampiv: modeli, zakonomirnosti, kry`teriyyi proektny`x rishen`. *Mexanika ta mashy`nobuduvannya.* 2018, no. 1, pp. 47–59.
  22. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Saverska M., Hrechka I. A semi-analytical method for analys of contact interaction between structural elements along aligned surfacepp. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologiiepp. Applied mechanicpp.* 2020. Vol 1, no. 7 (103), pp. 16–25:
  23. Atroshenko O., Bondarenko O., Ustinenko O., Tkachuk M., Diomina N. A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologiiepp. Applied mechanicpp.* 2016. Vol 1, no. 7(79).
  24. Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Vasiliev A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologiiepp.* 2018, no. 1/7 (91), pp. 18–29.
  25. Tkachuk M. A., Ishhenko O. A., D`omina N. A., Tkachuk M. M., Grabovs`ky`j A. V., Shemans`ka V. V., Vasy`l`chenko D. R. Kontaktna vzayemodiya elementiv shtampovogo osnashhennya. *Visny`k NTU «KhPI».* 2018. no. 41 (1317), pp. 67–76.
  26. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Hrechka I., Ishchenko O., Domina N. Investigation of multiple contact interaction of elements of shearing diepp. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologiiepp. Applied mechanicpp.* 2019, vol 4, no. 7 (100).
  27. Ishhenko O. A. *Obg`runtuvannya proektno-tekhnologichny`x parametriv rozdilovy`x shtampiv shlyaxom pidvy`shhennya micznisny`x ta zhorstkisny`x xaraktery`sty`k osnovny`x elementiv:* dy`pp. k.t.n.: specz.05.03.05/ Ishhenko Ol`ga Anatoliyivna. Khar'kiv, 2019. 255 p.
  28. By`kh A.L., Kuzneczova L.G., Movshovich A.Ya. Napryazhenno-deformirovanoe sostoyanie vy`rubny`kh matricz speczializirovanny`kh perenalazhivaemy`kh shtampov. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem.* 2004, no. 8, pp. 30–33.
  29. Tarasov A.F., Korotkij P.P.A. Vliyanie konstrukczii shtampa na deformacziju e`lementov bloka i rabocheho i`nstrumenta. *Udoskonalennya proczei`v i` obladnannya obrobki tiskom v metalurgiji i` mashinobuduvanni`.* *Tem. zb. nauk. pracz`.* Kramators`k: DDMA, 2004. P. 103-108.
  30. Zayarnenko E.I., Tkachuk N.A., Tkachuk A.V. Raschety` na prochnost` vy`rubny`kh matricz i puanson-matricz dlya listovoj shtampovki. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo.* 1990, no. 12, pp. 18-21.
  31. Tkachuk N.A., Griczenko G.D., Chepurnoj A.D. i dr. Konechno-e`lementny`e modeli e`lementov slozhny`kh mekhanicheskikh sistem: tekhnologiya avtomatizirovannoj generaczii i parametrizovannogo opisaniya. *Mekhani`ka ta mashinobuduvannya.* 2006, no.1, pp. 57–79.
  32. Zayarnenko E. I., Tkachuk A.V., Tkachuk N.A. Issledovanie kontaktnogo vzaimodejstviya puansona so shtampuemy`m materialom. *Voprosy` oboronnoj tekhniki. Seriya 2.* 1985, vol. 10 (176), pp. 20–23.
  33. Zayarnenko E.I., Kuzneczova L.G. Ispy`taniya prochnosti i zhestkosti bazovy`kh plit perenalazhivaemy`kh shtampov. *Voprosy` oboronnoj tekhniki. Ser. 2.* 1990, vol. 10 (229), pp.61–65.
  34. Zayarnenko E.I., Khavin G.L. Raschet kontaktnogo vzaimodejstviya rabochikh detalej pri listovoj shtampovke metodom granichny`kh e`lementov. *Dinamika i prochnost` mashin.* Khar`kov: KhGU – Vishha shkola, 1988, vol. 41, pp. 7–11.
  35. Zayarnenko E.I., Tkachuk A.V., Tkachuk N.A. Issledovanie napryazhennoho sostoyaniya vy`rubny`kh puansonov USPSH. *V sb.: Progressivnaya tekhnologiya, perenalazhivaemaya osnastka i instrument. Mat. otrasl. nauch.-tekhn. seminar.* Khar`kov. 1985, pp. 95–103.
  36. Movshovich A.Ya., Zayarnenko E.I., Kuzneczova L.G. Metodologicheskie principy` matematicheskogo modelirovaniya shtampov dlya listovoj shtampovki. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem.* M.: OOO «Tiso Print», 2006, no. 2, pp. 26–30.
  37. D`omina N.A. *Udoskonalennya metodiv rozrakhunku elementiv shtampovogo osnashhennya na osnovi analizu yix napruzhenodeformovanogo stanu:* avtoref. dy`pp. na zbuttya nauk. stupenya kand. texn. nauk: specz. 05.03.05 «procesy` ta mashy`ny` obrobky` ty`skom» / N. A. D`omina. Khar'kiv, 2011. 20 p.
  38. Tkachuk N. A., Ishhenko O. A., Tkachuk N. N., Atroshenko A. A. Raschetno-e`ksperimental`noe issledovanie e`lementov shtampovoj osnastki. *Nauchny`j Vestnik Donbasskoj gosudarstvennoj mashinostroitel`noj akademii.* Kramators`k: DDMA, 2017, no. 3 (24E), pp. 11–19
  39. Ishhenko O.A., Tkachuk A.V., Grabovskij A.V., Demina N.A. Formirovanie kompleksnikh raschetny`kh modelej e`lementov shtampov dlya razdelitel`ny`kh operaczij. *Visnik NTU «KhPI». Tem. vip.: Novi` ri`shennya v suchasnikh tekhnologiyakh.* Khar'kiv: NTU «KhPI», 2016, no. 12 (1184), pp.23–30.
  40. Ishhenko O. A., Tkachuk M. A., Grabovs`ky`j A.V. y` dr. Kontaktna vzayemodiya elementiv rozdilovy`x shtampiv: modeli, zakonomirnosti, kry`teriyyi proektny`x rishen`. *Mexanika ta mashy`nobuduvannya.* Khar'kiv: NTU «KhPI». 2018, no. 1, pp. 47–59.
  41. Ishhenko O.A., Demina N.A., A.V. Grabovskij, Tkachuk N.A. Modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya bazovy`kh plit razdelitel`ny`kh shtampov. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem.* Moskva, 2012, no. 9, pp. 40–44.
  42. Ishhenko O.A., N.A. Tkachuk, G.A. Krotenko Formirovanie kompleksny`kh raschetny`kh modelej e`lementov shtampov dlya razdelitel`ny`kh operaczij. *Vi`snik NTU «KhPI».* *Seri`ya: Novi` ri`shennya v suchasnikh tekhnologiyakh.* Khar'kiv: NTU «KhPI», 2012, no. 47 (953), pp. 34–38.
  43. Ishhenko O.A. Kontaktnoe vzaimodejstvie e`lementov shtampov dlya razdelitel`ny`kh operaczij. *Novi` materi`ali i` tekhnologiji v metalurgiji ta mashinobuduvanni`.* Zaporiz`zhzha: Zaporiz`z. nac. tekhn. un-t, 2013, no. 1, pp. 93–96.
  44. Tkachuk M. A., O. A. Ishhenko, N. A. D`omina, M. M. Tkachuk, A. V. Grabovs`ky`j, V. V. Shemans`ka, Vasy`l`chenko D. R. Kontaktna vzayemodiya elementiv shtampovogo osnashhennya. *Visny`k NTU «KhPI».* Ser.: Innovaczijni tekhnologiji ta obladnannya obrobky` materialiv u mashy`nobuduvanni ta metalurgiji. Khar'kiv: NTU «KhPI», 2018, no. 41 (1317), pp. 67–76.
  45. Tkachuk N.N., Skripchenko N.B., Tkachuk N.A. i dr. Kontaktnoe vzaimodejstvie slozhnoprofil`ny`kh detalej mashinostroitel`ny`kh konstrukczij s ucheto lokal`noj podatlivosti poverkhnostnogo sloya: monografiya. Khar'kiv: FOP Panov A.N., 2017. 148 p.
  46. Tkachuk N.A., A. Yu. Tanchenko, A.N. Tkachuk, P.V. Churbanov, I.Ya. Khranczova, Ishhenko O.A. Analiz chuvstvitel`nosti prochnostny`kh i dinamicheskikh kharakteristik mashinostroitel`ny`kh konstrukczij na osnove pryamogo vozmeshheniya konechno-e`lementny`kh modelej. *Visnik NTU «KhPI».* *Tem. vip.: Mashinoznavstvo ta SAPR.* Khar'kiv: NTU «KhPI», 2012, no. 22, pp. 147–169.

Поступила (received) 20.09.2020

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola A.)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідуючий кафедрою «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola M.)** – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e-mail: [m.tkachuk@tmm-sapr.org](mailto:m.tkachuk@tmm-sapr.org).

**Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: [m.saverska@tmm-sapr.org](mailto:m.saverska@tmm-sapr.org)

**Ткачук Ганна Володимирівна (Ткачук Анна Владимировна, Tkachuk Ganna)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0435-1847>. e-mail: [tkachuckAV@tmm-sapr.org](mailto:tkachuckAV@tmm-sapr.org)

**Дьоміна Наталія Анатоліївна (Демина Наталья Анатольевна, Domina Natalia)** – кандидат технічних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, доцент кафедри «Вища математика і фізика», м. Мелітополь, Запорізька обл., Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1118-1834>; e-mail: [natalia.domina@tsatu.edu.ua](mailto:natalia.domina@tsatu.edu.ua).

**Ищенко Ольга Анатоліївна (Ищенко Ольга Анатольевна, Ishchenko Olha)** – кандидат технічних наук, Таврійський державний агротехнологічний університет, старший викладач кафедри вищої математики та фізики; м. Мелітополь, Запорізька обл., Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5274-2618>; E-mail: [olha.ishchenko@tsatu.edu.ua](mailto:olha.ishchenko@tsatu.edu.ua).

**Мосницька Дар'я Валеріївна (Мосницкая Дарья Валерьевна, Mosnitska Daria)** – студентка гр. МІТ-87Б (ТМ), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: [s1710@tmm-sapr.org](mailto:s1710@tmm-sapr.org).

**Волошина Ірина Олександрівна (Волошина Ирина Александровна, Voloshyna Iryna)** – студентка гр. МІТ-218м, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; e-mail: [s1802@tmm-sapr.org](mailto:s1802@tmm-sapr.org)

**Третьак Владислав Володимирович (Третьак Владислав Владимирович, Tretyak Vladeslav)** – студент гр. МІТ-219м, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; e-mail: [vladeslav2205@gmail.com](mailto:vladeslav2205@gmail.com)