

**М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. А. ТКАЧУК, П. М. КАЛІНІН, О. А. ІЩЕНКО,
Ю. С. ЧАЛА, Д. В. КИСЛИЦЯ**

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ТІЛ ІЗ ПОВЕРХНЯМИ БЛИЗЬКОЇ ФОРМИ

У роботі досліджена контактна взаємодія тіл із поверхнями близької форми. Розглянуті випадки тіл із контактуючими поверхнями, зазор між якими є функцією двох координат. На прикладі напівматриць прес-форм установлені закономірності розподілу контактної тиску. Ураховано вплив відхилення геометричної форми контактуючих поверхонь від номінальної, а також властивостей проміжного шару на розподіл контактної тиску. Також досліджено контакт тіл, поверхні яких у номінальному стані уздовж однієї лінії співпадають. На прикладі роликів досліджено вплив збурень форми зазору між цими тілами уздовж ліній співпадіння. Продемонстровано вплив такого збурення на розподіл контактної тиску. Також досліджено вплив збурення кута схрещування між роликами та властивостей проміжного шару на розподіл контактної тиску. Установлено, що технічні характеристики вузлів та виробів, у які включені контактуючі тіла із близькою формою поверхонь, визначаються не номінальними формами цих поверхонь, а формами у актуальному (деформованому під дією системи експлуатаційних сил) стані.

Ключові слова: прес-форма; напружено-деформований стан; контактна взаємодія; міцність; жорсткість; параметрична модель; метод скінченних елементів

**Н. Н. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. А. ТКАЧУК, П. Н. КАЛИНИН, О. А. ИЩЕНКО,
Ю. С. ЧАЛАЯ, Д. В. КИСЛИЦА**

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ С ПОВЕРХНОСТЯМИ БЛИЗКОЙ ФОРМЫ

В работе исследовано контактное взаимодействие тел с поверхностями близкой формы. Рассмотрены случаи тел с контактирующими поверхностями, зазор между которыми является функцией двух координат. На примере полуматриц пресс-форм установлены закономерности распределения контактного давления. Учтены влияние отклонения геометрической формы контактирующих поверхностей от номинальной, а также свойств промежуточного слоя на распределение контактного давления. Также исследован контакт тел, поверхности которых в номинальном состоянии вдоль одной линии совпадают. На примере роликов исследовано влияние возмущений формы зазора между этими телами вдоль линий совпадения. Продемонстрировано влияние такого возмущения на распределение контактного давления. Также исследовано влияние возмущения угла скрещивания между роликами и свойств промежуточного слоя на распределение контактного давления. Установлено, что технические характеристики узлов и изделий, в которые включены контактирующие тела с близкой формой поверхностей, определяются не номинальными формами этих поверхностей, а формами в актуальном (деформированном под действием системы эксплуатационных сил) состоянии.

Ключевые слова: пресс-форма; напряженно-деформированное состояние; прочность; жесткость; параметрическая модель; метод конечных элементов

**М. М. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСКИЙ, М. А. ТКАЧУК, П. КАЛИНИН, О. ИЩЕНКО,
Ю. С. ЧАЛА, Д. КИСЛИЦА**

CONTACT INTERACTION OF BODIES WITH SURFACES OF SIMILAR SHAPE

The contact interaction of bodies with surfaces of similar shape is investigated in the work. Cases of bodies with contact surfaces, the gap between which is a function of two coordinates, are considered. On the example of semi-matrices of molds the regularities of contact pressure distribution are established. The effect of geometry variation away from the nominal shape as well as the properties of the intermediate layer on contact pressure distribution is evaluated. The contact of bodies whose surfaces coincide in the nominal state along one line is also investigated. The influence of perturbations of the gap shape between these bodies along the lines of incidence was investigated on the example of rollers. The influence of such perturbation on the contact pressure distribution is demonstrated. The influence of the perturbation of the crossing angle between the rollers and the properties of the intermediate layer on the contact pressure distribution is also investigated. It was established that ultimate performance of machine units that contain parts in conforming contact are determined not by the nominal shape of the working surfaces but rather by the actual shape due to the deformations under the loads.

Keywords: mold; stress-strain state; strength; stiffness; parametric model; finite element method

Вступ. У конструкціях елементів машинобудівних конструкцій часто мають застосування пари деталей, контактуючі поверхні яких із функціональних критеріїв мають бути співпадаючими або близькими. Наприклад, як відзначається у [1], для напівматриць прес-форм важливо, щоби при впорскуванні у формотвірну порожнину, яку ці напівматриці утворюють, не відбувалося розкриття стику між ними, яке призводить до утворення облою (тобто – до браку).

Для поршнів двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ) важливо, щоби при контакті із циліндром контактні зусилля між ними розподілялися якомога більш рівномірно. Такий самий критерій – і для контактної взаємодії елементів підшипників кочення та ковзання, зубчастих коліс, опор роторів турбомашин, корінних та

шатунних опор колінчастих валів ДВЗ тощо. При цьому із міркувань виконання тих чи інших функцій виробники прагнуть домогтися співпадіння геометричної форми деталей уздовж твірної тіла кочення. Такі ж особливості – і в інших випадках.

Проте, незважаючи на розповсюдженість таких особливостей для контакту тіл, відсутнє повне розв'язання задач визначення їх напружено-деформованого стану. У першу чергу, інтерес становить саме аналіз особливостей розподілу контактної тиску.

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. А. Ткачук,
П. М. Калінін, О. А. Іщенко, Ю. С. Чала,
Д. В. Кислиця, 2020

Відповідно, виникає задача здійснення такого аналізу, що породило напрямок розробок та досліджень, описаних у цій роботі.

Аналіз існуючих моделей та методів дослідження напружено-деформованого стану тіл із урахуванням контактної взаємодії. Контактна взаємодія тіл призводить до виникнення областей контакту на їхніх поверхнях. Форма і розміри таких областей, а також закони розподілу контактної тиску на цих областях залежать від низки чинників. Зокрема, це – форма контактуючих поверхонь тіл, властивості матеріалу поверхневих чи проміжних шарів тощо. Відповідно, різноманіття задач, що при цьому виникають, породжує широку множину моделей та методів, які застосовуються для аналізу напружено-деформованого стану цих тіл із урахуванням контактної взаємодії. Так, у відомих роботах [1–4] описані традиційні моделі та чисельні методи, які знайшли широке застосування у розв'язанні задач аналізу контактної взаємодії тіл. Одним із напрямків розвитку постановок контактних задач є методи варіаційних нерівностей [5–8]. Також результативним є застосування та розвиток варіаційного принципу Калькера [9–12].

Окрім розвитку математичних моделей і методів, увагу дослідників привертають моделювання шарів шорсткості, явищ адгезії, тертя та інші ефекти [13–17].

Спираючись на розвинені підходи, моделі та методи, можна здійснювати дослідження напружено-деформованого стану та контактної взаємодії різних деталей машинобудівних конструкцій. Разом із тим, існує велика кількість випадків, у яких пряме та безпосереднє застосування розробок, що існують та використовуються, не призводить до результатів, які відповідають реальним випадкам. Так, у багатьох конструкціях поверхні контактуючих тіл або співпадають, або близькі (уздовж одного напрямку чи на всій поверхні). Крім того, можливі відхилення позиціонування, наявність проміжних шарів між тілами тощо. У підсумку відомі або отримувані із застосуванням традиційних постановок результати можуть сильно відрізнятися від даних експериментів або практики експлуатації.

Таким чином, необхідні розробки більш досконалих моделей та методів, які дають можливість моделювати напружено-деформований стан із урахуванням контактної взаємодії тіл за наявності збурень геометричної форми чи відхилення від номінального розташування, за розміщення між тілами проміжного шару тощо. Такі розробки та дослідження на розвиток попередніх робіт [1, 11, 18–20] описані у статті далі.

Моделі розподілів зазору між контактуючими тілами. Отримуємо у задачі, що розглядається, два крайніх випадки:

1) зазор між поверхнями є довільною функцією двох координат $z = \tilde{z}(x, y)$, тут x, y – координати спільної дотичної площини для контактуючих тіл;

2) зазор між поверхнями є сумою функцій, одна із яких має домінуючу складову, залежну від однієї із координат,

$$z = z^*(x) + \tilde{z}(x, y), \quad (1)$$

а інша – така ж за структурою, як і в 1). Тут $\tilde{z}(x, y)$ – заданий або випадковий розподіл зазору, причому у області актуального контакту максимум $\tilde{z}(x, y)$ співмірний із рівнем пружних переміщень та зміщень (зближень) контактуючих тіл. Функція $z^*(x)$ визначає характер зміни профілю зазору між тілами у перерізах $y = const$. Наприклад, для ролика підшипників кочення

$$z^*(x) = 1/(2R) \cdot x^2, \quad (2)$$

де R – зведений радіус кривизни, а x – координата у напрямку, перпендикулярному його твірній. Для цього випадку функцію $\tilde{z}(x, y)$ можна подати у вигляді суми номінальної $z^N(x, y)$ та випадкової $z^S(x, y)$ складових. Перший доданок описує детерміновану (бажану, ту, яку прагнуть досягти) складову, яка задається конструкторською документацією за відсутності відхилень, другий – як правило, випадкове відхилення, зумовлене технологічними чинниками, проте обмежене допусками на відхилення форми та розмірів, які регламентуються технічною документацією на виріб.

Оскільки на НДС пари «ролик – опорна поверхня» чинить вплив кожна із складових $z^*(x)$, $z^N(x, y)$ та $z^S(x, y)$, то розв'язання оберненої задачі, тобто обґрунтування геометричної форми, яка би забезпечувала міцність, довговічність чи зношувальність, потребує розв'язання значного обсягу задач аналізу. Цей обсяг визначається як процедурами оптимізаційного алгоритму, що застосовується для «детермінованого» випадку, так і наявністю стохастичної складової, внесок якої важко прослідкувати та підпорядкувати певним закономірностям. Ще одним із важливих чинників є шорсткість поверхонь взаємодіючих тіл. Її, на відміну від інших компонентів стохастичної складової $\tilde{z}(x, y)$, можна (з урахуванням набагато меншої бази коливань профілю та інших особливостей) моделювати фізично нелінійним пружним шаром із податливістю λ .

Таким чином, серед варіюваних чинників геометричного характеру виокремлюються: домінуюча детермінована компонента $z^*(x)$ (для випадку «одновимірний» співпадіння – функція однієї координати, для «двовимірний» – тотожний нуль), детермінована компонента бажаного відхилення від номінальної форми $z^N(x, y)$ (описує, зокрема, модифікацію контактуючих поверхонь), стохастична компонента $z^S(x, y)$, а також макровідхилення $z^M(x, y)$ (може породжуватися, наприклад, залишковими напруженнями від термообробки, складання,

монтажних зусиль тощо). При цьому значущими є також фізико-механічні властивості проміжного пружного шару (залежність «прогин – контактний тиск»), кінематичний чинник (зближення тіл δ) або силовий – притискне зусилля P . Усі вони чинять сукупний вплив на розподіл та величини контактного тиску. Відповідно, для практичних потреб потрібно мати у розпорядженні такий засіб досліджень, який би давав можливість визначати і частинні, і загальні залежності параметрів розподілу контактного тиску та напружено-деформованого стану від варійованих чинників.

Для розв'язання цієї задачі застосовані засоби, запропоновані у [1], а також МСЕ [21]. При цьому вони для кожного окремого класу задач можуть адаптуватися, зважаючи на особливості досліджуваних об'єктів.

Результати досліджень напружено-деформованого стану контактуючих тіл. Розглянемо два характерні види об'єктів.

1. **Контакт напівматриць прес-форми.** Як уже зазначалося, напівматриці прес-форми піддаються дії зусиль змикання та тиску робочої рідини, яка заповнює внутрішню порожнину, утворювану цими напівматрицями. Дзеркало (тобто площина розмикання прес-форми) має бути суцільним, тобто без розривів контакту поверхонь двох напівматриць у актуальній конфігурації, причому за зростання тиску робочої рідини (розплавленого матеріалу деталі, що виготовляється) від нуля до максимуму.

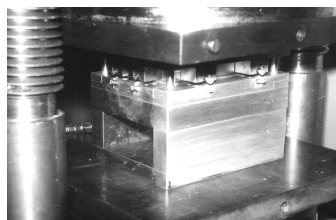


Рисунок 1 – Дослідна прес-форма

Для конкретизації впливу різних чинників на працездатність прес-форми було здійснене експериментальне дослідження її НДС (рис. 1). Зусилля змикання – $P = 1$ МН, внутрішній тиск q – від 0 МПа до 30 МПа. Варіювалася форма зазору за рахунок макровідхилення поверхні однієї із напівматриць від номінально плоскої.

На рис. 2 наведена схема макровідхилення форми дзеркала прес-форми від номінально плоскої. У розрахунках покладалося: $2l = 240$ мм, $R = 8$ м. При цьому стріла виступу/впадини $h = \pm 1$ мм.

На рис. 3 наведені скінченно-елемента модель (СЕМ) (див. рис. 3, а) та крайові умови (див. рис. 3, б) для прес-форми. На рис. 4–6 наведені картини розподілу контактного тиску, інтенсивності напружень за Мізесом, повних переміщень та деформований стан напівматриць (1/4 системи у силу симетрії).

Крім того, на розширення постановок, викладених у роботі [1], здійснено сумісне варіювання параметрів $\alpha = S \cdot q / P$ (відносний рівень сили вну-

трішнього розширення порівняно із силою запирання прес-форми), де S – площа у плані напівматриці, $\gamma = h / R$ (відносний рівень висоти макрорунки порівняно із її радіусом).

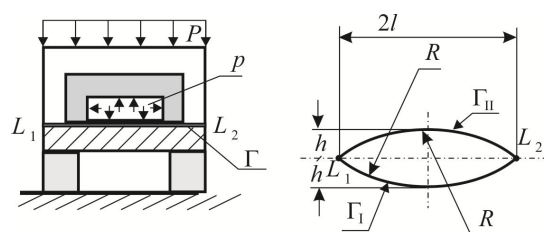


Рисунок 2 – Схема макровідхилення форми дзеркала прес-форми від номінально плоскої

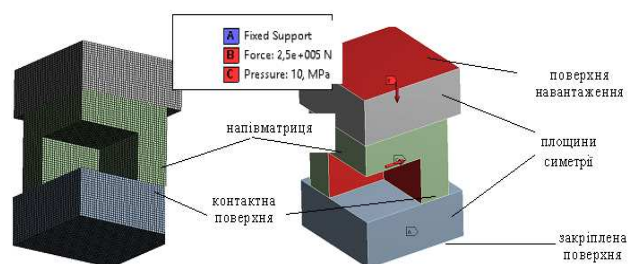


Рисунок 3 – Скінченно-елемента модель та крайові умови прес-форми (1/4, деталь 160×160 мм)

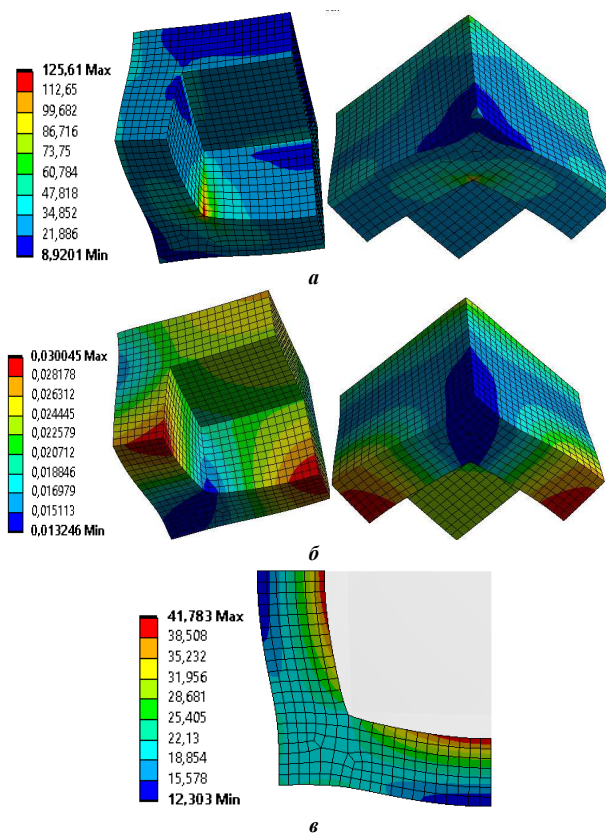


Рисунок 4 – Картина напружено-деформованого стану напівматриці прес-форми («номінал», плоска основа напівматриці, $R = \infty$):

а – інтенсивність напружень за Мізесом, МПа;

б – повні переміщення, мм;

в – контактний тиск, МПа

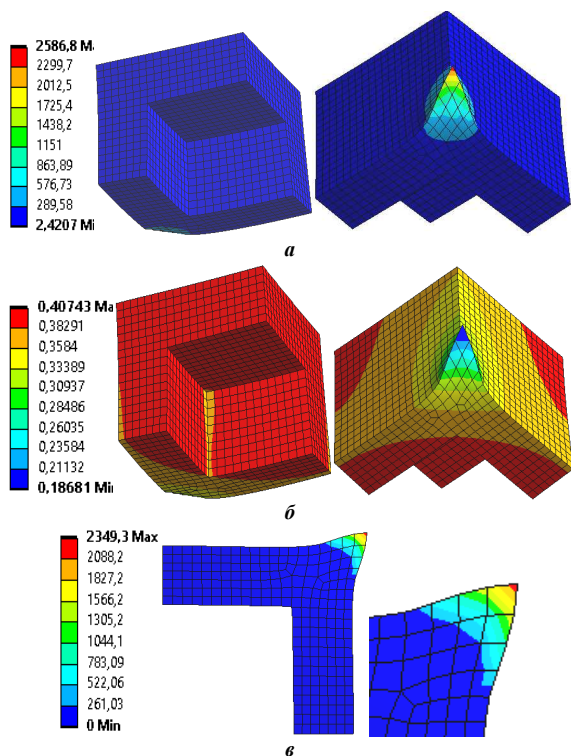


Рисунок 5 – Картина напружено-деформованого стану напівматриці досліджуваної прес-форми («впадина», $R = -8\text{ мм}$):

a – інтенсивність напружень за Мізесом, МПа;
б – повні переміщення, мм; *в* – контактний тиск, МПа

На рис. 7 наведено геометричну модель та історію прикладання тиску на внутрішню порожнину прес-форми відповідно, а у табл. 1–9 наведені розподіли компонент НДС та контактний тиск за варіювання α, γ .

$$\sigma^{\wedge} = \sigma_3^{\max}(\alpha, \gamma) / \sigma_{3H}^{\max}, \quad W^{\wedge} = W_{\max}(\alpha, \gamma) / W_{\max H}$$

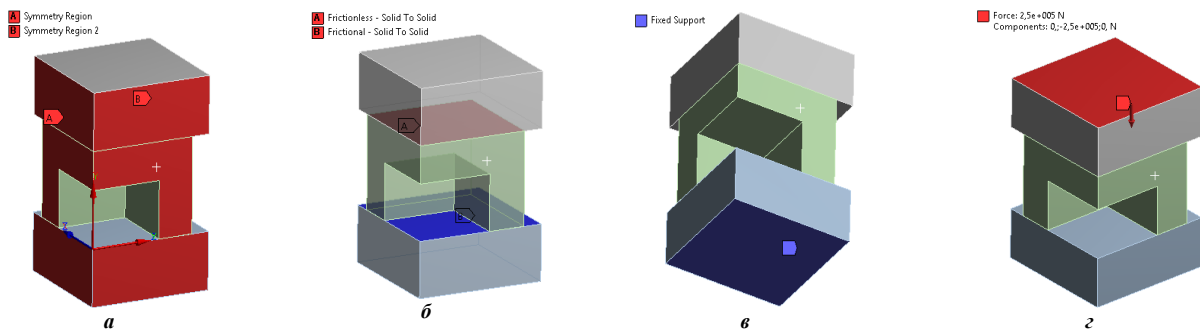
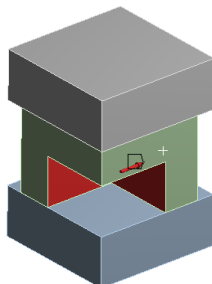


Рисунок 7 – Крайові умови для прес-форми:

a – дві площини симетрії;
б – дві контактні пари; *в* – закріплення; *з* – силове навантаження ($10^6/4=2,5 \cdot 10^5 \text{ Н}$)



$\sigma^{\wedge} = q_{\max}(\alpha, \gamma) / q_{\max H}$. Тут σ_3^{\max} – еквівалентні максимальні напруження, W_{\max} – рівень повних переміщень; q_{\max} – рівень контактний тиск. Індекс «Н» відноситься до «номінального» варіанту, описаного вище.

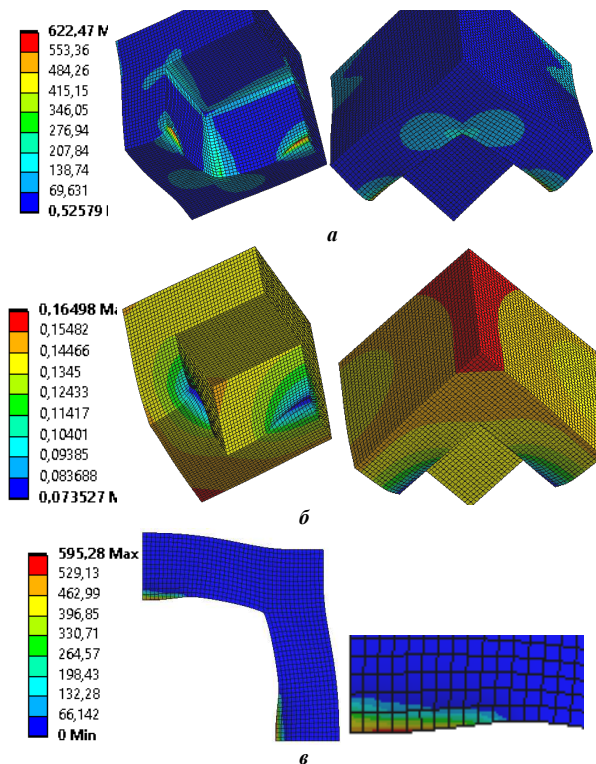
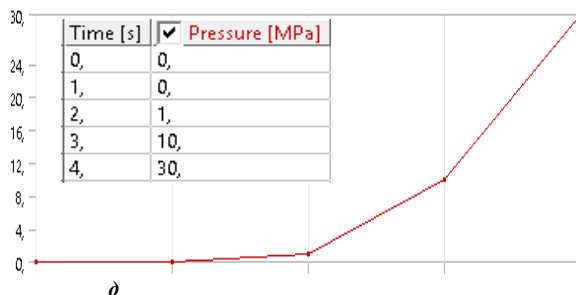


Рисунок 6 – Картина напружено-деформованого стану напівматриці досліджуваної прес-форми («виступ», $R = 8\text{ мм}$):

a – інтенсивність напружень за Мізесом, МПа;
б – повні переміщення, мм; *в* – контактний тиск, МПа

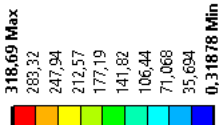
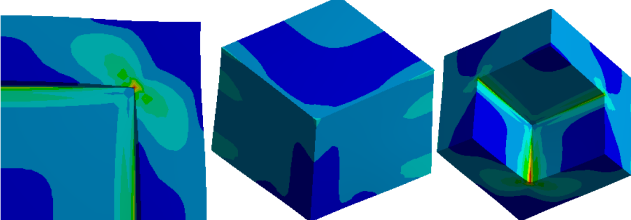


Таблиця 1 – Розподіл повних переміщень у прес-формі із плоскою поверхнею напівматриць, мм

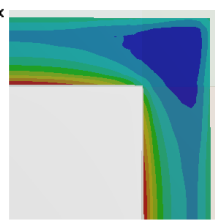
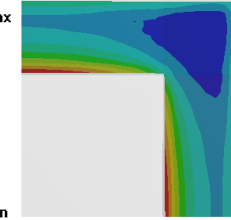
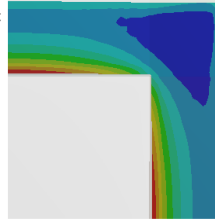
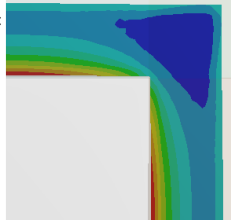
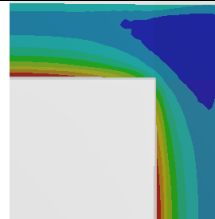
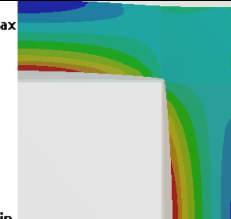
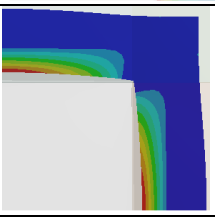
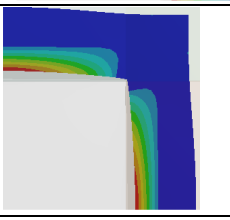
Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу повних переміщень у прес-формі, мм
0 МПа (1с)	0,03846 Н 0,035598 0,032736 0,029874 0,027012 0,02415 0,021289 0,018427 0,015565 0,012703	
1 МПа (2с)	0,037297 Н 0,034575 0,031853 0,029131 0,026409 0,023687 0,020965 0,018242 0,01552 0,012796 Н	
10 МПа (3с)	0,030045 Н 0,028178 0,026312 0,024445 0,022579 0,020712 0,018846 0,016979 0,015113 0,013246 Н	
30 МПа (4с)	0,068851 Н 0,061301 0,05375 0,0462 0,038649 0,031099 0,023548 0,015998 0,0084473 0,00089681	

Таблиця 2 – Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у прес-формі із плоскою поверхнею напівматриць, МПа

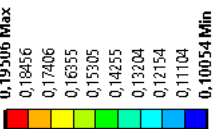
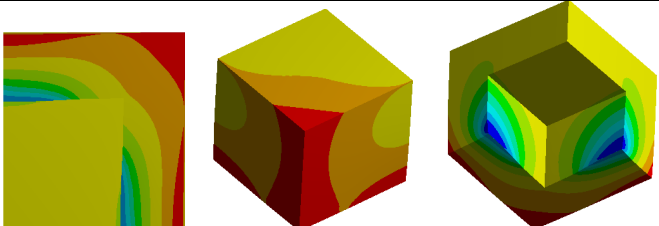
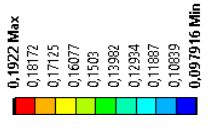
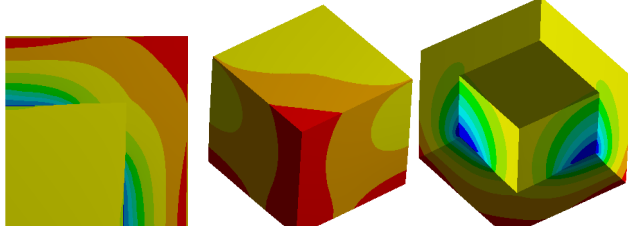
Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу еквівалентних напружень у прес-формі із плоскою поверхнею напівматриць, МПа
0 МПа (1с)	75,393 Max 67,021 58,65 50,279 41,908 33,536 25,165 16,794 8,424 0,051119 Min	
1 МПа (2с)	75,984 Max 67,582 59,18 50,779 42,377 33,975 25,573 17,171 8,7697 0,36788 Min	
10 МПа (3с)	125,61 Max 112,65 99,682 86,716 73,75 60,784 47,818 34,852 21,886 8,9201 Min	

Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу еквівалентних напружень у прес-формі із плоскою поверхню напівматриць, МПа
30 МПа (4с)	<p>318,69 Max</p> <p>283,32</p> <p>247,94</p> <p>212,57</p> <p>177,19</p> <p>141,82</p> <p>106,44</p> <p>71,068</p> <p>35,694</p> <p>0,31878 Min</p> 	

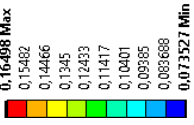
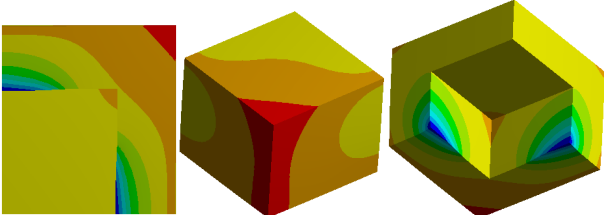
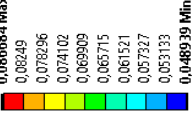
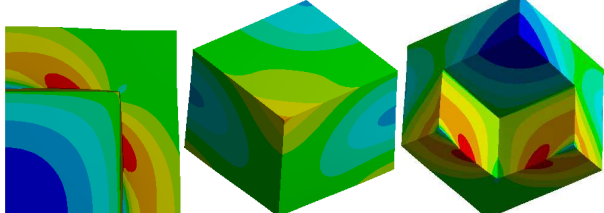
Таблиця 3 – Розподіл контактної тиску та контактної проникнення у прес-формі із плоскою поверхню напівматриць

Тиск навантаження	Картина розподілу контактної тиску, МПа	Картина розподілу контактної проникнення, мм
0 МПа (1с)	<p>43,621 Max</p> <p>41,703</p> <p>39,785</p> <p>37,867</p> <p>35,949</p> <p>34,031</p> <p>32,113</p> <p>30,196</p> <p>28,278</p> <p>26,36 Min</p> 	<p>0,0068076 Max</p> <p>0,0065082</p> <p>0,0062089</p> <p>0,0059096</p> <p>0,0056103</p> <p>0,005311</p> <p>0,0050117</p> <p>0,0047124</p> <p>0,004413</p> <p>0,0041137 Min</p> 
1 МПа (2с)	<p>43,265 Max</p> <p>41,314</p> <p>39,364</p> <p>37,413</p> <p>35,462</p> <p>33,511</p> <p>31,561</p> <p>29,61</p> <p>27,659</p> <p>25,708 Min</p> 	<p>0,0070074 Max</p> <p>0,0066915</p> <p>0,0063755</p> <p>0,0060595</p> <p>0,0057436</p> <p>0,0054276</p> <p>0,0051117</p> <p>0,0047957</p> <p>0,0044798</p> <p>0,0041638 Min</p> 
10 МПа (3с)	<p>43,265 Max</p> <p>41,314</p> <p>39,364</p> <p>37,413</p> <p>35,462</p> <p>33,511</p> <p>31,561</p> <p>29,61</p> <p>27,659</p> <p>25,708 Min</p> 	<p>0,0076734 Max</p> <p>0,0070718</p> <p>0,0064703</p> <p>0,0058687</p> <p>0,0052671</p> <p>0,0046656</p> <p>0,004064</p> <p>0,0034625</p> <p>0,0028609</p> <p>0,0022594 Min</p> 
30 МПа (4с)	<p>48,049 Max</p> <p>42,71</p> <p>37,372</p> <p>32,033</p> <p>26,694</p> <p>21,355</p> <p>16,016</p> <p>10,678</p> <p>5,3388</p> <p>0 Min</p> 	<p>0,0047286 Max</p> <p>0,0042032</p> <p>0,0036778</p> <p>0,0031524</p> <p>0,002627</p> <p>0,0021016</p> <p>0,0015762</p> <p>0,0010508</p> <p>0,0005254</p> <p>0 Min</p> 

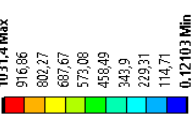
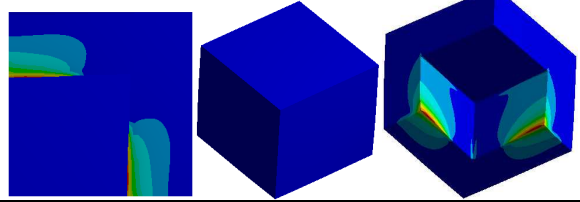
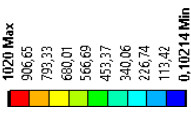
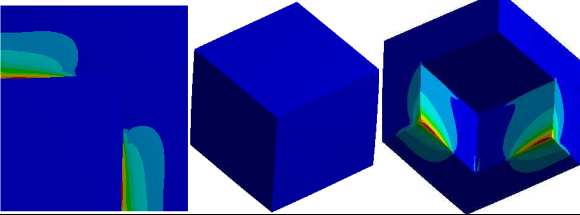
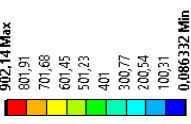
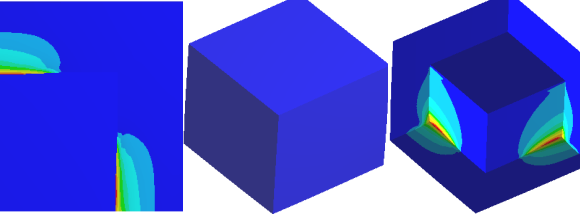

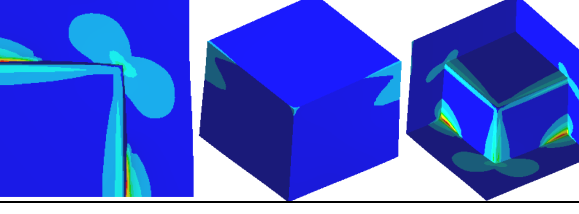
Таблиця 4 – Розподіл повних переміщень у прес-формі із опуклою контактною поверхню, мм

Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу повних переміщень у прес-формі, мм
0 МПа (1с)	<p>0,19506 Max</p> <p>0,18436</p> <p>0,17406</p> <p>0,16355</p> <p>0,15305</p> <p>0,14255</p> <p>0,13204</p> <p>0,12154</p> <p>0,11104</p> <p>0,10054 Min</p> 	
1 МПа (2с)	<p>0,1922 Max</p> <p>0,18172</p> <p>0,17125</p> <p>0,16077</p> <p>0,1503</p> <p>0,13982</p> <p>0,12934</p> <p>0,11887</p> <p>0,10839</p> <p>0,097916 Min</p> 	

Закінчення табл. 4

Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу повних переміщень у прес-формі, мм
10 МПа (3с)	<p>0,16498 Max</p> <p>0,15482 0,14466 0,1345 0,12433 0,11417 0,10401 0,09385 0,083688</p> <p>0,073527 Min</p> 	
30 МПа (4с)	<p>0,086684 Max</p> <p>0,08649 0,078296 0,074102 0,069009 0,065715 0,061521 0,057327 0,053133</p> <p>0,048939 Min</p> 	

Таблиця 5 – Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у прес-формі із опуклою контактною поверхнею, МПа

Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу еквівалентних напружень за Мізесом у прес-формі, МПа
0 МПа (1с)	<p>1031,4 Max</p> <p>916,86 802,27 687,67 573,08 458,49 343,9 229,31 114,71</p> <p>0,112103 Min</p> 	
1 МПа (2с)	<p>1020 Max</p> <p>906,65 795,33 680,01 566,69 453,37 340,06 226,74 113,42</p> <p>0,10214 Min</p> 	
10 МПа (3с)	<p>902,14 Max</p> <p>801,91 701,68 601,45 501,23 401 300,77 200,54 100,31</p> <p>0,086332 Min</p> 	
30 МПа (4с)	<p>622,47 Max</p> <p>553,36 484,26 415,15 346,05 276,94 207,84 138,74 69,61</p> <p>0,52579 Min</p> 	

Таблиця 6 – Розподіл контактної тиску та контактної проникнення у прес-формі із опуклою контактною поверхнею

Тиск навантаження	Картина розподілу контактної тиску, МПа	Картина розподілу контактної проникнення, мм
0 МПа (1с)	<p>1016,8 Max</p> <p>903,82 790,84 677,87 564,89 451,91 338,93 225,96 112,98</p> <p>0 Min</p> 	<p>0,021977 Max</p> <p>0,019535 0,017093 0,014652 0,01221 0,0097677 0,0073258 0,0048839 0,0024419</p> <p>0 Min</p> 

Тиск навантаження	Картина розподілу контактного тиску, МПа	Картина розподілу контактного проникнення, мм
1 МПа (2с)	<p>1008,1 Max 896,11 784,1 672,08 560,07 448,05 336,04 224,03 112,01 0 Min</p>	<p>0,02239 Max 0,019903 0,017415 0,014927 0,012439 0,0099513 0,0074635 0,0049756 0,0024878 0 Min</p>
10 МПа (3с)	<p>898,23 Max 798,43 698,62 598,82 499,02 399,21 299,41 199,61 99,803 0 Min</p>	<p>0,026391 Max 0,023459 0,020526 0,017594 0,014662 0,011729 0,008797 0,0058646 0,0029323 0 Min</p>
30 МПа (4с)	<p>595,28 Max 529,13 462,99 396,85 330,71 264,57 198,43 132,28 66,142 0 Min</p>	<p>0,023884 Max 0,02123 0,018576 0,015922 0,013269 0,010615 0,0079612 0,0053075 0,0026537 0 Min</p>

Таблиця 7 – Розподіл повних переміщень у прес-формі із увігнутою поверхнею, мм

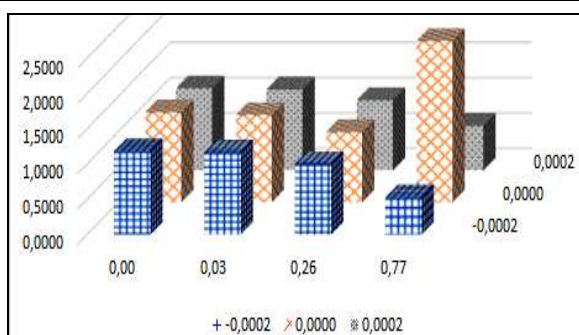
Тиск навантаження	Шкала	Картина розподілу повних переміщень у прес-формі, мм
0 МПа (1с)	<p>0,47491 Max 0,44473 0,41455 0,38437 0,3542 0,32402 0,29384 0,26366 0,23348 0,20331 Min</p>	
1 МПа (2с)	<p>0,46851 Max 0,43887 0,40923 0,37958 0,34994 0,3203 0,29066 0,26101 0,23137 0,20173 Min</p>	
10 МПа (3с)	<p>0,40743 Max 0,38291 0,3584 0,33389 0,30937 0,28486 0,26035 0,23584 0,21132 0,18681 Min</p>	
30 МПа (4с)	<p>0,25883 Max 0,24362 0,22842 0,21321 0,19801 0,1828 0,1676 0,15239 0,13719 0,12199 Min</p>	

Таблиця 8 – Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом у прес-формі із увігнутою поверхнею, МПа

Тиск навантаження	Шкала	Картина еквівалентних напружень у прес-формі, МПа
0 МПа (1с)	2828,7 Max 2514,5 2200,4 1886,2 1572,1 1257,9 943,79 629,64 315,49 1,342 Min	
1 МПа (2с)	2809,4 Max 2497,3 2185,1 1873 1560,9 1248,7 936,6 624,47 312,34 0,20886 Min	
10 МПа (3с)	2586,8 Max 2299,7 2012,5 1725,4 1438,2 1151 863,89 576,73 289,58 2,4207 Min	
30 МПа (4с)	1688,8 Max 1501,9 1315,1 1128,2 941,34 754,48 567,62 380,76 193,9 7,0369 Min	

Таблиця 9 – Розподіл контактної тиску та контактної проникнення у прес-формі із увігнутою поверхнею

Тиск навантаження	Картина розподілу контактної тиску, МПа	Картина розподілу контактної проникнення, мм
0 МПа (1с)	2580,6 M 2293,9 2007,1 1720,4 1433,7 1146,9 860,2 573,47 286,73 0 Min	0,059882 M 0,053228 0,046575 0,039921 0,033268 0,026614 0,019961 0,013307 0,0066535 0 Min
1 МПа (2с)	2558 M 2273,8 1989,5 1705,3 1421,1 1136,9 852,66 568,44 284,22 0 Min	0,060345 0,05364 0,046935 0,04023 0,033525 0,02682 0,020115 0,01341 0,006705 0 Min
10 МПа (3с)	2349,3 M 2088,2 1827,2 1566,2 1305,2 1044,1 783,09 522,06 261,03 0 Min	0,066116 0,05877 0,051423 0,044077 0,036731 0,029385 0,022039 0,014692 0,0073462 0 Min
30 МПа (4с)	1487,4 M 1322,2 1156,9 991,62 826,35 661,08 495,81 330,54 165,27 0 Min	0,079001 M 0,070223 0,061446 0,052668 0,04389 0,035112 0,026334 0,017536 0,0087779 0 Min

Рисунок 8 – Відносний рівень повних переміщень при варіюванні відносної висоти макрорунки γ (гамма) $(-0,0002 \div 0,0002)$ та внутрішньої сили розпирання α (альфа) $(0,0 \div 0,77)$

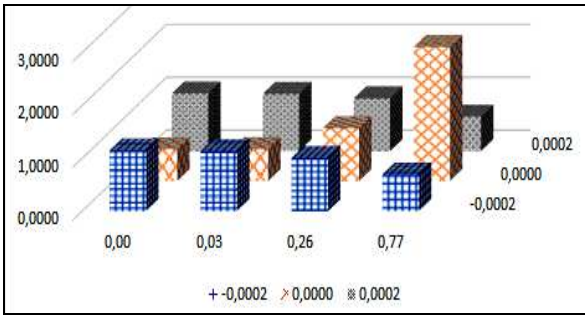


Рисунок 9 – Відносний рівень еквівалентних напружень при варіюванні відносної висоти макролунки γ (гамма) (-0.0002÷0.0002) та внутрішньої сили розпирання α (альфа) (0.0÷0.77)

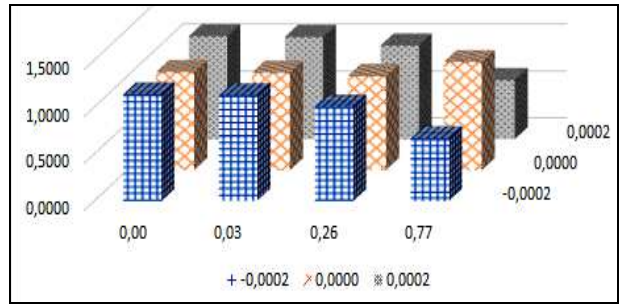


Рисунок 10 – Відносний рівень контактного тиску при варіюванні відносної висоти макролунки γ (гамма) (-0.0002÷0.0002) та внутрішньої сили розпирання α (альфа) (0.0÷0.77)

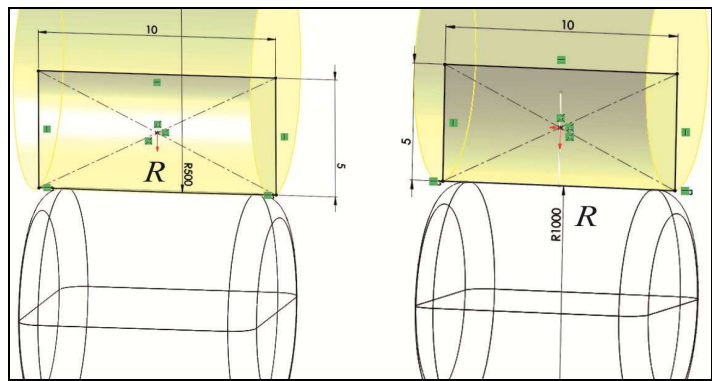
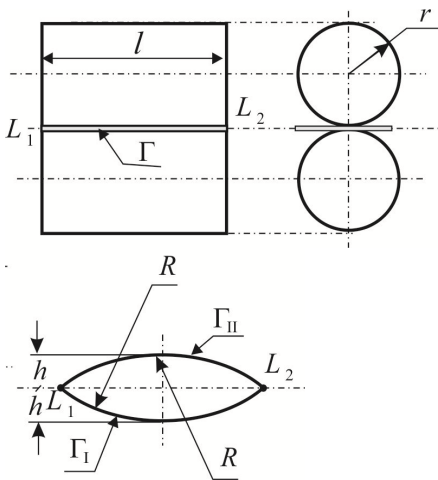


Рисунок 11 – Конструктивна схема контакту сталевих циліндричних роликів

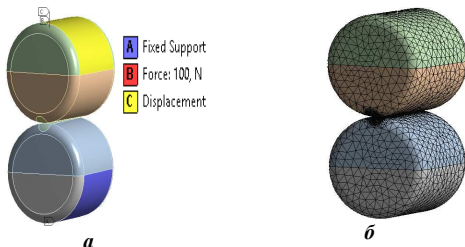


Рисунок 12 – Контакт сталевих циліндричних роликів: а – геометрична модель та граничні умови; б – СЕМ

2. Контакт двох циліндричних роликів. Для контакту циліндричних роликів (рис. 11, 12) велике значення має модифікація профілю Γ . Зокрема, при формуванні виступу (Γ_{II}) надається класична «бочка». Виступ/впадина h формується при $2l = 10$ мм, $r = 1$ мм радіусом R , який є варіюваним.

За рівня притисного зусилля $P = 0,1$ кН контактний тиск суттєво перерозподіляється уздовж співпадаючої прямої твірної ($h = 0$) (рис. 13): від номінального значення тиск q відрізняється на 10%. При варіюванні h максимум «мігрує» від периферії до центральної частини і навпаки (рис. 13 і табл. 12).

Крім того, на контактний тиск впливає проміжний пружний шар. На рис. 14 наведено геометричну та скінченно-елементну моделі, а також умови навантаження, які враховують наявність проміжного шару між роликами, кути схрещування осей котрих – 3° . У табл. 13 – розподіли контактного тиску за відсутності та за наявності проміжного шару. Також на розподіл контактного тиску між роликами чинить вплив схрещування осей роликів.

Таблиця 12 – Зміна картин розподіл контактного тиску з варіюванням параметра радіуса випуклості R , мм

R , м	Значення, МПа	Картина розподілу
<i>Опуклий ролик</i>		
0,5	563,29 500,7 498,12 375,53 312,94 250,35 187,76 125,18 62,588 0 Min	
1,0	452,51 M 402,23 351,96 301,68 251,4 201,12 150,84 100,56 50,279 0 Min	

$R, \text{ м}$	Значення, МПа	Картина розподілу
<i>Увігнутий ролик</i>		
0,5	<p>1272,1 M</p> <p>1122,1 972 821,92 671,85 521,78 371,7 221,63 71,558 0 Min</p>	
1,0	<p>962,5 M</p> <p>851,14 739,77 628,4 517,03 405,66 294,29 182,93 71,558 0 Min</p>	
8,0	<p>368,14 M</p> <p>331,07 294 256,92 219,85 182,78 145,7 108,63 71,558 0 Min</p>	
6,0	<p>268,71 M</p> <p>244,06 219,42 194,78 170,13 145,49 120,84 96,201 71,558 0 Min</p>	

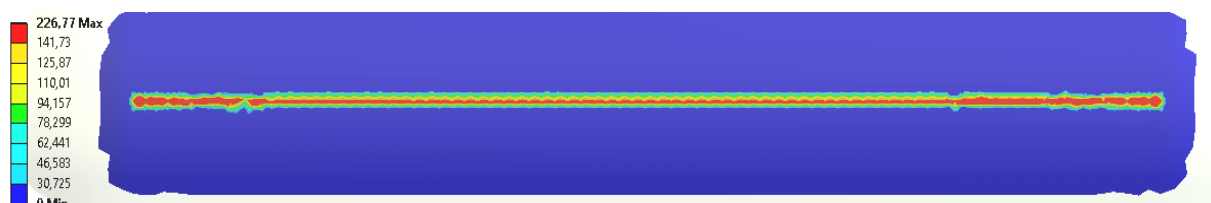


Рисунок 13 – Розподіл контактної тиску (МПа) для номінального (ідеального) профіля



Рисунок 14 – Контакт сталевих циліндричних роликів з проміжним пружним шаром: а – геометрична модель; б – умови навантаження; в – СЕМ

Таблиця 13 – Розподіли контактної тиску (МПа) за варіювання модуля пружності матеріалу проміжного шару $E_{пр.ш}$ між роликами під дією притискового зусилля 0,1 кН (кути схрещування осей – 3°)

$E_{пр.ш}, \text{ Па}$	Контактний тиск, кН	
	Значення, МПа	Картина розподілу
$2 \cdot 10^{11} *$	<p>379,02 M</p> <p>277,16 242,51 207,87 173,22 138,58 103,93 69,289 34,645 0 Min</p>	
$2 \cdot 10^9$	<p>52,643 M</p> <p>46,794 40,944 35,095 29,246 23,397 17,548 11,698 5,8492 0 Min</p>	
$5 \cdot 10^8$	<p>30,001 M</p> <p>26,668 23,334 20,001 16,667 13,334 10 6,667 3,3335 0 Min</p>	

$E_{пр.ш},$ Па	Контактний тиск, кН	
	Значення, МПа	Картина розподілу
10^8	16,258 Г 14,451 12,645 10,839 9,0322 7,2257 5,4193 3,6129 1,8064 0 Min	
$5 \cdot 10^7$	12,921 Г 11,485 10,049 8,6137 7,1781 5,7425 4,3068 2,8712 1,4356 0 Min	

Примітка: * – без проміжного шару

Таблиця 14 – Розподіли контактного тиску (МПа) для різних значень кута схрещування φ (°)

$\varphi, ^\circ$	Контактний тиск, МПа	
	Значення, МПа	Картина розподілу
0	226,77 Ма 141,73 125,87 110,01 94,157 78,299 62,441 46,583 30,725 0 Min	
1	226,77 Ма 141,73 125,87 110,01 94,157 78,299 62,441 46,583 30,725 0 Min	
3	379,02 Ма 277,16 242,51 207,87 173,22 138,58 103,93 69,289 34,645 0 Min	
5	516,53 Ма 364,8 319,2 273,6 228 182,4 136,8 91,199 45,6 0 Min	
15	939,75 Ма 769,42 673,24 577,06 480,89 384,71 288,53 192,35 96,177 0 Min	
45	1487,5 Ма 1322,2 1156,9 991,66 826,39 661,11 495,83 330,55 165,28 0 Min	
90	1766,1 Ма 1569,9 1373,6 1177,4 981,17 784,93 588,7 392,47 196,23 0 Min	

На рис. 15 наведено схему розташування роликів та кут схрещування φ між проекціями їхніх осей на площину, перпендикулярну площині,

яка проходить через їхні осі, а у табл. 14 – розподіли контактного тиску для різних значень кута схрещування φ .

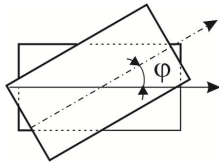


Рисунок 15 – Схема розташування роликів та кут схрещування φ між проєкціями їхніх осей

Аналіз отриманих результатів. Із аналізу наведених результатів досліджень НДС ПФ видно, що розподіл контактної тиску сильно залежить від мікровідхилення h (тобто – радіуса R). Для випадку Γ_I («западина») максимум контактної тиску ~ 2581 МПа, для Γ_{II} («виступ») – ~ 1016 МПа проти ~ 44 МПа для «номіналу». При цьому є небезпека розкриття зазору між напівматрицями прес-форми. Тиск у випадку Γ_I , Γ_{II} на області контакту суттєво коливається: на внутрішній частині зони контакту можливе місцеве розкриття зазору між напівматрицями.

Таким чином, визначено, що макровідхилення від плоскої форми початкового зазору чинить суттєвий вплив на розподіл контактної тиску та розкриття зазору в актуальному стані. Отже, на етапі розробки та виготовлення ПФ потрібно враховувати реальний характер деформування напівматриць у зоні їх спряження у актуальному стані, тобто – під навантаженням.

Також на НДС прес-форми чинить вплив рівень сили розпирання матеріалу, який заливається у внутрішню порожнину, відносно сили запирання, яка прикладається до рухливої базової плити (див. табл. 1–11 та рис. 8–11). Особливо це позначається на рівнях переміщень напружень при наближенні коефіцієнта (параметра) α до верхньої межі варіювання (у цьому випадку – 0,77). Досягається рівень переміщень та напружень суттєво вищий, ніж для «номінального» варіанту.

Із наведених розподілів для контакту роликів (див. рис. 11–14 і табл. 12–14) видно, що кут схрещування чинить суттєвий вплив на розподіл контактних областей та тиску: із його збільшенням область контакту зменшується, а рівень тиску – зростає. Зростання

кута схрещування призводить до зміни форми контактної плями: із майже прямокутної та тонкої вона трансформується на обрізаний овал, потім – на овал, а врешті – на коло.

Крім того, становить інтерес вплив проміжного шару на контактну взаємодію ролика із циліндричною виїмкою (рис. 16), виконаною у тілі значно більших розмірів (основа).

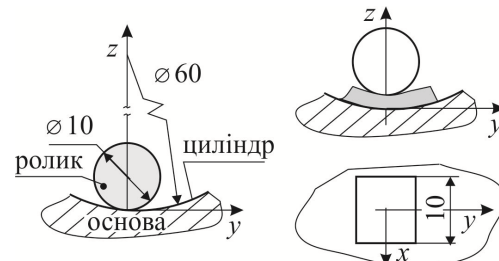


Рисунок 16 – Схема контактної взаємодії ролика з основою, у якій виконана виїмка циліндричної форми (без та за наявності проміжного шару)

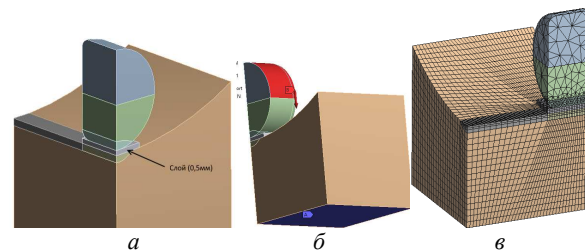


Рисунок 17 – Контакт сталевого циліндричного ролика із біговою доріжкою за наявності проміжного шару: а – геометрична модель; б – умови навантаження; в – скінченно-елементна модель

На рис. 16, 17 наведено геометричну та скінченно-елементну моделі, а також умови навантаження, а у табл. 15 – картини розподілу контактних зон та контактної тиску гладких тіл за наявності проміжного шару. Видно, що податливий шар у разі збільшує зону контакту, з одного боку, та знижує рівень контактної тиску, – з іншого.

Таблиця 15 – Розподіли контактної тиску за варіювання модуля пружності матеріалу проміжного шару $E_{пр.ш}$ між роликом та біговою доріжкою під дією притискного зусилля 0,1 кН

$E_{пр.ш}$, Па	Контактний тиск, МПа	
	Значення, МПа	Картина розподілу
$2 \cdot 10^{11}$	<p>118,41 Max</p> <p>101,39 88,714 76,04 63,367 50,694 38,02 25,347 12,673 0 Min</p>	
$2 \cdot 10^9$	<p>98 Max</p> <p>87,111 76,222 65,333 54,444 43,556 32,667 21,778 10,889 0 Min</p>	

$E_{пр.ш}$, Па	Контактний тиск, МПа	
	Значення, МПа	Картина розподілу
10^9	72,661 Max 64,588 56,514 48,441 40,367 32,294 24,22 16,147 8,0735 0 Min	
$5 \cdot 10^8$	55,224 Max 49,088 42,952 36,816 30,68 24,544 18,408 12,272 6,136 0 Min	
10^8	31,449 Max 27,955 24,46 20,966 17,472 13,977 10,483 6,9887 3,4943 0 Min	
$5 \cdot 10^7$	23,438 Max 20,894 18,23 15,625 13,021 10,417 7,8127 5,2084 2,6042 0 Min	
10^7	13,59 Max 12,08 10,57 9,0602 7,5502 6,0401 4,5301 3,0201 1,51 0 Min	
10^6	13,663 Max 12,145 10,627 9,109 7,5908 6,0727 4,5545 3,0363 1,5182 0 Min	

Таким чином, розроблені скінченно-елементні моделі дають можливість здійснювати дослідження впливу різноманітних чинників на НДС та контактну взаємодію елементів конструкцій зі співпадаючими (на поверхні та уздовж лінії) та майже співпадаючими (там же) поверхніми контактуючих тіл. Зокрема, було продемонстровано вплив модифікації форми зазору та властивостей проміжного шару на характер розподілу та величини контактного тиску. При цьому досліджено випадки майже узгоджених поверхонь на частині поверхні та уздовж лінії.

Висновки.

1. У роботі на розвиток попередніх досліджень здійснено аналіз контактної взаємодії тіл із поверхнями близької форми на прикладі прес-форм та роликів. Ураховано вплив відхилення геометричної форми контактуючих поверхонь від номінальної, а також властивостей проміжного шару, на розподіл контактного тиску.

2. Установлено, що варійовані параметри чинять не просто помітний, а суттєвий вплив на характер контактної взаємодії досліджуваних тіл та їх напружено-деформований стан. Таким чином, ці параметри необхідно жорстко контролювати. При цьому важливо, що технічні характеристики вузлів та ви-

робів, у які включені контактуючі тіла із близькою формою поверхонь, визначаються не номінальними формами цих поверхонь, а формами у актуальному (деформованому під дією системи експлуатаційних сил) стані.

3. За рахунок варіювання окремих параметрів можливо управляти технічними характеристиками виробів, що мають у своєму складі контактуючі тіла із близькою формою поверхонь.

Список літератури

1. Ткачук М. М. *Мікромеханічні моделі та методи осереднення властивостей матеріалів мережевої структури та проміжних шарів контактуючих тіл*: дис. ... доктора технічних наук: 05.03.20/ Ткачук Микола Миколайович.– Харків, 2020.– 464 с.
2. Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987. 464 p.
3. *Механика контактных взаимодействий*. Под редакцией Воронича И.И., Александрова В.М. М.: Физматлит, 2001. 671 с.
4. Аргатов И.И., Дмитриев Н.Н. *Основы теории упругого дискретного контакта*. Учеб. пособие. – СПб.: Политехника, 2003. -233 с.: ил.
5. Кравчук А.С. Метод вариационных неравенств в контактных задачах. *Механика контактных взаимодействий*. 2001. С. 93–115.
6. Slobodyan B.S., [...], Martynyak R.M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *J. of Mathematical Sciences*, 2016. Vol. 215(1),

- 110-112.
7. Slobodyan B.S., [...], Martynyak R.M. Моделирование контактной взаимодействия периодически текстурированных тел с учетом трения. *Мат. мет. та фіз.-мех. поля*. 2014, 57(2).
 8. Kozachok O. P., B. S. Slobodyan, R. M. Martynyak Interaction of two elastic bodies in the presence of periodically located gaps filled with a real gas. *J. Math. Sci.* 2017. Vol. 222. № 2. P. 131–142.
 9. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. P. 199–221.
 10. Zhao J., E. Vollebregt, C. Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016,21 (1), pp. 119–141.
 11. Ткачук Н. Н. Контактное взаимодействие сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями. Харьков: ФОП Панов А.Н., 2017. 188 с.
 12. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 3/7(93), P. 34–41.
 13. Popov, V. L., Pohrt, R., & Li, Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. (2017). No 5(3), pp. 308-325. DOI: 10.1007/s40544-017-0177-3
 14. Li Q., Popov V. L. Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*. 2018, vol. 16 (1), pp. 1-8.
 15. Pastewka L., Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*, 2016, vol. 108(22), P. 221601
 16. Ciavarella M., Papangelo A. A modified form of Pastewka–Robbins criterion for adhesion. *The Journal of Adhesion*, 2018, v. 94 (2), pp. 155-165.
 17. Papangelo A., Hoffmann N., Ciavarella M. Load-separation curves for the contact of self-affine rough surfaces. *Scientific reports*, 2017, 7 (1), 6900.
 18. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Saverska M., Hrechka I. A semi-analytical method for analysis of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2020, no. 1/7 (103), pp. 16–25.
 19. Ткачук М.М., Грабовський А.В., Ткачук М.А., Саверська М.С. Розрахунково-експериментальне дослідження впливу профілю і жорсткості проміжного шару на розподіл контактної тиску між складнопрофільними тілами. *Механіка та машинобудування*. 2019. №1. С. 36–50.
 20. Ткачук М.М., Грабовський А. В., Ткачук М. А., Волощина І. О., Андрусенко А. В. Методи, моделі та результати досліджень контактної взаємодії складнопрофільних тіл із урахуванням залежності характеристик матеріалу проміжних шарів від історії навантаження. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР*. 2020. №1. С 119–142.
 21. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 P. ISBN: 1856176339.
 3. *Mehanika kontaktnykh vzaimodeystviy*. Pod redaktsiyey Vorovicha I. I., Aleksandrova V. M. M.: Fizmatlit, 2001. 671 p.
 4. Argatov I. I., Dmitriev N. N. *Osnovy teorii uprugogo diskretnogo kontakta*. Ucheb. posobie. SPb.: Politehnika, 2003. - 233 p.: il.
 5. Kravchuk A.S. Metod variatsionnykh neravenstv v kontaktnykh zadachah. *Mehanika kontaktnykh vzaimodeystviy*. 2001. pp.93–115.
 6. Slobodyan B.S., [...], Martynyak R.M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *J. of Mathematical Sciences*, 2016. Vol. 215(1), 110-112.
 7. Slobodyan B.S., [...], Martynyak R.M. Modelyuvannya kontaktnoYi vzaEmodiyi perIodichno teksturovanih tIl z urahuvannam friktsIynogo prokovzuvannya. *Mat. met. ta flz.-meh. polya*. 2014, 57(2).
 8. Kozachok O. P., B. S. Slobodyan, R. M. Martynyak Interaction of two elastic bodies in the presence of periodically located gaps filled with a real gas. *J. Math. Sci.* 2017. Vol. 222. № 2. P. 131–142.
 9. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. P. 199–221.
 10. Zhao J., E. Vollebregt, C. Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016,21 (1), pp. 119-141.
 11. Tkachuk N. N. *Kontaktne vzaimodeystvie slozhnoprofilnykh elementov mashinostroitelnykh konstruktсий s kinematicheskimi sopryazhennyimi poverhnostyami*. Kharkov: FOP Panov A.N., 2017. 188 p.
 12. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 3/7(93), pp. 34–41.
 13. Popov, V. L., Pohrt, R., & Li, Q. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction*. (2017). No 5(3), pp. 308-325. DOI: 10.1007/s40544-017-0177-3
 14. Li Q., Popov V. L. Adhesive force of flat indenters with brush structure. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*. 2018, vol. 16 (1), pp. 1-8.
 15. Pastewka L., Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*, 2016, vol. 108(22), P. 221601.
 16. Ciavarella M., Papangelo A. A modified form of Pastewka–Robbins criterion for adhesion. *The Journal of Adhesion*, 2018, v. 94 (2), pp. 155-165.
 17. Papangelo A., Hoffmann N., Ciavarella M. Load-separation curves for the contact of self-affine rough surfaces. *Scientific reports*, 2017, 7 (1), 6900.
 18. Tkachuk M. M., Grabovskiy A., Tkachuk M. A., Saverska M., Hrechka I. A semi-analytical method for analysis of contact interaction between structural elements along aligned surfaces. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2020, no. 1/7 (103), pp. 16-25. DOI: 0.15587/1729-4061.2020.193985.
 19. Tkachuk M. M., Grabovskiy A. V., Tkachuk M. A., Saverska M. S. Rozrachunkovo-eksperymental'ne doslidzhennya vplyvu profilyu i zhorstkosti promizhnogo sharu na rozpodil kontaktnogo ty'sku mizh skladnoprofil'ny'my' tilamy'. *Mexanika ta mashynobudovannya*. 2019, no 1, pp. 36–50.
 20. Tkachuk M. M., Grabovskiy A. V., Tkachuk M. A., Voloshyn I. O., Andrusenko A. V. Metody, modeli ta rezultaty doslidzhen' kontaktnoyi vzayemodiyi skladnoprofil'ny'x til iz urahuvannam zalezhnosti kharakterystyk materialu promizhny'x shariv vid istoriyi navantazhennya. *Visnyk NTU «KhPI». Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*, 2020, no 1, pp. 119–142.
 21. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 P. ISBN: 1856176339.

References (transliterated):

1. Tkachuk M. M. *Mikromexanichni modeli ta metody oserednemya vlasty'vostej materialiv merezhevoyi struktury` ta promizhny'x shariv kontaktuyuchy'x til: dy's. ... doktora texnichny'x nauk: 05.03.20/ Tkachuk Mykola Mykolajovych.* – Kharkiv, 2020. – 464 p
2. Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987. 464 p.

Поступила (received) 0.06.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola M.) – доктор технічних наук, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", старший науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org

Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,

старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola A.) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Калінін Павло Миколайович (Калинин Павел Николаевич, Kalinin Pavel) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Національна академія Національної гвардії України, доцент кафедри інженерної механіки; м. Харків, Україна; тел.: (099) 725-12-82; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9724-0630>; e-mail: pkalining@gmail.com

Іщенко Ольга Анатоліївна (Ищенко Ольга Анатоліївна, Ishchenko Olga) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), ст. викладач кафедри вищої математики та фізики, Таврійський Державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5274-2618>; e-mail: olha.ishchenko@tsatu.edu.ua

Чала Юлія Сергіївна (Чалая Юлия Сергеевна, Chala Yuliia) – студентка гр. МІТ87Б(ТМ), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; e-mail: s1713@tmm-sapr.org

Кислиця Денис Валерійович (Кислиця Денис Валерьевич, Kyslytsia Denys) – студент гр. МІТ-219м, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; м. Харків, Україна; kislitsa2019@gmail.com