

М.М. ТКАЧУК

АНАЛІЗ ВПЛИВУ МІКРОБУДОВИ НЕТКАНИХ МАТЕРІАЛІВ НА ЇХНІ МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ

У роботі розроблені методи розрахунку напружено-деформованого стану шляхом створення і застосування у практиці розрахунків нелінійних моделей деформування мережових матеріалів на основі мікромеханіки суцільного середовища. Описані нелінійні математичні моделі деформування матеріалів у вигляді хаотичної мережової структури одновимірних фрагментів, які побудовані із залученням принципово нових підходів до опису фізико-механічних властивостей на мікрорівні статистичних наборів волоконних ланцюжків і просторової гомогенізації їх макровластивостей. Порівняно із традиційними моделями вони більш адекватно моделюють особливості деформування матеріалів у вигляді просторових хаотичних та упорядкованих мережових структур, оскільки не залучають низки додаткових нефізичних гіпотез. Це створює принципово нові можливості не тільки для аналізу властивостей таких матеріалів, але й при створенні нових із заданими властивостями.

Ключові слова: механіка деформованого твердого тіла; матеріал із мережовою структурою; гомогенізація; шлях максимального просування; нетканний матеріал

Н.Н. ТКАЧУК

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МИКРОСТРОЕНИЯ НЕТКАНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ИХ МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

В работе разработаны методы расчета напряженно-деформированного состояния путем создания и применения в практике расчетов нелинейных моделей деформирования сетевых материалов на основе микромеханики сплошной среды. Описаны нелинейные математические модели деформирования материалов в виде хаотической сетевой структуры одномерных фрагментов, которые построены с привлечением принципиально новых подходов к описанию физико-механических свойств на микроуровне статистических наборов волоконных цепочек и пространственной гомогенизации их макросвойств. По сравнению с традиционными моделями они более адекватно моделируют особенности деформирования материалов в виде пространственных хаотических и упорядоченных сетевых структур, поскольку не привлекают ряда дополнительных нефизических гипотез. Это создает принципиально новые возможности не только для анализа свойств таких материалов, но и при создании новых с заданными свойствами.

Ключевые слова: механика деформируемого твердого тела; материал с сетевой структурой; гомогенизация; путь максимального продвижения; нетканый материал

М. ТКАЧУК

ANALYSIS OF MECHANICAL PROPERTIES OF NON-WOVEN MATERIALS DEPENDING ON THEIR MICROSTRUCTURE

Mechanics of deformable materials with network microstructure is a relevant and practically important field of research. Development of new analysis methods for the evaluation of the nonlinear behavior in the bulk of material with account for the internal microstructures such as fibers poses a complex scientific problem that have not previously been given a complete and satisfactory solution. The advanced approach to the micromechanics of spatial network structures of elongated one-dimensional elements have been used to develop novel material models. The corresponding numerical methods have been proposed to solve the obtained systems of equations. The new micromechanical approach to the elastic homogenization of permanently bonded networks accounts initial orientation of the fibers and introduces a vectorial variable for the microstretch. It distinguishes this model from the rest of the alternative theories that are based on a simplified representation of the network. A totally new concept of maximal advance paths have been proposed. This have led to a well-justified kinematical relation between micro- and macrodeformations. The obtained equation restricts kinematically admissible rotations and elongations of the fibers to the actual macroscopic deformation gradient. The variational principle of minimum averaged energy forms the equilibrium conditions for the network response and the homogenized response of the material. A fundamentally new mechanism of irreversible deformations and failure was introduced for the discrete models of nonwoven materials. It models the relative sliding of connected fibers and their consequent pull-out. The developed methods and models as well as the numerical analysis tools have been applied to a series of model and applied problems. The deformation behaviour of novel materials with network microstructures of one-dimensional elements has been determined. Macroscopical properties of these materials have been evaluated based on the special microscopic models and the homogenization methods.

Keywords: solid mechanics; materials with network microstructures; homogenization; maximal advance path; nonwoven material

Вступ. Для моделювання напружено-деформованого стану (НДС) елементів машин необхідно розробляти нові, більш досконалі, моделі. Ця обставина диктується широким використанням і прогресуючою розробкою сучасних матеріалів, в т.ч. – нетканних. Традиційні моделі не підходять для опису їх поведінки. Крім того, сучасний феноменологічний підхід в цьому випадку є недостатнім, тому що дає інформацію тільки для конкретного типу матеріалу в заданих умовах роботи і у скінченному діапазоні навантажень. У той же час перед механікою постають у цьому розрізі ширші завдання:

- визначення тенденцій зміни фізико-механічних характеристик залежно, наприклад, від складу і будови ланцюжків волоконних наповнювачів;
- створення композиційних матеріалів із заданими властивостями;
- пояснення часто неочевидних тенденцій у

зміні фізико-механічних властивостей матеріалів при зміні хімічного складу, температури, технології виготовлення тощо.

Усі ці обставини висувають на перший план мікромеханічні підходи, які надають можливості розрахунку фізико-механічних макрохарактеристик на основі розгляду поведінки мікроструктури матеріалу аж до моделей статистичної механіки волоконних ланцюжків.

Однак розроблені до теперішнього часу підходи дають результати, що не повною мірою відповідають експериментальним даним і даним практичної експлуатації. Це пов'язано зі складнощами математичного моделювання поведінки статистично представницьких ансамблів, наприклад, волоконних ланцюжків або ниток матеріалу в матриці та у взаємодії з іншими нитками (наприклад, у нетканних матеріалах). Таким

© М.М. Ткачук, 2020

чином, розробка нових підходів та формування на їх основі нових нелінійних математичних моделей для більш адекватного опису фізико-механічних властивостей матеріалів шляхом аналізу їхньої поведінки на рівні статистичної механіки ансамблів волоконних ланцюжків, ниток та мікроезерен є актуальною науково-технічною проблемою.

Аналіз існуючих моделей та методів дослідження деформування матеріалів мережевої структури. Як зазначається у роботах [1–96], мережеві мікроструктури властиві багатьом матеріалам штучного, а також природного походження. Еластомери [1], гідрогель і м'які біологічні тканини [2–4], біополімери [5–11], неткані матеріали та піни [12–14] – усі ці матеріали на мікроскопічному рівні складаються з подовжених одновимірних елементів, які можна в цілому охарактеризувати як волокна, пробивні неткані матеріали [15–17], термічно та хімічно поєднані неткані матеріали [18–22] та мікропористі метали та полімери [23, 24]. Завдяки цій будові вони можуть набувати унікальних властивостей, здатності розтягуватися зі збереженням міцності [25–27]. Коли ці м'які матеріали піддаються макроскопічній деформації, відповідним чином деформується і мікроструктура. Сили, що створюються деформованими нитками, а також їх взаємодія всередині нерегулярної тривимірної мережі, складають макроскопічний відгук матеріалу, що у свою чергу визначається механічними напруженнями. Відповідно, знання про мікроемеханіку випадкових мереж є вкрай важливим для розуміння таких механічних властивостей, як еластичність, що демонструються вищевказаними м'якими матеріалами. Ці мережі, по суті, є дискретними механічними системами, де окремі волокна є основними структурними одиницями [28].

Існуючі теорії та моделі випадкових мереж у літературі можна класифікувати за трьома категоріями [29–44]. Перша категорія містить у собі дискретні моделі, які відтворюють мікроструктуру в деталях. Такий підхід дає можливість досліджувати мережі різної природи і виявляти вплив різних специфічних явищ, таких як ентропійний та ентальпійний відгук волокон на осьове розтягнення або їх вигин [29–31], початкові внутрішні напруження [32, 33] або теплові флуктуації місць з'єднань волокон [34].

Моделювання мікромережі забезпечує глибоке розуміння мікроскопічних механізмів, які відповідають за загальну макроскопічну поведінку цих м'яких матеріалів. Тим не менш, вони часто вимагають великих обчислювальних витрат, а їх результатам властива статистична похибка, яка відрізняється від однієї випадково генерованої мережі до іншої.

Альтернативний клас моделей [35–44], заснований на підході осереднення для опису випадкових мереж. Вони зазвичай використовуються для обчислення поведінки матеріалу у скінченно-елементному моделюванні суцільних тіл. Ці теорії розглядають великі мікроскопічні мережі у термінах осереднених розподілів замість їх детальної дискретної будови. Зокрема, розглядаються розподіли величин, які описують мікродеформації мережі. Їх зв'язок із макроскопічною деформацією, яка є основним зовнішнім впливом на матеріал, є ключовим питанням, яке вирішується у цих

осереднених моделях по-різному. Очевидне припущення полягає в тому, що мікродеформації і визначувані статистичні розподіли змінюються за афінним співвідношенням згідно градієнту деформації твердого тіла. До такого підходу вдаються класичні теорії пружності каучука Куна і Грюна [35] або Трелоара і Рідінга [1], а також багато інших більш сучасних моделей еластомерів та інших волоконистих матеріалів.

Завдяки простоті афінних співвідношень у багатьох випадках можливо обчислити осереднені напруження як функцію макроскопічних деформацій у аналітичній формі. Крім вищевказаних теорій пружності гуми, з яких безпосередньо впливають співвідношення неогуківського матеріалу, можна навести приклад аналітичних моделей пружності і міцності для паперу [36].

Одночасно з цим навколо афінної кінематики мікродеформацій волокон побудовано багато чисельних моделей, переважно об'єднаних загальним підходом. Він полягає в тому, що сукупність волокон у сітчастій мікроструктурі асоціюється із простором їх орієнтацій у деформованій конфігурації, так званій мікросфері [45]. Кожна окрема точка на цій сфері визначає одиничний вектор первинної орієнтації певної частки волокон у мікроструктурі. Якщо прийняти припущення, що поведінка однаково орієнтованих волокон збігається, тоді всі мікроскопічні величини можна розглядати як однозначні функції, визначені на мікросфері. Так, наприклад, у межах афінної кінематики подовження волокон визначається як норма вектора орієнтації у метриці тензора деформацій Гріна. Такий підхід дає змогу визначати осереднений відгук матеріалу на деформації шляхом інтегрування на мікросфері енергії подовження волокон. Обчислення осереднених величин відбувається з використанням спеціальних квадратурних формул на одиничній сфері, таких як запропоновані у [46]. Квадратурні точки утворюють у просторі орієнтацій дискретну структуру, яка наближає розподілену у всіх можливих напрямках систему волокон до оригінальної мікроструктури. Кожний окремий дискретний напрямок можна подати як сконцентрований пучок волокон, який представляє певну частку сітки і має відповідну вагу у загальній структурі.

Незважаючи на всі переваги простоти такого підходу, є досить очевидним, що обмеження афінними деформаціями є занадто жорсткими для неупорядкованих мереж з багатьма ступенями вільності. Про недосконалість використовуваних припущень свідчать також і експериментальні дані [47], а також результати дискретного моделювання випадкових мереж [30, 31]. Багато явищ і властивостей, притаманних м'яким тілам, жодним чином не узгоджуються з тим, що передбачається афінними мікроемеханічними моделями. Зокрема, розбіжність із афінною теорією демонструє поведінка еластомерів при істотному одноосьовому і двовісних розтягненнях, адже вона не пояснює різниці границі, на якій відбувається різке зростання пружного модуля матеріалу між цими двома типами навантаження, яка спостерігається в експериментах [43, 47, 48]. Ця обставина заважає використанню неогуківської моделі за деформацій, що перевищу-

ють 50%. Іншим прикладом може служити поведінка біологічних гелів, що складаються з напівгнучких волокон. Перехід від м'якого режиму цих матеріалів, пов'язаного з вигином волокон, до посилення пружного відгуку, коли волокна починають випробовувати поздовжнє розтягання, також не відповідає афінним припущенням, за якими волокна скорочуються або подовжуються за будь-яких ненульових деформацій [30–32, 49]. Для наведених прикладів розбіжність експериментальних спостережень із теоретичним прогнозом становить для афінної кінематики не просто кількісну відмінність, а й досягає якісного розриву.

Істотна неафінність мікродеформацій у матеріалах з волокнистою мікробудовою викликана особливостями механічного відгуку волокон та їх взаємодії у мережі одночасно з неоднорідністю і нерегулярністю дискретної мікроструктури, що містить велику кількість ступенів вільності. Ця внутрішня свобода передбачає можливість для волоконної мережі слідувати макроскопічній деформації багатьма способами, відмінними від афінної траєкторії. Визначення адекватних кінематичних співвідношень становить головне завдання мікроемеханічних обґрунтованих моделей для м'яких матеріалів із мережевою мікробудовою.

Існує кілька підходів до урахування неафінних деформацій мікробудови. Найпростіші з них штучно подають матеріал у точці еквівалентною тривимірною структурою. Ця структура може складатися з трьох груп волокон, орієнтованих уздовж головних напрямків деформації [50], або чотирьох [51], спрямованих в кути піраміди, або восьми, розташованих на діагоналях куба, як було запропоновано Арруда і Бойс [39]. Остання набула найбільшого поширення завдяки простоті виразу щодо першого інваріанта тензора деформації, а також високій точності наближення реальної поведінки гуми за малих і великих ушкоджень.

Проте, такі штучні конструкції, які подають деформації мереж, істотно обмежують коло властивостей, які можна за їх допомогою змодельовувати. Набагато більш універсальною виявилася відома неафінна модель мікросфери, яка була запропонована Міє та співавторами у роботі [45]. Ця модель розглядає повний простір орієнтацій волокон, однак, на відміну від раніше запропонованих підходів, при цьому відмовляються від прямих співвідношень між макроскопічною деформацією і мікроскопічними деформаціями волокон. Осьове подовження при цьому визначається як невідома функція на мікросфері орієнтацій, варіація якої обмежується кінематичними умовами зв'язку. Запропоноване кінематичне співвідношення засноване на феноменологічних міркуваннях без відповідного фізичного обґрунтування та містить штучний додатковий параметр.

Для визначення невідомих мікродеформацій у рамках цього підходу застосовується принцип мінімуму, а саме за дійсні подовження волокон приймаються такі, які мінімізують осереднену енергію деформації сітки за умови виконання вищевикладеного кінематичного обмеження. У випадку гумоподібних матеріалів енергія розтягування макромолекулярних

ланцюжків є опуклою функцією, отже, задача умовної мінімізації має єдиний розв'язок за будь-яких накладених макродеформацій. Більш того, для запропонованого кінематичного співвідношення в роботі [45] розв'язок можна отримати у замкненій формі незалежно від моделі розтягування ланцюгів. Показово, що при певному значенні додаткового параметра цей вираз для розтягування виявляється ідентичним тому, який постулюється восьмиланковою моделлю [47]. Внаслідок цього розв'язком, крім мінімуму осередненої енергії, також визначаються і осереднені механічні напруження, а також пружний модуль матеріалу за скінченними деформаціями. Усі ці величини обчислюються за відомими квадратурними формулами [46, 52, 53].

Завдяки досить гнучкому формулюванню неафінної моделі, в її рамках на додаток до осьового розтягування може бути урахування і поперечного стиснення полімерних ланцюгів за так званою трубною теорією пружності еластомерів, яка розглядає взаємні обмеження поперечного руху ланцюгів у полімерних мережах [54, 55]. З цією метою досліджуються додаткова кінематична величина стиснення мікротрубки, яка прив'язується до макроскопічних деформацій площин за допомогою співвідношень, аналогічних тим, які отримані в моделі для осьових розтягувань. Саме завдяки цьому компоненту вдається відтворити характерний S-подібний вигин кривої пружності, який демонструють натуральні та синтетичні каучуки.

Також на мікросфері можуть визначатися й інші мікроемеханічні змінні, за допомогою яких можуть бути описані різні властивості ланок та їх поведінка. Зокрема, авторами оригінального підходу модель була поширена на явища в'язкопружності [56], ефект пошкодження Мюлліна [57] і пластичності [58–60].

Такі складні процеси, як ремодельовання м'яких тканин, простіше описуються у рамках восьмиланкової моделі, у яку додається змінна трансверсальної анізотропії [61, 62]. Для опису пружності кров'яних судин у роботі [63] використовується осереднення на мікросфері у межах афінної кінематики, причому анізотропія цих тканин подана неоднорідною щільністю розподілу орієнтацій різних типів волокон. У [64, 65] через зміни цього розподілу в часі визначається ремодельовання м'яких тканин.

Афінна кінематика застосовується і у моделях актинових мереж, у яких додатково розглядається податливість з'єднуючих протеїнів [66] і відносно ковзання філаментів у з'єднаннях [67].

У роботах [68–70] явище кристалізації гуми при розтягуванні моделюється у межах повністю афінної кінематики, для кожної орієнтації пропонується одновимірною термодинамічною моделлю кінетики процесів, осередненими звичайними процедурами на мікросфері. Дещо інший підхід [44] передбачає певну ступінь неафінності деформацій, яка регулюється окремою складовою штрафом у записі енергії. У роботах [71] та [72] використовують неафінну модель мікросфери Міє та ін. [45].

Для моделювання в'язкопружної поведінки застосовуються як неафінні [73], так і афінні [74] моделі осереднення мереж. Разом із тим залишається прива-

ливою модель в'язкопружності Бекстром і Бойс [75, 76], яка заснована на восьмиланковому поданні деформації.

Мікромеханічні моделі пошкоджуваності гумоподібних матеріалів і біологічних тканин переважно ґрунтуються на афінному розтягуванні волокон [31, 77]: волокна, орієнтовані ближче до напрямку головного навантаження, зазнають руйнування раніше інших волокон.

Таким чином, у літературі натепер не існує єдиного підходу у моделюванні матеріалів з мережевою мікроструктурою. Це призводить до необхідності розвитку нових підходів. Наприклад, як варіант у цій роботі пропонується подальше вдосконалення запропонованого варіаційного підходу до гомогенізації матеріалів з сітчастою будовою, пов'язаного з уточненням кінематичних мікро- і макроспіввідношень. У роботі [78] було запропоновано визначити мікродеформації волокон повним вектором подовження, який, на відміну від попередніх моделей, обмежувався тільки абсолютним скалярним значенням розтягування. На додаток цей вектор містить інформацію про те, яким чином волокна повертаються (обертаються) при деформації мереж. Було запропоновано нове кінематичне співвідношення, яким установлюється зв'язок між значеннями вектора мікродеформацій на мікросфері і макроскопічною деформацією матеріалу. При цьому воно отримало належне обґрунтування з боку статистичної теорії так званих шляхів максимального просування у випадковій мережі. У результаті отримані співвідношення явно враховують таку важливу властивість волоконних мереж, як їх поєднаність. Зокрема, для мереж із функціональністю чотири, відповідної хімічно зшитим молекулам еластомерів, отримана компактна тензорна форма кінематичного мікро-макрорівняння, яка має цілком зрозумілу інтерпретацію. У рамках цього підходу принцип мінімуму осередненої енергії призводить до неоднорідних неафінних мікродеформацій, розподіл яких залежить безпосередньо від властивостей ланок мережі та їхніх параметрів. Розподіл цих мікродеформацій на дискретизованій мікросфері отримується шляхом чисельного розв'язання нелінійної задачі умовної мінімізації. Осереднені механічні напруження отримуються із розв'язку про визначення векторів осьових сил у волокнах. Перевагою такого підходу є найбільш точне з існуючих неафінних моделей урахування механізму перерозподілу деформацій у мережі.

Мета роботи – розвиток теоретичних засад статистичної механіки композиційних матеріалів і формулювання математично строгих та фізично адекватних моделей поведінки множини мікрооб'єктів, що деформуються та взаємодіють між собою, а також розроблення варіаційних постановок задач дослідження таких статистичних ансамблів та нових моделей гомогенізації властивостей при переході з мікро- на макрорівень.

Зокрема, мова йде про неткані матеріали. У цьому аспекті на розвиток робіт [78–90] розв'язуються такі задачі:

1 – аналіз результатів експериментальних досліджень нетканних матеріалів;

2 – розроблення удосконаленої варіаційної постановки задачі проковзування волокон;

3 – аналіз деформування модельних мереж волоконних матеріалів.

Аналіз результатів експериментальних досліджень нетканних матеріалів. Матеріал, якому надають форму волокон, часто демонструє набагато кращі механічні властивості, ніж ті, що спостерігаються для суцільного тіла. Тонка (від кількох нанометрів до мікрометра) нитка демонструє, наприклад, значно вищу границю міцності на розрив порівняно зі стрижнем із того самого матеріалу. Це пояснюється, зокрема, меншою щільністю дефектів, а також особливою кристалічною структурою, якої набуває матеріал під час екструзії. Саме це мотивує використання таких надзвичайно міцних волокон для створення структурних і функціональних матеріалів із підвищеними фізико-механічними властивостями. Найбільш поширеним продуктом є різноманітні текстилі, серед яких останнім часом значну увагу посіли саме неткані текстилі. На відміну від ткані мережі, ці матеріали відрізняються випадковою, невпорядкованою мікроструктурою, у якій волокна поєднані між собою декількома можливими способами. Експериментальні дослідження нетканних текстилів зосереджені саме на вивченні цієї мікробудови, визначенні механізмів пружної поведінки матеріалів та їхнього руйнування, вимірюванні механічних властивостей для різноманітних існуючих марок текстилів, а також дослідних зразків.

У роботі [19] було досконально досліджено доволі поширений комерційний геотекстиль Тура® SF32 виробництва DuPont™. Ці текстилі використовуються у будівництві дорожнього полотна, гідротехнічних споруд та дренажних систем, облаштуванні та укріпленні схилів і берегів тощо. Цей матеріал виготовляється з поліпропіленових волокон. Для підвищення ступеня кристалічності вони після екструзії зазнають додаткового розтягування. У результаті їхній діаметр досягає значень 40+60 мкм. На виході неперервне волокно укладається випадковими витками у декілька шарів у площині полотна, утворюючи ізотропну мережу, яка остаточно скріплюється за рахунок одночасного застосування тиску та нагріву. У місцях перетину частково розплавлених волокон відбувається пайка, у результаті чого утворюється сполучення між окремими відрізками волокон.

Дослідники в першу чергу виміряли механічні властивості самих волокон, для чого вони були, уникаючи пошкодження, відокремлені від суцільного полотна. Зразки волокон були піддані осьовому розтягненню на вимірювальній станції за двох різних значень швидкості деформації $1.5 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ та $5.0 \times 10^{-2} \text{ c}^{-1}$, відповідно. Криві навантаження для першої серії випробувань наведені на рис. 1. Як видно, механічні властивості у вибірці збігаються надзвичайно щільно. Загалом матеріал демонструє гіперпружний відгук та здатність розтягуватись до 100+200%. Руйнування має крихкий характер, пластичні деформації не спостерігаються. Відповідно, ключовими властивостями матеріалу є пружний модуль, границя міцності та подовження при руйнуванні, осереднені значення яких представлені в табл. 1. Слід зауважити, що порівняно з по-

ліпропіленом у інших формах волокна демонструють майже на порядок вищу несучу здатність, що загалом стосується й інших напівкристалічних полімерів. Саме це дає можливість виготовляти з них легкі та міцні текстилі.

Таблиця 1 – Механічні властивості поліпропіленових волокон, виміряні у роботі [19] тестом на розтягнення за різної швидкості деформацій

Швидкість деформації, $\times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$	Кількість випробувань	E_f , ГПа	σ_f , МПа	ε_f
1,5	15	$1,7 \pm 0,1$	240 ± 10	$1,4 \pm 0,1$
5,0	8	$1,9 \pm 0,8$	280 ± 10	$1,24 \pm 0,02$

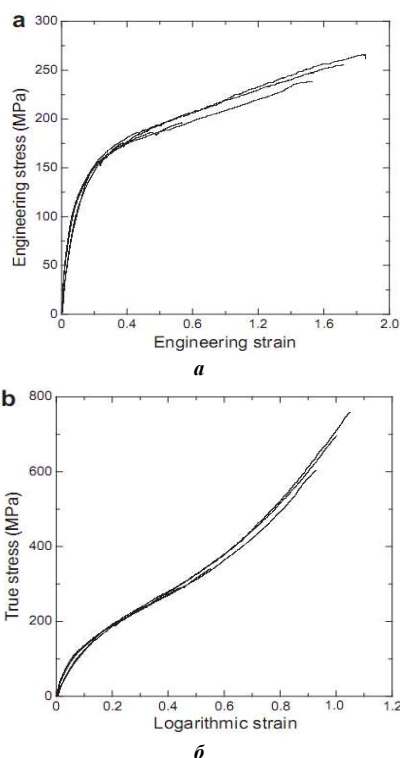


Рисунок 1 – Результати випробувань зразків виокремлених волокон,

отримані в [19], за швидкості деформацій $1,5 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$:
 а – інженерні напруження до номінальних деформацій;
 б – дійсні напруження до логарифмічних деформацій

Випробування власне натканих матеріалів було здійснено на прямокутних зразках розміром 100×200 мм, вирізаних у напрямку вздовж та поперек рулону. Дві типові криві навантаження, отримані за швидкості деформацій $8,0 \times 10^{-3} \text{ c}^{-1}$, наведені на рис. 2. Автори дослідження [19] зазначили, що початковому нахилу передують короткий відтинок зміцнення відгуку. Вочевидь, розпрямлення дещо викривлених початково волокон для набуття жорсткості мережі вимагає певного невеликого початкового розтягнення. У подальшому поведінка полотна є практично лінійно пружною. Максимальна несуча здатність досягається за номінальних деформацій порядку 30–40%.

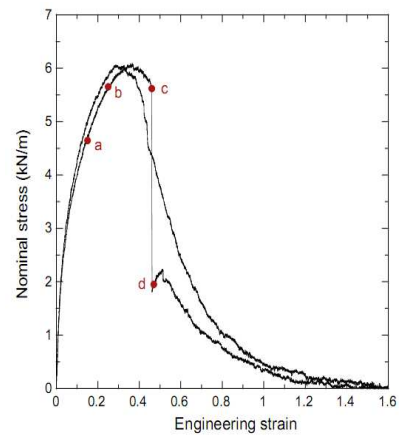


Рисунок 2 – Типові криві навантаження зразків із нетканих матеріалів [19]

Втрата спротиву до розтягнення, відповідно до спостережень, може відбуватися за двома сценаріями. За одним із них після проходження піка напруження знижуються поступово. Інша поведінка характеризується однією або декількома раптовими подіями, за яких напруження зазнають стрибка вниз на скінченну величину. Уявлення про картину руйнування матеріалу для цього випадку можна скласти з наведених на рис. 3 зображень деформованого стану зразка у моменти випробування, що відповідають чотирьом точкам, відзначеним на другій кривій.

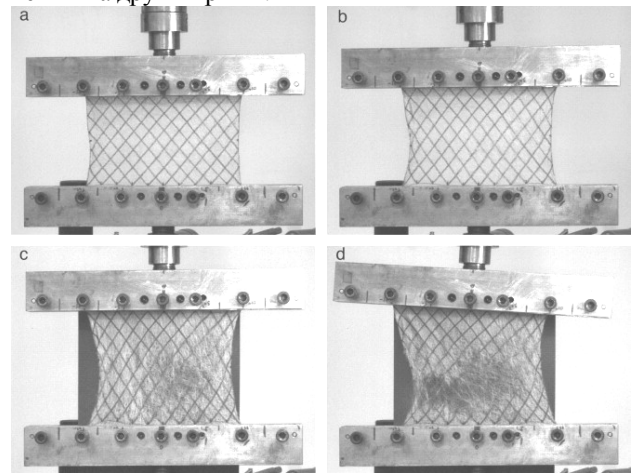


Рисунок 3 – Деформований стан зразка у моменти (див. рис. 2) [19, 91]:
 а – 15%, б – 25%, с – 46.5%, d – 47%

Форма зразка по досягненні деформацій у 25% залишалась без значних відхилень від прямокутної, деформації в перерізі вздовж горизонтальної середньої лінії на відтинку лінійно пружного відгуку полотна відрізнялися помітною однорідністю. Натомість, уже за розтягнення у 15–20% спостерігалось формування зони локалізації деформацій поблизу центра випробуваного зразка. Його розташування продиктоване флуктуаціями щільності волоконної мережі, які є неминучими під час виробництва нетканих матеріалів. Волокна лягають випадковим чином, на відміну від тканого полотна, ані відстань між ними, ані порядок не зберігаються. Ріст цієї зони розвинених деформацій призводить до втрати стійкості матеріалу за розтягнення в 47%.

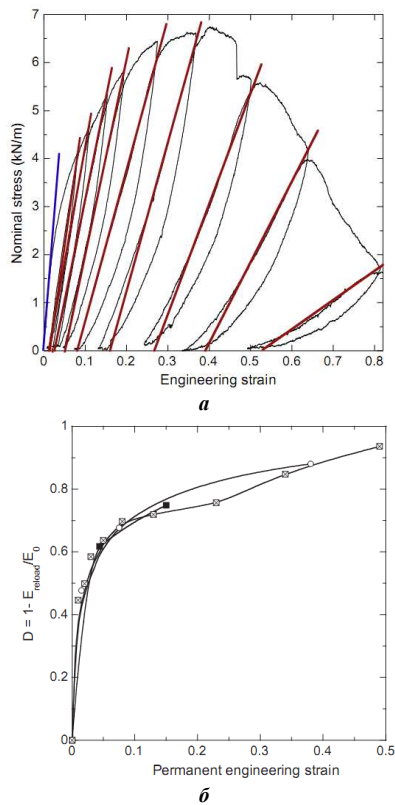


Рисунок 4 – Поведінка зразка за циклічних навантажень [19, 91]

Доповнюють картину поведінки нетканого полотна при розтягненні його випробування за циклічного навантаження, представлені на рис. 4. Характер вимірної кривої свідчить про пошкодженість матеріалу в результаті приросту деформацій. Кожен наступний цикл розтягнення демонструє менший нахил дотичної, тобто відбувається втрата пружної жорсткості матеріалу. Крім того, спостерігаються залишкові деформації, які так само накопичуються, як і пошкодженість. Комбінація незворотних деформацій, а також втрата міцності відрізняє розглянутий матеріал від інших. Пластичність металів або пластиків пов'язана зі зміною локального порядку в мікроструктурі. Гумоподібні матеріали, що демонструють ефект Мулліна, хоч і мають під час розвантаження слабший відгук із меншими напруженнями, тим не менш повертаються до початкової форми після повного зняття натягу. Отже, природа поведінки нетканих матеріалів, подібних до Турар[®], має зовсім відмінне від них походження та базується на принципово інших мікроскопічних механізмах. Пошкодження мережі відбувається шляхом руйнування з'єднань або розриву самих волокон. Цей висновок підтверджується спостереженнями зміни мікробудови наприкінці здійснених циклів навантаження. Відповідно до [19] відрив окремих волокон від мікронережі відбувається вже за незначного номінального розтягу у 2,5%. Це відбивається на механічному відгуку матеріалу: із кожним повторним навантаженням зведений модуль E_k матеріалу є меншим за початкове E_0 та попереднє E_{k-1} його значення. При цьому найбільшу інтенсивність, як видно на рис. 4, б, процес

пошкодження має на початкових циклах.

За досягнення залишкового подовження близько 10% жорсткість досліджуваного зразка на розрив зменшується до $0.3 E_0$, тобто пошкодження досить швидко досягає значення 0.7. Матеріал тим не менш зберігає несучу здатність, пік напружень долається лише за додаткових деформацій, у результаті яких накопичення в мережі пошкодженості переважає інші чинники, які впливають на міцність полотна, в першу чергу, – витягування волокон вздовж напрямку розтягу. Втім, навіть при зменшенні пружності текстилю в 10 разів і набутті 50% залишкового подовження, зберігається здатність витримувати до 30% максимального навантаження.

Звертає на себе увагу гістерезис під час кожного розвантаження-навантаження. В експериментальній роботі [19] він пояснюється вигином у результаті втрати стійкості волокон через скорочення полотна в напрямку поперек навантаження. Стверджується, що вони взаємодітимуть за рахунок тертя з рештою деформованої мережі, в результаті чого вона поводить себе непружно, не зазнаючи тим не менш ані додатково пошкодженості, ані істотних незворотних деформацій. Слід зазначити, що математична модель, запропонована в [91] на базі експериментальних досліджень, цього аспекту не враховує, і лише відтворює поведінку матеріалу під час простого монотонного навантаження.

Для термічно поєднаних нетканих матеріалів також характерна істотна залежність відгуку від швидкості деформації, як видно з рис. 5. За швидкоплинного навантаження матеріал витримує більші подовжні напруження, однак руйнується раптово за відносно невеликого подовження у 30–40%, тоді як за поступового повільного розтягування неткане полотно поводить себе більш податливо й тягнеться до 70–80%, демонструючи максимальну несучу здатність у досить широкому діапазоні деформацій. При цьому енергія, яку за руйнування поглинає матеріал, виявляється вдвічі більшою за випадку різкого розриву. За повільного навантаження волокна мають час для перерозподілу зусиль у мережі та переорієнтації, у результаті чого мережа пошкоджується більш рівномірно на більшій частині площі зразка, а не локалізується у вузькій смужці. Таким чином, руйнування значно більшої кількості термічних поєднань витрачає більшу механічну роботу.

У роботі [92] було показано, що для обчислення квазістатичного відгуку мікронережі достатньо точною є проста модель когезії волокон у нормальному та дотичному напрямках. Ця модель реалізована в елементах з'єднань для стрижневих систем у стандартних скінченно-елементних пакетах на зразок ABAQUS. Процес відокремлення двох волокон у місці їхнього поєднання подається у вигляді реакції між вузлами, яка спочатку зростає із відстанню, а за досягнення граници міцності похило падає до нуля. Нахил співвідношення сила – переміщення за втрати міцності у з'єднанні в [92] уточнювався за допомогою процедури узгодження результатів моделювання та експерименту. Отримане єдине значення, що відповідає випадку повільного руйнування, що виключає явний вплив часу та швидкості процесу на відгук мережі.

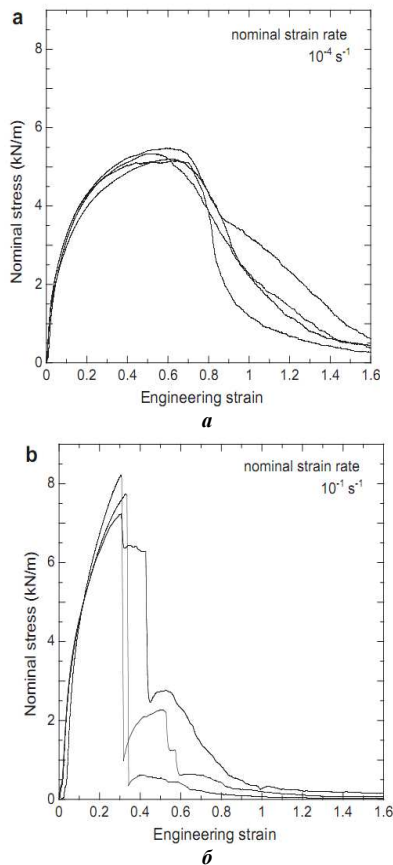


Рисунок 5 – Залежність відгуку матеріалу від швидкості деформації [19, 91]: $a - 10^{-4} \text{ c}^{-1}$, $b - 10^{-1} \text{ c}^{-1}$

Серед наслідків такого мікромеханізму руйнування є незвична поведінка полотен, що мають нарізи на бокових кромках. Експериментальне дослідження [93] показало, що номінальна міцність таких зразків, тобто відношення максимального зусилля на розрив до ширини, що залишається у місті розрізу, зростає відносно суцільного полотна такого ж розміру. Переорієнтація волокон на вістрі тріщини, утворення та розповсюдження зони руйнування термічних з'єднань, а також утворення містків з волокон, що висмикуються під час розкриття тріщини, зумовлюють більший опір матеріалу із істотною дисипацією енергії. Тим не менш, несуча здатність цього типу нетканних матеріалів не є безмежною, адже вказаний спосіб поєднання волокон має чітко визначену границю міцності.

Кращих механічних властивостей можна досягти, якщо замість крихких перманентних поєднань волокон скріпити їх шляхом сплутування. Найчастіше це здійснюється точково, а не на всій площі полотна, за допомогою пробивних голок спеціальної форми або вузького струменя води під високим тиском. У результаті цього утворюються дискретні вузли, що зшивають одразу велику кількість волокон в одному місці на всій товщині нетканого матеріалу. У такому випадку щільність мережі забезпечується силами тертя, що утворюється в цих вузлах. Отримуваний механічний відгук до різних типів навантаження в цьому випадку є істотно відмінним від попередньо розглянутих матеріалів, що зумовлює їхнє широке застосування в різних областях включно із виконанням захисних функцій в техніці та

спорядженні військового призначення. У першу чергу цим вони завдячують якісно новим мікроскопічним механізмам пружної та непружної поведінки волокон у нетканій мережі такого типу.

У роботі [94] ці механізми досліджуються експериментально на мікроскопічному та макроскопічному рівні для специфічного типу голкопробивного нетканого матеріалу. Мова йде про комерційний продукт Dyneema®Fraglight NW201. Це неткане полотно виготовляється з волокон надвисокомолекулярного поліетилену. Процес виготовлення передбачає вистилання відносно короткими нитками довжиною в 60 мм різноспрямованих пластів на поверхні, що рухається. Вже в цьому полягає відмінність від багатьох інших нетканних матеріалів, які утворюються з неперервного волокна. Товщина цих коротких волокон складає 11 мкм. Укладене полотно скріплюється шляхом пробивання масивом шипованих голок, яке неодноразово повторюється. Проникаючи в нашарування волокон, голки захоплюють та сплутують їх між собою.

Утворене полотно має товщину порядку 1.5 мм та поверхневу щільність $190 \div 220 \text{ г/м}^2$. Випробування у [94] здійснювалися на зразках $100 \times 100 \text{ мм}^2$, які вирізалися у трьох різних напрямках. Перший напрям (MD) співпадає з тим, в якому полотно рухалося під час виготовлення та було скручене в рулон. Інші два спрямовані відносно нього перпендикулярно (TD) та під кутом в 45° (45°D). Подовжнє навантаження відбувалося зі швидкістю 0.1, 1 та 8 мм/с.

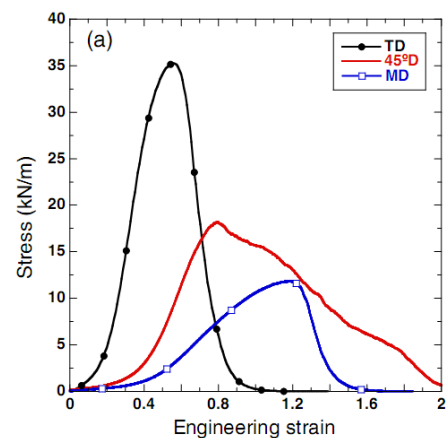


Рисунок 6 – Характерні криві номінальних напружень для трьох зразків нетканого матеріалу в напрямку рулону (MD), перпендикулярному напрямку (TD) та під кутом в 45° (45°D), отримані при розтягненні [94]

На рис. 6, 7 наведені криві зміни номінального напруження (діюча сила, віднесена до ширини зразка) відповідно до інженерного подовження (відношення подовження до початкової висоти зразка) за монотонного та циклічного розтягування, отримані для швидкості деформації 0.01 c^{-1} . Результати усіх випробувань, здійснених у роботі [94], наведені у табл. 2. Поведінка нетканого матеріалу характеризується початково лінійним відгуком, який супроводжується різким змицненням та досягненням максимальної сили за досить значних розтягнень (від 50 до 120 %) і поступовою втратою тримкості.

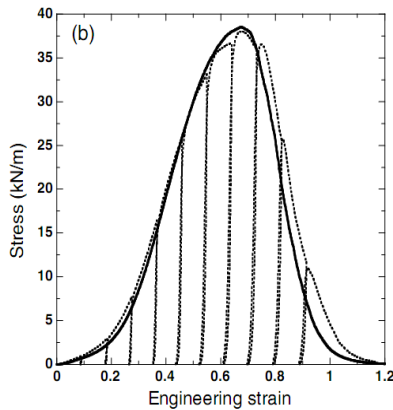


Рисунок 7 – Крива номінальних напружень при монотонному (суцільна лінія) та циклічному (пунктир) розтягненні уздовж напрямку TD [94]

Значення кількісних показників з табл. 2, таких як верхня границя міцності, подовження при максимальному навантаженні та питома робота розтягнення матеріалу, свідчать про істотну анізотропію нетканого текстилю. Так, зокрема, у напрямку рулону (MD) матеріал є більш податливим: може значно більше розтягуватись та вимагає значно менших для цього зусиль. Водночас у поперечному напрямку (TD) полотно має найбільшу міцність, хоча й розтягується не так сильно. Зразки, вирізані під кутом 45° , відповідно, демонструють проміжні властивості відносно попередніх двох випадків.

Таблиця 2 – Механічні властивості нетканого матеріалу при подовжньому розтягненні залежно від орієнтації та швидкості деформації [94], кН/м

Швидкість деформації, c^{-1}	Орієнтація	S_{max} , кН/м	ϵ_{max}	Питома робота розтягнення матеріалу, кН/м
0,01	MD	$12,9 \pm 0,8$	$1,22 \pm 0,07$	$8,7 \pm 1,8$
0,01	TM	$37,1 \pm 4,4$	$0,59 \pm 0,04$	$16,6 \pm 2,6$
0,01	$45^\circ D$	$21,8 \pm 0,5$	$0,84 \pm 0,01$	$15,7 \pm 4,6$
0,08	MD	$14,5 \pm 0,7$	$1,25 \pm 0,07$	$9,9 \pm 1,5$
0,08	TD	$35,7 \pm 0,7$	$0,55 \pm 0,01$	$16,1 \pm 2,8$

Відгук зразків, підданих циклічному навантаженню, значно доповнює уявлення про властивості та природу поведінки нетканого матеріалу. Як видно на рис. 7, навіть за незначних розтягнень деформації мають незворотний характер. Таку поведінку можна охарактеризувати як пластичну. Вона пов'язана із проковзуванням волокон у мережі полотна відносно одне одного та в першу чергу – повз вузли. Для цього необхідно подолати сили тертя, які утримують волокна у місцях з'єднання. За рахунок того, що окремі порції волокон, які висмикуються через вузли, подовжують найбільш навантажені сегменти, орієнтовані вздовж напрямку розтягування тканини, виникає залишкове подовження зразка.

Також за рахунок переорієнтації волокон у мережі пружне розвантаження на кожному циклі відзначається доволі крутим нахилом кривої напруження.

Процес подовжнього ковзання зрештою призводить до повного висмикування кінців волокон та остаточного розплутування вузлів. Таким чином, пластична течія матеріалу супроводжується також пошкоджуваністю, яка розпочинається раніше, ніж матеріал досягає межі тримкості, та продовжується до повного його руйнування. Завдяки такому механізму деформації цей тип нетканих матеріалів має надзвичайно високу здатність поглинати енергію удару, що обумовлює його застосування для балістичного захисту. На відміну від термічно скріплених нетканих текстилів, дисипація енергії відбувається впродовж усього процесу висмикування окремих волокон з численних вузлів, а не під час одноразового руйнування місця перманентного з'єднання. До того ж зона пошкодження за пластичних деформацій займає значну площу зразка, що розтягується. Це, зокрема, видно з наведених на рис. 8 результатів цифрової обробки зображень деформованих зразків, які дають змогу визначити розподіл деформацій. Звертає на себе увагу форма, яку приймають від самого початку прямокутні зразки, а саме її вузька «галия». Поперечне скорочення при розтягненні в напрямку рулону складає понад 70%. При цьому переважна частина волокон виявляється орієнтованою в напрямку розтягнення, що значною мірою позначається на тримкості матеріалу. У місцях локалізації пошкодження на заключних етапах розтягнення, що передували руйнуванню зразка, добре видно, що мережа стає набагато менш щільною через те, що волокна висмикуються по обидві сторони від розриву.

Вочевидь, незвичайним властивостям та поведінці, що спостерігаються, матеріал Duneema® Fraglight завдячує внутрішній будові та мікроскопічним механізмам деформації волоконної мережі. Обидві ці складові також були детально досліджені в роботі [94]. По-перше, було встановлено, що у первинному стані орієнтація волокон є однорідною у всіх напрямках. Місця пробиття голками мають невпорядкований розподіл, як можна судити з рис. 9, а їхню щільність було оцінено як 13–14 г на cm^2 . Тим не менш, анізотропія цього матеріалу має бути пов'язана з певним структурним фактором.

Головні напрями, в яких спостерігається неоднорідність поведінки полотна, пов'язані з процесом його виготовлення. Пробивний інструмент розташовується поперек протягування полотна уздовж виробничої лінії, отже, насправді розподіл точок з'єднання в площині є не повністю випадковим, а зберігає деякий порядок. Експериментально, тим не менш, цю особливість будови матеріалу важко відслідкувати.

Другий аспект, який було досліджено, полягає у фізичних властивостях волокон та їх з'єднань. Виокремлені з нетканної мережі волокна марки SK75 Duneema продемонстрували лінійно пружну поведінку безпосередньо до крихкого руйнування, яка характеризується наступними параметрами матеріалу: пружний модуль $E_f = 39,7 \pm 8,9$ ГПа, міцність при одноосному розтягненні $\sigma_f = 2,45 \pm 0,75$ ГПа, подовження при розриві $\epsilon_f = 4,80 \pm 1,05\%$. Можна помітити, що здатність до розтягнення самих волокон є значно меншою, ніж ті деформації, яких може зазнавати виготовлений із них нетканий текстиль.

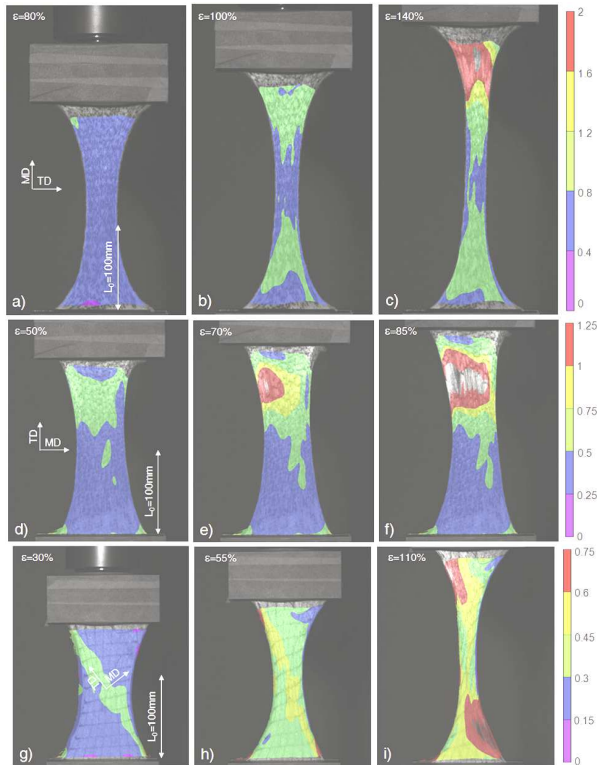


Рисунок 8 – Розподіли логарифмічних деформацій в напрямку розтягнення за різних величин відносного подовження зразків залежно від їхньої орієнтації [94]:
 a – MD, 80%; b – MD, 100%; c – MD, 140%; d – TD, 50%;
 e – TD, 70%; f – TD, 85%; g – 45D, 30%;
 h – 45D, 55%; i – 45D, 110%

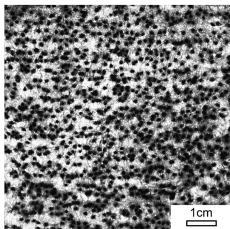


Рисунок 9 – Оптична мікрографія точок пробиття голками [94]

Як уже зазначалося вище, таке можливо виключно через наявність відносного проковзування волокон, яке не супроводжується їхнім пошкодженням. Для оцінки сил тертя та міцності з'єднань, які утворюються шляхом сплутування волокон у вузли під час пробиття голками повсті, експериментальне дослідження [94] включало в себе також випробування текстилю на висмикування волокон. Було встановлено три різновиди відгуку волокна на відокремлення його з мережі, представлені характерними діаграмами «сила-переміщення» на рис. 10. Деяким із волокон вистачає доволі незначного зусилля порядку 10 мН для того, щоб подолати сили тертя, що їх утримують. Подальше висмикування вимагає все менших зусиль, адже у подальшому частина волокна, що залишається в полотні та контактує з іншими волокнами, постійно зменшується. Легкість, з якою ці волокна залишають мережу, пояснюється тим, що вони уникли значного сплутування у вузлах практично по всій своїй довжині.

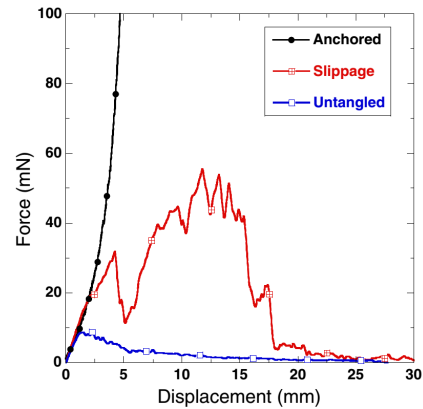


Рисунок 10 – Три типові картини залежності відстані відокремлення від величини сили під час випробування текстилю на висмикування окремих волокон [94]

Ті ж із волокон, які були захоплені голками та сплутані принаймні в декількох місцях, демонструють зовсім іншу поведінку. Їхнє витягання супроводжується проковзуванням повз вузли, яке вимагає значно більших зусиль у діапазоні 30–60 мН. Більш того, всякий раз, коли один із кінчиків повністю проходить через вузол, відбувається різке розвантаження волокна, адже на звільненій ділянці волокна зникає сила, яка до того витягувала його. Ці стрибки зусилля висмикування добре видно на середній кривій на рис. 10. Наприкінці, значна частина волокон виявляється надто істотно вбудованими в мережу. Таке можливе, наприклад, якщо в процесі виготовлення текстилю вони багаторазово закручуються навколо вузлів та інших волокон. Це призводить до того, що зростання зусилля вздовж волокна не здатне подолати сили тертя, тож з'єднання виявляються надзвичайно міцними та не дозволяють жодних проковзувань.

У середньому енергія, яка дисипується на одиницю довжини висмикнутого волокна, оцінена в межах від 9.7 мДж/м за швидкості 0.01 мм/с до 18.1 мДж/м за швидкості 1.0 мм/с. Слід зауважити, що в осередненій моделі [95], побудованій на базі цих спостережень, параметри міцності з'єднання волокон та дисипації енергії були задані не постійними, а змінюваними, відповідно до чинників поточного напружено-деформованого стану.

Інкrementальна варіаційна постановка задачі проковзування волокон. Раніше [80] в межах механіки стандартних дисипативних систем були отримані еволюційні рівняння, які визначають відносно ковзання волокон із тертям у вузлах. Для чисельного розв'язання цих співвідношень пропонується наближення, яке призводить до інкрементальної варіаційної постановки. Загальне її формулювання полягає в тому, що стан системи на кожному наступному кроці навантаження в часі t_n визначається інкрементальним потенціалом [96]

$$W(\mathbf{R}^{n+1}) = \inf_{\gamma} \int_{t_n}^{t_{n+1}} [\psi + \phi] dt, \quad (1)$$

що є результатом екстремальної течії $\gamma(t)$, яка мінімізує приріст внутрішньої енергії та додану дисипацію вздовж шляху навантаження за початкових умов

$\gamma|_{t_n} = \gamma^n$ на проміжку часу $[t_n, t_{n+1}]$. За цим квазіпружним потенціалом можна обчислити осьові сили уздовж волокна як похідну до змінних видовжень, а саме

$$\mathbf{N}^{n+1} = \partial_{\mathbf{R}} W(\mathbf{R}^{n+1}) \quad (2)$$

Історія навантаження враховується за попереднім значенням змінних стану γ^n , а екстремальна течія, за якої досягається мінімум у виразі (1), у свою чергу визначає оновлене значення γ^{n+1} цієї змінної у кінці кроку. Наближено рівняння проковзування можна проінтегрувати за неявною схемою Ейлера, що дає таке співвідношення:

$$\gamma_j^{n+1} = \gamma_j^n + \Delta\gamma_{j^+} - \Delta\gamma_{j^-}, \quad (3)$$

де $\Delta\gamma_{j^\pm} = \Delta t \lambda_{j^\pm}^{n+1}$.

Використовуючи тотожність (3), можемо обчислити дисипацію на цьому кроці

$$d_{n,n+1} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \phi dt = \sum_{j^\pm} c_j^{n+1} \Delta\gamma_{j^\pm}. \quad (4)$$

З урахуванням цих наближень остаточно приходимо до такої задачі математичного програмування відносно невід'ємних інкрементів змінних стану у системах ковзання:

$$W^h(\mathbf{R}^{n+1}, \Delta\gamma_{j^\pm}) = \psi(\mathbf{R}^{n+1}, \gamma_j^{n+1}) - \psi_n + d_{n,n+1} \xrightarrow{\Delta\gamma_{j^\pm}} \inf; \quad (5)$$

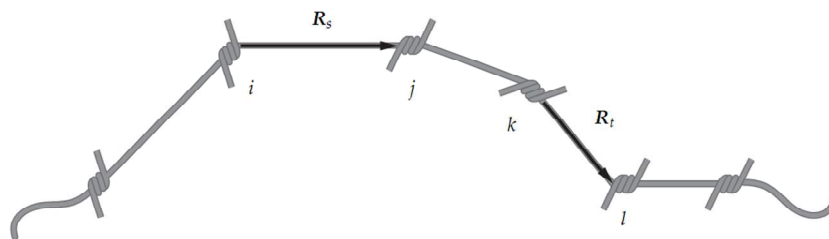


Рисунок 11 – Дискретний елемент волокна із ковзанням у вузлах

Вектор нев'язки цього елемента збирається з урахуванням скалярних значень осьових сил N_s , обчислених за виразами (2) та (7), а також орієнтаціями ланок волокон $\mathbf{e}_s = \frac{\mathbf{R}_s}{R_s}$:

$$\forall s = \{i, j\} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_i \\ \mathbf{S}_j \end{bmatrix} + = N_s \begin{bmatrix} \mathbf{e}_s \\ -\mathbf{e}_s \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Матриця жорсткості, у свою чергу, збирається зі складових двох типів:

по-перше, для кожної ланки s додається діагональний блок

$$\forall s = \{i, j\} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ij} \\ \mathbf{K}_{ji} & \mathbf{K}_{jj} \end{bmatrix} + = \frac{N_s}{R_s} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi}_s & -\boldsymbol{\pi}_s \\ -\boldsymbol{\pi}_s & \boldsymbol{\pi}_s \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$W_{,j}^h \geq 0; \Delta\gamma_{j^\pm} \geq 0; W_{,j}^h \Delta\gamma_{j^\pm} = 0. \quad (6)$$

Залежно від вибору умов проковзування та відповідно функцій c_j отримуємо за кожного окремого наближення множини активних систем ковзання систему лінійних або нелінійних рівнянь відносно невідомих проковзувань $\Delta\gamma_{j^\pm}$.

Чутливість розв'язку цієї задачі до актуальних змінних видовження на поточному кроці повністю узгоджується зі співвідношенням (2), що дає підстави обчислювати осьові сили не за повною, а за частинною похідною наближеного інкрементального потенціалу

$$\begin{aligned} \partial_{\mathbf{R}} W(\mathbf{R}^{n+1}) &= W_{,\mathbf{R}}^h + \sum_{\alpha \in A} W_{,\alpha}^h [\Delta\gamma_\alpha]_{,\mathbf{R}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathbf{N}^{n+1} = W_{,\mathbf{R}}^h. \end{aligned} \quad (7)$$

Це істотно полегшує визначення дотичної матриці жорсткості усіх сегментів волокна

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \partial_{\mathbf{R}\mathbf{R}}^2 W(\mathbf{R}^{n+1}) = \\ &= W_{,\mathbf{R}\mathbf{R}}^h - W_{,\mathbf{R}\mathbf{A}}^h [W_{,\alpha\beta}^h]^{-1} W_{,\mathbf{A}\mathbf{R}}^h. \end{aligned} \quad (8)$$

Отримана одновимірна модель ковзання волокна може бути реалізована у вигляді дискретного елемента, зображеного на рис. 11.

де $\boldsymbol{\pi}_s = 1 - \mathbf{e}_s \otimes \mathbf{e}_s$;

по-друге, для кожної пари ланок s і t заповнюються наступні блоки у відповідних частинах повної матриці

$$\begin{aligned} \forall s = \{i, j\} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ik} & \mathbf{K}_{il} \\ \mathbf{K}_{jk} & \mathbf{K}_{jl} \end{bmatrix} + &= K_{st} \begin{bmatrix} \tau_{st} & -\tau_{st} \\ -\tau_{st} & \tau_{st} \end{bmatrix}, \quad (11) \\ \forall t = \{k, l\} \end{aligned}$$

де $\tau_{st} = \mathbf{e}_s \otimes \mathbf{e}_s$.

Отримана дискретно-елемента модель дає можливість обчислювати пружно-пластичну поведінку негнаних матеріалів із тертям у вузлах, незворотні деформації в яких відбуваються внаслідок відносного ковзання волокон. Однак слід зауважити, що цей процес неодмінно призводитиме до висмикування кінчиків

волокон із вузлів кожного разу, коли величина ковзання у крайньому вузлі досягатиме початкового значення довжини цього вільного кінчика. При цьому миттєво порушується зв'язок у мережі, адже ланка, що поєдну-

вала цей вузол із сусіднім, сама перетвориться на вільний кінчик, під'єднаний до мережі лише з одного боку та вільний від навантажень. Пропонується врахувати це явище у моделі таким чином, як показано на рис. 12.

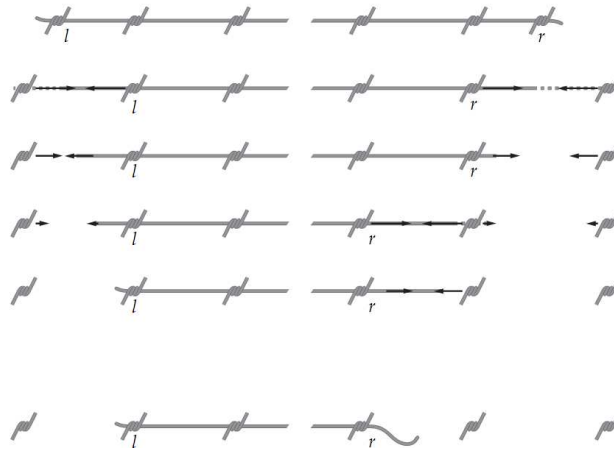


Рисунок 12 – Моделювання механізму висмикування шляхом поступового розвантаження розірваної ланки

Кожного разу, коли встановлюється перевищення значення ковзання наявної величини вільного кінчика, значення осової сили цього розірваного зв'язку зменшується поступово на величину

$$N_s^n = N_s^{n-1} - \Delta \frac{N^Y}{k}, k = 4 \dots 10$$

на кожному наступному кроці. Кількість кроків обирається з практичних міркувань в межах від 4 до 10 задля забезпечення стійкості чисельного розв'язання.

Вочевидь, такий підхід є наближеним, адже кожне висмикування у дійсності призводить до миттєвого вивільнення енергії висмикнутої ділянки волокна, що розсіюється у нетканому полотні динамічно. Однак, квазістатичне наближення продемонструвало повну адекватність та достовірність, що демонструється далі такими прикладами.

Аналіз деформування модельних мереж волоконних матеріалів. Розглянемо три модельні системи, зображені у табл. 3–5. Позначимо їх умовно як І – (табл. 3, рис. 13, а), К – (табл. 4, рис. 13, б) та Н–

мережа (табл. 5, рис.13, в).

Перша складається з двох волокон, розташованих вертикально та пов'язаних між собою у вузлі з одного боку, та затиснених у затискачах з інших боків. Зі збільшенням вертикального переміщення верхнього затискача обидва волокна подовжуватимуться, доки осові сили в них не досягнуть межі тривкості вузлового з'єднання. Межа проковзування встановлена для цих волокон дещо відмінною задля того, щоб уникнути невизначеності того, яке саме з них почне вислизати.

У наведеному прикладі менше значення сили тертя надано верхньому з двох волокон, тож у певний момент воно почне видовжуватися за рахунок довжини вільного кінчику. Ефект від цього можна спостерігати на кривій «сила – переміщення» для цієї моделі у табл. 3. Після початкової лінійно пружної ділянки значення сили встановлюється на постійному рівні, що відповідає межі тертя у вузлі для волокна, яке починає ковзати. Цей відтинок продовжується до моменту, коли край вільного кінчика досягає вузла і він висмикується з нього. Внаслідок цього отримуємо стрімке падіння сили до нуля.

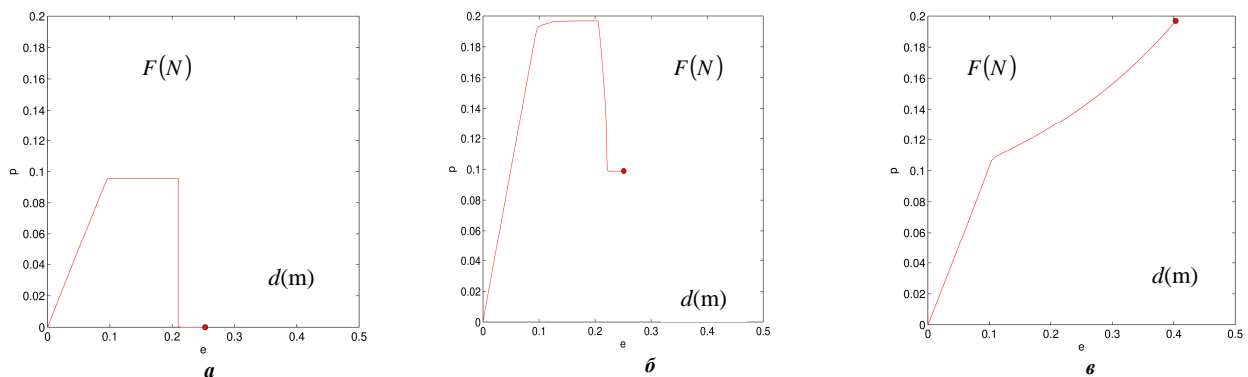
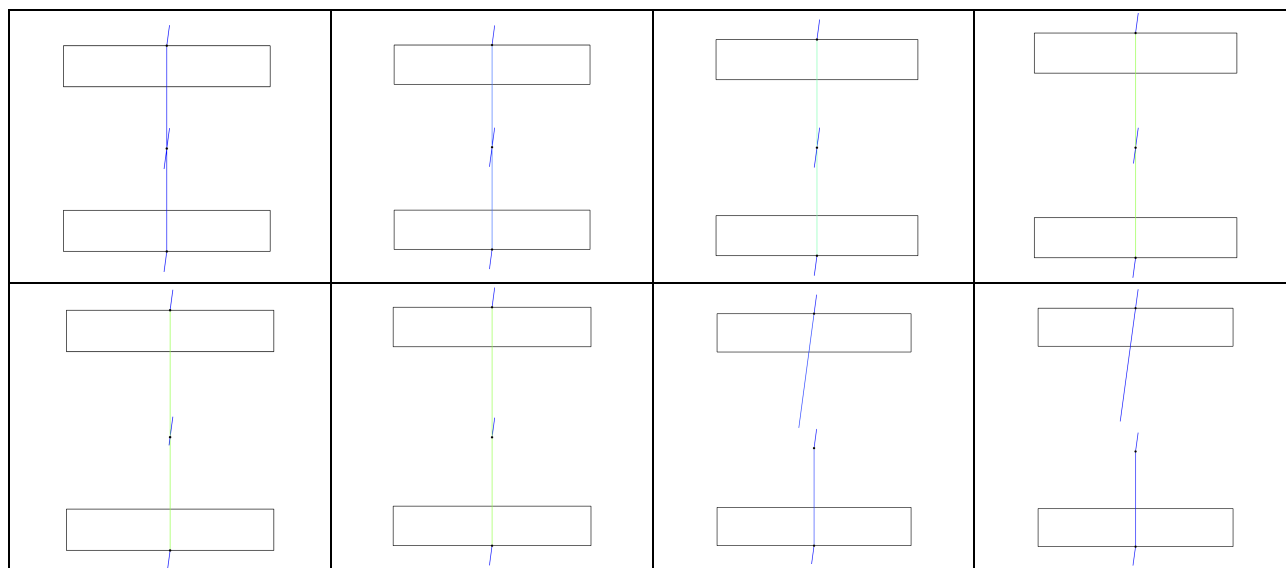
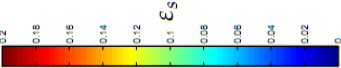


Рисунок 13 – Зусилля розтягнення модельної:

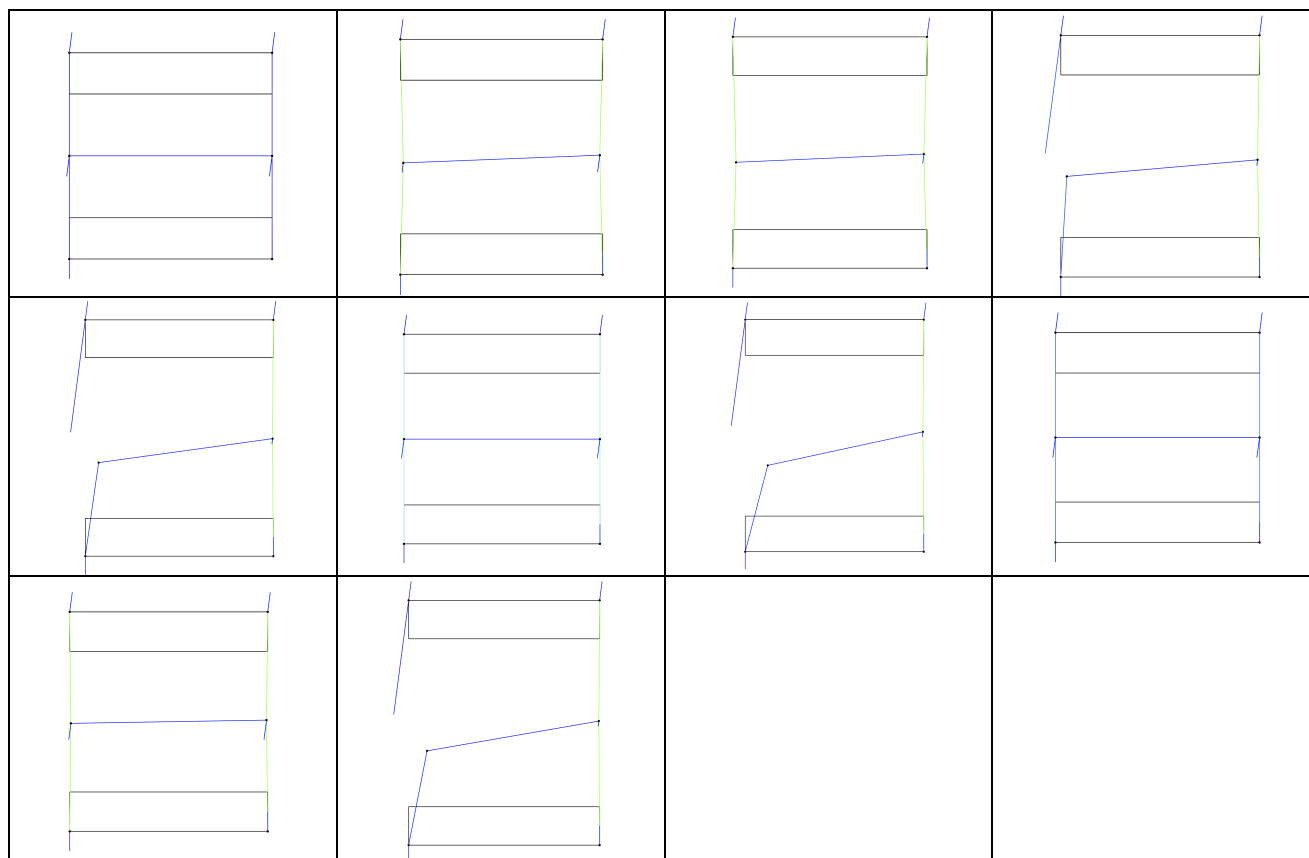
а – І-мережі із двох волокон; б – Н-мережі із трьох волокон; в – К-мережі із двох волокон

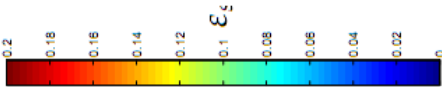
Таблиця 3 – Розтягнення модельної І-мережі із двох волокон* (деформація мережі)



Примітка: * – 

Таблиця 4 – Розтягнення модельної Н-мережі із трьох волокон* (деформація мережі)

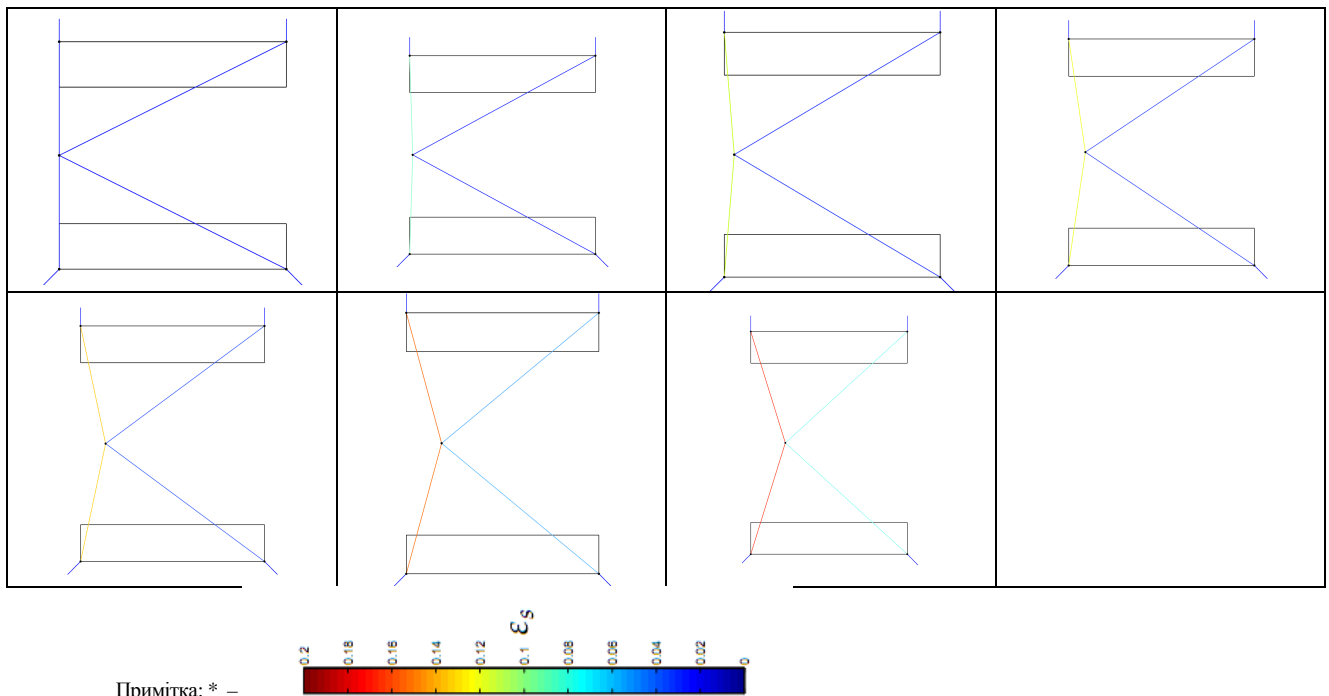


Примітка: * – 

Модель К-мережі також складається із двох волокон. Однак вони поєднуються між собою посередині, на відміну від попереднього випадку. При цьому вільні кінчики кожного з волокон виявляються затисненими.

Внаслідок того, що два коротких сегменти кожного із сегментів є вертикально розташованими, а більш довгі мають нахил, у них виникають різні за величиною осові сили, як видно з табл. 5.

Таблиця 5 – Розтягнення модельної К-мережі із двох волокон* (деформація мережі)



Тільки-но різниця між цими силами досягне межі тривкості сил тертя у вузлі, короткі ділянки почнуть видовжуватися за рахунок довгих. На відгуку мережі це відобразиться у вигляді переходу у пружно-пластичну ділянку кривої сили-переміщення. Зважаючи на те, що усі вільні кінчики волокон у цій моделі є затисненими, їхнього висмикування не відбуватиметься, тож сила зростатиме необмежено.

Можна зауважити, що перебудова мережі, пов'язана із перерозподілом довжин волокон, призводить врешті до її зміцнення. Можна спостерігати, що нахил кривої навантаження збільшується із наближенням волокон до Х-подібної конфігурації за великих значень переміщень. При цьому швидкість відносного ковзання асимптотично уповільнюватиметься, що ближчими ставатимуть довжини відтинків волокон одне до одного. Врешті, руйнування такої мережі може відбутися лише внаслідок розриву самих волокон. Залежно від межі їхньої тривкості це відбудеться або ще на пружному відтинку кривої відгуку, або після попередньої пластичної деформації.

Модель Н-мережі демонструє поступовий характер втрати цілісності мережі. У цій моделі починають ковзати два верхніх волокна. Тільки-но перше з них висмикується із мережі, відбувається повне розвантаження певної частини мережі. Однак, як видно із табл. 4, при цьому зусилля не зникає повністю, адже в мережі залишаються навантажені ділянки. Отже, разом із пошкодженням мережі паралельно продовжується її подальше пластичне деформування. У реальній мережі, що складається не з трьох, а з десятків і сотень тисяч волокон, цей механізм пояснює осереднену криву пружно-пластичного відгуку із пошкодженням, яка спостерігається в експерименті. Цю ж поведінку відтворюють і подальші повномасштабні моделі зразків нетканого матеріалу, аналіз яких міститься далі.

Аналіз результатів моделювання деформування мережеских матеріалів. Перед тим, як навести результати моделювання реальних зразків нетканних матеріалів, звернімо увагу на наступне питання, яке постає із аналізу поведінки модельних прикладів трьох мереж. Питання полягає в тому, чи виключає скінченна тривкість з'єднання волокон у вузлах їхньому навантаженню понад власну межу міцності волокон. Для відповіді на нього наведемо схематично схему максимального навантаження довгого волокна, наведену на рис. 14. Якщо сили тертя у крайніх відтинках волокна не перевищують величини ΔN^Y , а вільні кінчики є ненавантаженими, то за будь-яких обставин осьове зусилля у цих ланках не може перевищувати цю величину. Знову ж таки, з тих самих міркувань наступна за нею ланка навантажується силою, не більшою за $2\Delta N^Y$, і так далі. Отже, максимальне зусилля, що може виникнути будь-де у мережі, обмежене щільністю з'єднань, тобто максимальною кількістю вузлів уздовж одного волокна. Виключення становлять лише ті волокна, обидва кінчики яких виявляються затиснутими, що можливо лише для малих зразків, розміри яких є меншими за довжину волокон.

Якщо звернутися до експериментальних даних, то виявляється, що подовження за розриву волокон нетканних матеріалів, що використовуються для балістичного захисту, складають від 3.5% до 6% (рис. 15) [94]. Одночасно із тим, ці матеріали можуть зазнавати розтягнень у 50%–100% залежно від розмірів та орієнтації зразків. Отже, можемо зробити висновок, що відносне ковзання волокон у таких мережах є саме тим механізмом, який запобігає розриву волокон, та натомість дає змогу мережі деформуватися пластично.

Такі висновки підтверджуються результатами мо-

делювання зразків нетканних матеріалів із ізотропними мережами, що було здійснено із використанням запро-

понованої чисельної дискретно-елементної методології.

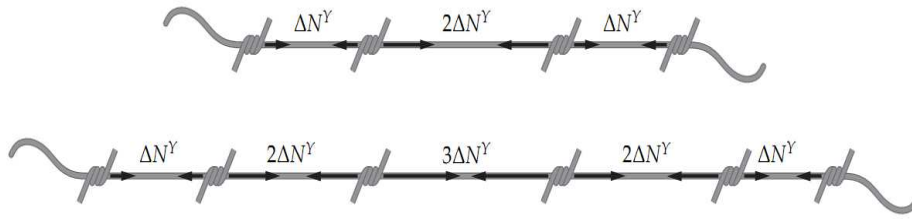


Рисунок 14 – Межа навантаження волокон у мережі із тертям у вузлах

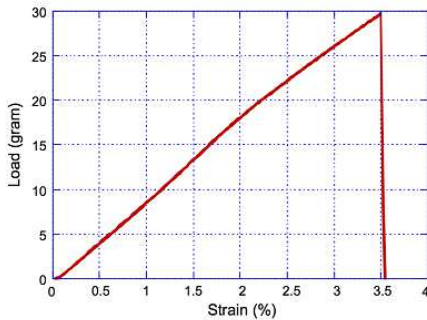


Рисунок 15 – Діаграма деформування волокна високомолекулярного поліетилену балістичного нетканого матеріалу, що крихко руйнується за видовження 3.5% [94]

На рис. 16 та 17 (за параметрами $L_f = 50$ мм, $a = 100$ мм, $b = 100$ мм, $(L/\Omega) \cdot (L_f)^2 = 100$, $d_{knots} = 5$ мм) наведено поведінку ідентичних за розмірами та будовою зразків нетканної мережі, що відрізняються значенням межі тривкості вузлів. У першому випадку вона становить величину, що відповідає зусиллю у волокні за його відносного видовження 2 %. А у другому випадку вона є вдвічі меншою, тобто волокна починають ковзати за видовження, що складає лише

1 %.

Можемо спостерігати криву відгуку, яку раніше було передбачено: пружно-пластичне навантаження із поступовим розвантаженням. За меншого тертя волокон максимальне зусилля розтягнення зразка є непропорційно меншим. Одночасно із тим, руйнування матеріалу внаслідок втрати цілісності мережі у цьому випадку є більш поступовим та продовжується за більших деформацій. У цілому, характер обчисленого відгуку повністю збігається із експериментальними спостереженнями, наведеними на рис. 7.

Інша важлива обставина, яку відтворює обчислювальна модель нетканної мережі, стосується залежності жорсткості відгуку від розмірів зразка.

Як видно на рис. 18, 19, короткі зразки демонструють більш жорстку поведінку. Що меншою є відстань від затискачів, то меншою є кількість проковзувань у мережі. Відповідно, такі зразки деформуються лише незначною мірою та переважно пружно і руйнуються шляхом розриву, а не висмикування волокон. Ці результати дають підстави використовувати запропоновані моделі для дослідження впливу вирізів різної форми на міцність нетканних матеріалів.

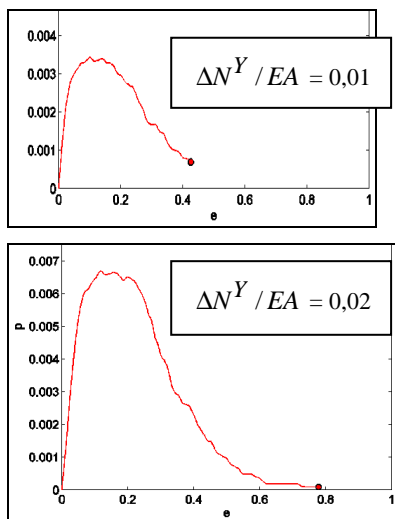


Рисунок 16 – Крива навантаження при розтягненні прямокутного зразка нетканого матеріалу за різної межі сил тертя у вузлах

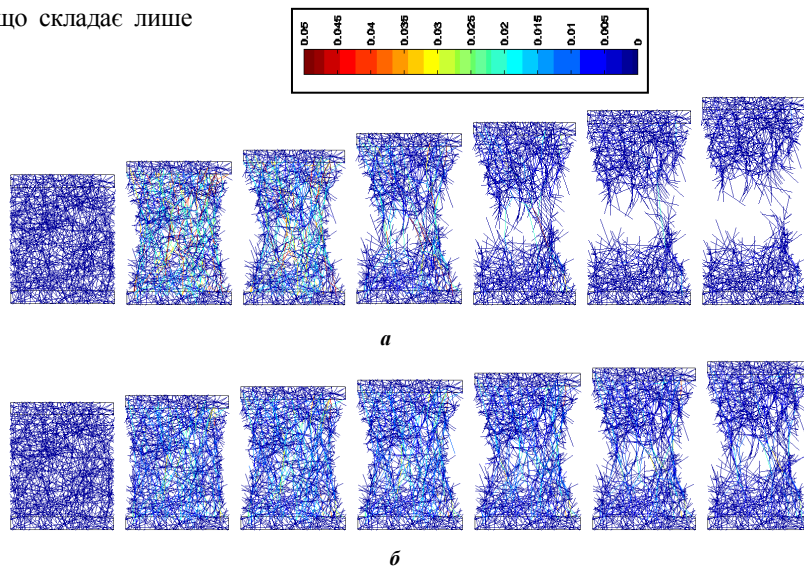


Рисунок 17 – Деформації нетканної мережі при розтягненні прямокутного зразка нетканого матеріалу за різної межі сил тертя у вузлах:

$$a - \Delta N^Y / EA = 0,02, \quad б: \Delta N^Y / EA = 0,01$$

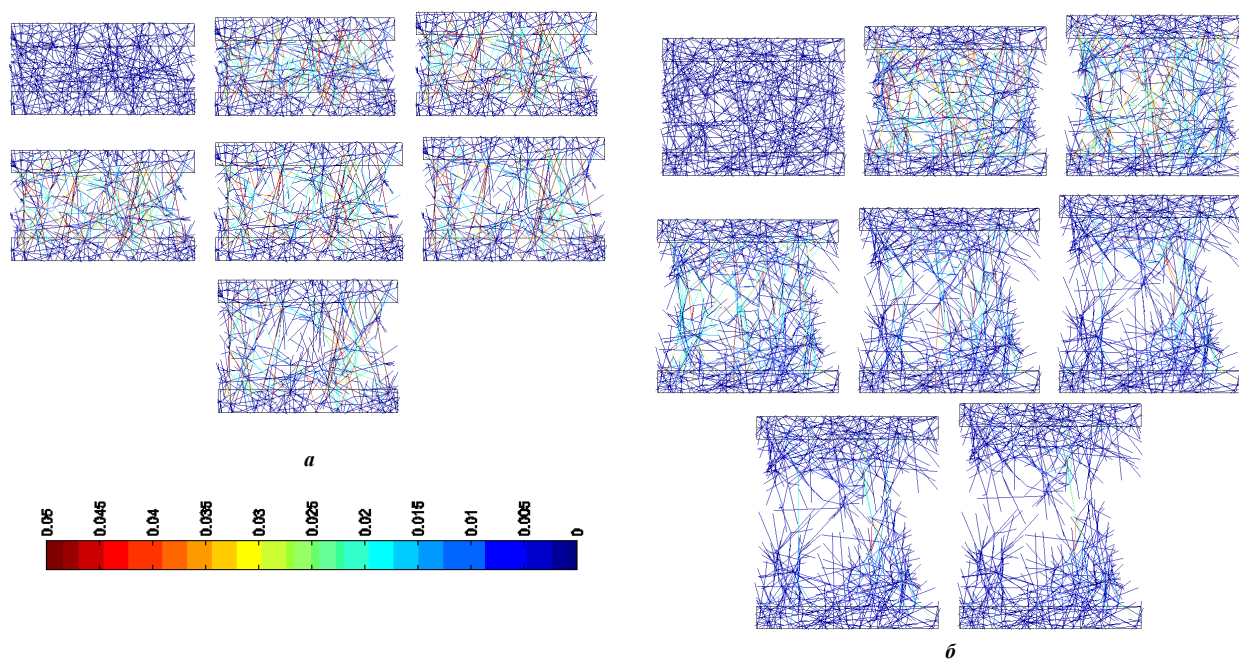


Рисунок 18 – Деформації нетканної мережі при розтягненні прямокутних зразків нетканого матеріалу з параметрами $L_f = 50$ мм, $a = 100$ мм, $(L/\Omega) \cdot (L_f)^2 = 100$, $d_{knots} = 5$ мм, $\Delta N^Y / EA = 0,02$, що розрізняються між собою висотою: $a - b = 25$ мм $\bar{b} - b = 50$ мм

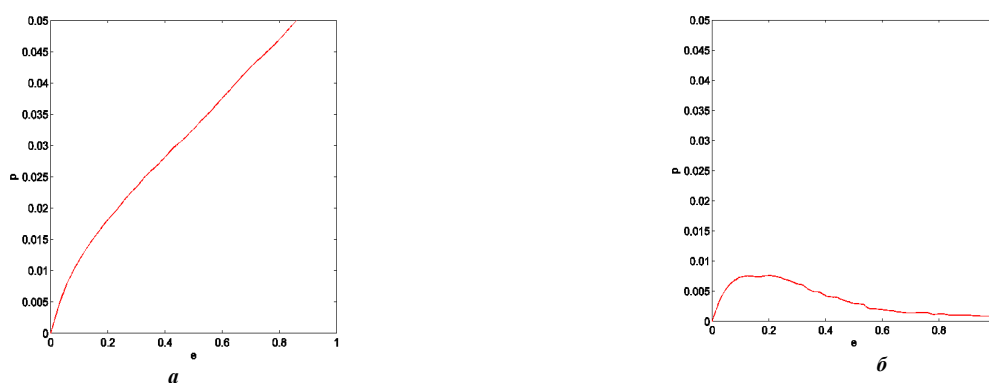


Рисунок 19 – Крива навантаження нетканної мережі при розтягненні прямокутних зразків нетканого матеріалу з параметрами $L_f = 50$ мм, $a = 100$ мм, $(L/\Omega) \cdot (L_f)^2 = 100$, $d_{knots} = 5$ мм, $\Delta N^Y / EA = 0,02$, що розрізняються між собою висотою: $a - b = 25$ мм; $\bar{b} - b = 50$ мм

Висновки. Розрахунково-експериментальні дослідження деформування нетрадиційних мережевих матеріалів та їхнього напружено-деформованого стану, здійснені та описані у роботі, дають значний обсяг матеріалу для співставлення відповідних результатів та формування таких висновків.

1. Результати експериментальних досліджень поведінки волоконних матеріалів, що мають просторову мережеву структуру, перебувають у повній якісній та задовільній кількісній відповідності. Аналіз результатів експериментальних досліджень нетканних матеріалів та їхнє порівняння з дискретними моделями випадкових двовимірних мереж свідчать про те, що запропоновані механізми деформування якісно пояснюють особливості відгуку цих матеріалів. Зокрема, підтверджується висновок про істотну неоднорідність розподілу деформацій волокон, частина з яких залишається ненавантаженою, доки мережа не випрямиться достатнім чи-

ном. Форма розтягнутих прямокутних зразків у першу чергу пояснюється конфігурацією шляхів розповсюдження осьових сил, що вміщує в себе вигнуті арки, утворювані уздовж вільних країв прямокутника. Незворотні деформації при цьому повністю пояснюються відносним проковзуванням волокон та їхнім висмикуванням із вузлів. При цьому міцність матеріалу пов'язується не з міцністю окремих волокон на розрив, а саме із межею супротиву сил тертя їхньому проковзуванню у місцях сплетіння. З іншого боку, точна кількісна оцінка властивостей нетканних матеріалів вимагає залучення дискретних моделей із десятками тисяч ступенів вільності.

2. Здійснені розрахунково-експериментальні дослідження продемонстрували повну відповідність реальної поведінки матеріалів із мережевою структурою та інших мережевих матеріалів із тією, що прогнозована на основі чисельних досліджень. Зокрема, за порів-

няння результатів досліджень нетканих матеріалів установлена повна відповідність тенденцій зміни контрольованих величин за варіювання певних параметрів досліджуваних об'єктів. Так, фізико-механічні характеристики досліджених нетрадиційних матеріалів визначаються із похибкою на рівні до 10÷12 %. Це є підтвердженням адекватності розроблених методів та моделей досліджень, а також обґрунтованості рекомендацій, здійснених на основі одержаних результатів.

3. Співставлення результатів чисельних та експериментальних досліджень дає можливість верифікувати параметри розрахункових моделей.

Усі зазначені вище особливості та закономірності свідчать про узгодженість результатів здійснених та описаних чисельних та експериментальних досліджень. Тут потрібно відзначити три наступні аспекти:

1) вкрай важливим є повна якісна відповідність результатів чисельних та експериментальних досліджень, зокрема, за макр властивостями мережевих матеріалів. Також важливо, що чисельно відтворюються ті ж ефекти, що спостерігаються експериментально, проте іншими моделями – не відтворюються;

2) що стосується кількісної відповідності результатів чисельних та експериментальних досліджень, то, зважаючи на новизну об'єктів аналізу, вона задовільна; наприклад, властивості нетканих матеріалів, отримані, з одного боку, чисельно, а, з іншого, – експериментально, відрізняються, як зазначено вище, всього на 10÷12 %;

3) також важливим аспектом є повна відповідність реакції досліджуваних матеріалів та зразків на варіювання тих чи інших чинників.

Таким чином, підтверджується:

- адекватність математичних мікромакроемеханічних моделей деформування мережевих матеріалів фізичній реальності;
- коректність чисельних моделей та збіжність розроблених методів розв'язання систем розв'язувальних співвідношень;
- точність отриманих результатів чисельного моделювання та обґрунтованість розроблених на їх основі результатів.

Запропоновані нові підходи і основи теоретичних досліджень, створені мікромакроемеханічні моделі нетрадиційних мережевих структур та матеріалів, а також побудовані засоби досліджень у вигляді чисельних моделей і програмних модулів мають пряме застосування при вирішенні прикладних проблем механіки деформівного твердого тіла, а також на підприємствах загального і транспортного машинобудування.

Список літератури

1. Treloar L.R.G. The Physics of Rubber Elasticity. 3rd edition. Oxford: Clarendon Press, 1975. 322 p.
2. Lodish H. Molecular Cell Biology. Cambridge: W.H. Freeman & Company, 2000. 973 p.
3. Boal D.H. Mechanics of the cell. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 406 p.
4. Holzapfel G.A., Ogden R.W. Mechanics of biological tissue New York: Springer Science & Business Media, 2006. 135 p.
5. Schmoller K.M., Lieleg O., Bausch A.R. Internal stress in kinetically trapped actin bundle networks. *Soft Matter*, 2008. Vol. 4(12). P. 2365–2367.
6. Schmoller K. M., Fernandez P., Arevalo R. C., Blair D. L., Bausch A.

- R. Cyclic hardening in bundled actin networks. *Nature communications*, 2010. Vol. 1. P. 134.
7. Lang N. R., Münster S., Metzner C., Krauss P., Schürmann S., Lange J., ... Fabry, B. Estimating the 3D pore size distribution of biopolymer networks from directionally biased data. *Biophysical journal*, 2013. Vol. 105(9). P. 1967–1975.
8. Wen Q., Basu A., Winer J. P., Yodh A., Janmey P. A. Local and global deformations in a strain-stiffening fibrin gel. *New Journal of Physics*, 2007. Vol. 9(11). P. 428.
9. Basu A., Wen Q., Mao X., Lubensky T. C., Janmey P. A., Yodh A. G. Nonaffine displacements in flexible polymer networks. *Macromolecules*, 2011. Vol. 44(6). P. 1671–1679.
10. Stein A. M., Vader D. A., Jawerth L. M., Weitz D. A., Sander L. M. An algorithm for extracting the network geometry of three-dimensional collagen gels. *Journal of microscopy*, 2008. Vol. 232(3). P. 463–475.
11. Ponti A., Machacek M., Gupton S.L., Waterman-Storer C.M., Danuser G. Two distinct actin networks drive the protrusion of migrating cells. *Science*, 2004. Vol. 305(5691). P. 1782–1786.
12. Hearle J.W.S., J.J. Thwaites, J. Amirbayat Mechanics of flexible fibre assemblies. NATO advanced study institutes series. Applied sciences. *Sijthoff & Noordhoff*, 1980. P. 293–310.
13. Picu R.C. Mechanics of random fiber networks—a review. *Soft Matter*. 2011. Vol. 7. P. 6768–6785.
14. Gibson L.J., M.F. Ashby, Harley B.A. Cellular Materials in Nature and Medicine. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 309 p.
15. Pai C. L., Boyce M. C., Rutledge G. C. On the importance of fiber curvature to the elastic moduli of electrospun nonwoven fiber meshes. *Polymer*, 2011. Vol. 52(26). P. 6126–6133.
16. Yu B., Zhao X., Zeng Y., Qi D. The influence of process parameters on needle punched nonwovens investigated using image analysis. *RSC Advances*, 2017. Vol. 7(9). P. 5183–5188.
17. Martínez-Hergueta F., Ridruejo A., González C., Llorca, J. Deformation and energy dissipation mechanisms of needle-punched nonwoven fabrics: A multiscale experimental analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 2015. Vol. 64. P. 120–131.
18. Hou X., Acar M., Silberschmidt V.V. 2D finite element analysis of thermally bonded nonwoven materials: Continuous and discontinuous models. *Computational Materials Science*, 2009. Vol. 46(3). P. 700–707.
19. Ridruejo A., González C., Llorca J. Micromechanisms of deformation and fracture of polypropylene nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 2011. Vol. 48(1). P. 153–162.
20. Tyan Y.C., Liao J.D., Klauser R., Wu I.D., Weng C.C. Assessment and characterization of degradation effect for the varied degrees of ultra-violet radiation onto the collagen-bonded polypropylene nonwoven fabric surfaces. *Biomaterials*, 2002. Vol. 23(1). P. 65–76.
21. Haverhals L.M., Reichert W.M., De Long H.C., Trulove P.C. Natural fiber welding. *Macromolecular Materials and Engineering*, 2010. Vol. 295(5). P. 425–430.
22. Li H., Zhu C., Xue J., Ke Q., Xia Y. Enhancing the Mechanical Properties of Electrospun Nanofiber Mats through Controllable Welding at the Cross Points. *Macromolecular Rapid Communications*, 2017. Vol. 38(9).
23. Gandhi A., Asija N., Gaur K.K., Rizvi S.J.A., Tiwari V., Bhatnagar N. Ultrasound assisted cyclic solid-state foaming for fabricating ultra-low density porous acrylonitrile–butadiene–styrene foams. *Materials Letters*, 2013. Vol. 94. P. 76–78.
24. Murr L.E., Gaytan S.M., Medina F., ..., Bracke J. Next-generation biomedical implants using additive manufacturing of complex, cellular and functional mesh arrays. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010. Vol. 368(1917). P. 1999–2032.
25. Martínez-Hergueta F., Ridruej, A., González, C., Llorca J. Numerical simulation of the ballistic response of needle-punched nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 2017. Vol. 106. P. 56–67.
26. Martínez-Hergueta F., Ridruejo A., González C., Llorca J. Ballistic performance of hybrid nonwoven/woven polyethylene fabric shields. *International Journal of Impact Engineering*, 2018. Vol. 111. P. 55–65.
27. Sun J.Y., Zhao X., Illeperuma W.R., ..., Suo Z. Highly stretchable and tough hydrogels. *Nature*, 2012. Vol. 489(7414). P. 133–136.
28. Ethiraj G., Mische C. Multiplicative magneto-elasticity of magnetosensitive polymers incorporating micromechanically-based network kernels. *International Journal of Engineering Science*, 2016. Vol. 102. P. 93–119.
29. Winkler R. Deformation of semiflexible chains. *J. Chem. Phys.* 2003.

- Vol. 118. P. 2919–2928.
30. Huisman E., C. Storm, G. Barkema Monte Carlo study of multiply crosslinked semiflexible polymer networks. *Phys. Rev. E*, 2008. Vol. 78. P. 051801(11).
 31. Van Dillen T., Onck P.R., van der Giessen E. Models for stiffening in cross-linked biopolymer networks: A comparative study. *J. Mech. Phys. Solids*. 2008. Vol. 56(6). P. 2240–2264.
 32. Onck P., T. Koeman, T. van Dillen, E. van der Giessen Alternative explanation of stiffening in cross-linked semiflexible networks. *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. P. 178102(4).
 33. Huisman, E., Lubensky T. Internal stresses, normal modes, and nonaffinity in three-dimensional biopolymer networks. *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106(8). P. 088301(4).
 34. Blundell J., Terentjev E. The influence of disorder on deformations in semiflexible networks. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 2011. Vol. 467. P. 2330–2349.
 35. Kuhn W., Grün F. Beziehungen zwischen elastischen Konstanten und Dehnungsdoppelbrechung hochelastischer Stoffe. *Colloid. Polym. Sci.* 1942. Vol. 101(3). P. 248–271.
 36. Cox HL The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British journal of applied physics*. 1952. Vol. 3(3). 72 p.
 37. Storm C., Pastore J.J., MacKintosh F.C., ..., Janmey P.A. Nonlinear elasticity in biological gels. *Nature*. 2005. Vol. 435(7039). P. 191–194.
 38. Blundell J., Terentjev E. Affine model of stress stiffening in semiflexible filament networks. *ArXiv*. 2008. 0808.4088: 1–11.
 39. Arruda E.M., Boyce M.C. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1993. Vol. 41. P. 389–412.
 40. Kuhl E., K. Garikipati E.M. Arruda K. Grosh Remodeling of biological tissue: Mechanically induced reorientation of a transversely isotropic chain network. *J. Mech. Phys. Solids*. 2005. Vol. 53(7). P. 1552–1573.
 41. Kuhl E., Menzel A., Garikipati K. On the convexity of transversely isotropic chain network models. *Philos. Mag.* 2006. Vol. 86(21–22). P. 3241–3258.
 42. Palmer J.S., Boyce M.C. Constitutive modeling of the stress-strain behavior of F-actin filament networks. *Acta Biomater.* 2008. Vol. 4(3). P. 597–612.
 43. Head D., Levine A., MacKintosh F. Deformation of cross-linked semiflexible polymer networks. *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91. P. 108102(4).
 44. Kroon M. A constitutive model for strain-crystallising Rubber-like materials. *Mech. Mater.* 2010. Vol. 42(9). P. 873–885.
 45. Miehe C., Göktepe S., Lulei F. A micro-macro approach to rubber-like materials – Part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity. *J. Mech. Phys. Solids*. 2004. Vol. 52. P. 2617–2660.
 46. Bázant Z. P., Oh B.H. Efficient numerical integration on the surface of a sphere. *Z. Angew. Math. Mech.* 1986. Vol. 66. P. 37–49.
 47. Marckmann G., Verron E. Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials. *Rubber Chem. Technol.* 2006. Vol. 79. P. 835–858.
 48. Treloar LRG Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation. *Trans. Faraday Soc.* 1944. Vol. 40. P. 59–70.
 49. Heussinger C., Schaefer B., Frey E. Nonaffine rubber elasticity for stiff polymer networks. *Phys. Rev. E*. 2007. Vol. 76. P. 031906(12).
 50. James Hubert M., Eugene Guth Theory of the elastic properties of rubber. *The Journal of Chemical Physics*. 1943. Vol. 11(10). P. 455–481.
 51. Wang Ming Chen, Eugene Guth Statistical theory of networks of non-Gaussian flexible chains. *The Journal of Chemical Physics*. 1952. Vol. 20(7). P. 1144–1157.
 52. Ehret A.E., Itskov M., Schmid H. Numerical integration on the sphere and its effect on the material symmetry of constitutive equations: a comparative study. *International journal for numerical methods in engineering*. 2010. Vol. 81(2). P. 189–206.
 53. Verron Erwan Questioning numerical integration methods for microsphere (and microplane) constitutive equations. *Mechanics of Materials*. 2015. Vol. 89. P. 216–228.
 54. Deam R.T., Sam F. Edwards The theory of rubber elasticity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1976. Vol. 280(1296). P. 317–353.
 55. Heinrich G., Kaliske M. Theoretical and numerical formulation of a molecular based constitutive tube-model of rubber elasticity. *Computational and Theoretical Polymer Science*. 1997. Vol. 7(3). P. 227–241.
 56. Miehe C., Göktepe S. A micro-macro approach to rubber-like materials. Part II: the micro-sphere model of finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53(10). P. 2231–2258.
 57. Göktepe S., Miehe C. A micro-macro approach to rubber-like materials. Part III: The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53(10). P. 2259–2283.
 58. Linder C., M. Tkachuk, Miehe C. A micromechanically motivated diffusion-based transient network model and its incorporation into finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2011. Vol. 59(10). P. 2134–2156.
 59. Miehe C., Joel Méndez Diez, S. Göktepe, Lisa-Marie Schänzel /Coupled thermoviscoplasticity of glassy polymers in the logarithmic strain space based on the free volume theory. *International Journal of Solids and Structures*. 2011. Vol. 48(13). P. 1799–1817
 60. Miehe C., S. Göktepe, Méndez Diez J. Finite viscoplasticity of amorphous glassy polymers in the logarithmic strain space. *International Journal of Solids and Structures*. 2009. Vol. 46(1). P. 181–202.
 61. Kuhl E., Menzel A., Garikipati K. On the convexity of transversely isotropic chain network models. *Philosophical Magazine*. 2006. Vol. 86(21–22). P. 3241–3258.
 62. Kuhl E., K. Garikipati, E.M. Arruda, Grosh K. Remodeling of biological tissue: mechanically induced reorientation of a transversely isotropic chain network. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53(7). P. 1552–1573.
 63. Alastrué V., M.A. Martínez, M. Doblaré, Menzel A. Anisotropic microsphere-based finite elasticity applied to blood vessel modelling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009. Vol. 57(1). P. 178–203.
 64. Menzel A., Waffenschmidt T. A microsphere-based remodelling formulation for anisotropic biological tissues. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2009. Vol. 367(1902). P. 3499–3523.
 65. Waffenschmidt T. Modelling and simulation of adaptation and degradation in anisotropic biological tissues. Ph.D. Thesis. 2013.
 66. Holzapfel G.A., Unterberger M. J., Ogden R. W. An affine continuum mechanical model for cross-linked F-actin networks with compliant linker proteins. *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*. 2014. Vol. 38. P. 78–90.
 67. Van Oosterwyck H., José F. Rodríguez, M. Doblaré, Aznar José M. García An affine micro-sphere-based constitutive model, accounting for junctional sliding, can capture F-actin network mechanics. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*. 2013. Vol. 16(9). P. 1002–1012.
 68. Guilie Joachim, Thien-Nga Lê, Patrick Le Tallec Microsphere model for strain induced crystallization in rubber. *In Proceedings of the 8th conference on constitutive models in rubbers*, Taylor & Francis. 2013. P. 467–472.
 69. Guilie Joachim, Thien-Nga Le, Patrick Le Tallec Micro-sphere model for strain-induced crystallisation and three-dimensional applications. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2015. Vol. 81. P. 58–74.
 70. Le Tallec P. Polymer modelling: from macroscopic hyperelasticity to strain induced crystallisation //11th. World Congress on Computational Mechanics (WC CM XI) 5th. European Conference on Computational Mechanics (ECCM V) 6th. European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI) July 20–25, 2014, Barcelona, Spain
 71. Mistry Sunny J., Sanjay Govindjee A micro-mechanically based continuum model for strain-induced crystallization in natural rubber. *International Journal of Solids and Structures*. 2014. Vol. 51(2). P. 530–539.
 72. Rastak R., Linder C. A non-affine micro-macro approach to strain-crystallizing rubber-like materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2018. Vol. 111. P. 67–99.
 73. Thylander S., A. Menzel, Ristinmaa M. A non-affine electroviscoelastic microsphere model for dielectric elastomers: Application to VHB 4910 based actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2016. P. 1045389X16651157.
 74. Rey T., G. Chagnon, D. Favier, Cam J.-B. Le Hyperelasticity with rate-independent microsphere hysteresis model for rubberlike materials. *Computational Materials Science*. 2014. Vol. 90. P. 89–98.
 75. Bergström J.S., Boyce M.C. Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1998. Vol. 46(5). P. 931–954.

76. Dal Hüsni, Michael Kaliske Bergström–Boyce model for nonlinear finite rubber viscoelasticity: theoretical aspects and algorithmic treatment for the FE method. *Computational Mechanics*. 2009. Vol. 44(6). P. 809–823.

77. Sáez P., Alastrué V., Peña E., Doblaré M., Martínez M.A. Anisotropic microsphere-based approach to damage in soft fibered tissue. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 2012. Vol. 11(5). P. 595–608.

78. Tkachuk M., Linder C. The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructure. *Philosophical Magazine*. 2012. Vol. 92. P. 2779–2808.

79. Linder C., Miehe C., Tkachuk M. A micromechanically motivated diffusion-based transient network model and its incorporation into finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2011. Vol. 59. Iss. 10. P.2134–2156.

80. Ткачук М.М. Базові підходи при дослідженні реакції волоконних матеріалів на зовнішнє навантаження. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2018. № 7 (1283). С. 132–141.

81. Ткачук Н.Н. Анализ реакции волоконных материалов на действие нагрузок на основе микромеханических моделей. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2018. № 25 (1301). С. 149–155.

82. Ткачук М.М. Метод пружної гомогенізації бімодальних мереж. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2019. № 7 (1332). С. 107–113.

83. Tkachuk M., Linder C. A micromechanically based model for viscoelasticity of rubbery polymers. *10th GAMM Seminar on Microstructures*. TU Darmstadt, Germany. 2011. P. 46.

84. Tkachuk M., Linder C. Microstructural driven Computational Modeling of Polymers. *SimTech 2011. International Conference on Simulation Technology. Book of abstracts: Advanced Mechanics of Multi-Scale and Multi-Field Problems*. 2011. University of Stuttgart . P. 26.

85. Tkachuk M., Linder C. Microstructural driven computational modeling of polymers. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. 2011. Vol. 11. P. 557–558.

86. Tkachuk M., Linder C. The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructures. *11th GAMM seminar on microstructures*. 2012. University of Duisburg-Essen, Germany. P. 46.

87. Tkachuk M., Linder C. The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructures. *GAMM 2012. 83rd annual meeting of the international association of applied mathematics and mechanics*. 2012. TU Darmstadt, Germany. P. 198–199.

88. Tkachuk M., Linder C. Homogenization of random elastic networks with non-affine kinematics. *Proceedings in applied mathematics and mechanics*. 2012. Vol. 12. P. 417–418.

89. Tkachuk M., Linder C. Dynamic relaxation with local artificial modes for the analysis of floppy fiber networks. *PACAM XIII-6172. The pan american congress of applied mechanics*. 2013. Houston, USA. Section 8-4. *Biomembranes and tissues*.

90. Tkachuk M. Numerical model for contact with adhesion based on Kalker's variational principle. *7th GACM Colloquium on Computational Mechanics for Young Scientists from Academia and Industry, Stuttgart*, 2017. P. 190–193.

91. Chen N., M. N. Silberstein Determination of Bond Strengths in Nonwoven Fabrics: a Combined Experimental and Computational Approach. *Experimental Mechanics*. 2018. Vol. 58(2). P. 343–355.

92. Ridruejo A., C. González, J. Llorca A constitutive model for the in-plane mechanical behavior of nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*. 2012. No. 49(17). P. 2215–2229.

93. Ridruejo A., R. Jubera, C. González, J. Llorca Inverse notch sensitivity: Cracks can make nonwoven fabrics stronger. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2015. No. 77. P. 61–69.

94. Martínez-Hergueta F., Ridruejo A., González C., Llorca J. Deformation and energy dissipation mechanisms of needle-punched nonwoven fabrics: A multiscale experimental analysis. *International Journal of Solids and Structures*. 2015. No. 64. P. 120–131.

95. Martínez-Hergueta F., A. Ridruejo, C. González, J. Llorca A multiscale micromechanical model of needle-punched nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*. 2016. No. 96. P. 81–91.

96. Miehe, C., Schotte, J., Lambrecht, M. Homogenization of inelastic solid materials at finite strains based on incremental minimization principles. Application to the texture analysis of polycrystals. *Journal*

of the Mechanics and Physics of Solids, 2002. Vol. 50(10), pp. 2123–2167.

References (transliterated)

1. Treloar L.R.G. The Physics of Rubber Elasticity. 3rd edition. Oxford: Clarendon Press, 1975. 322 p.
2. Lodish H. Molecular Cell Biology. Cambridge: W.H. Freeman & Company, 2000. 973 p.
3. Boal D.H. Mechanics of the cell. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 406 p.
4. Holzapfel G.A., Ogden R.W. Mechanics of biological tissue New York: Springer Science & Business Media, 2006. 135 p.
5. Schmoller K.M., Lieleg O., Bausch A.R. Internal stress in kinetically trapped actin bundle networks. *Soft Matter*, 2008. Vol. 4(12). P. 2365–2367.
6. Schmoller K. M., Fernandez P., Arevalo R. C., Blair D. L., Bausch A. R. Cyclic hardening in bundled actin networks. *Nature communications*, 2010. Vol. 1. P. 134.
7. Lang N. R., Münster S., Metzner C., Krauss P., Schürmann S., Lange J., ... Fabry, B. Estimating the 3D pore size distribution of biopolymer networks from directionally biased data. *Biophysical journal*, 2013. Vol. 105(9). P. 1967–1975.
8. Wen Q., Basu A., Winer J. P., Yodh A., Janmey P. A. Local and global deformations in a strain-stiffening fibrin gel. *New Journal of Physics*, 2007. Vol. 9(11). P. 428.
9. Basu A., Wen Q., Mao X., Lubensky T. C., Janmey P. A., Yodh A. G. Nonaffine displacements in flexible polymer networks. *Macromolecules*, 2011. Vol. 44(6). P. 1671–1679.
10. Stein A. M., Vader D. A., Jawerth L. M., Weitz D. A., Sander L. M. An algorithm for extracting the network geometry of three-dimensional collagen gels. *Journal of microscopy*, 2008. Vol. 232(3). P. 463–475.
11. Ponti A., Machacek M., Gupton S.L., Waterman-Storer C.M., Danuser G. Two distinct actin networks drive the protrusion of migrating cells. *Science*, 2004. Vol. 305(5691). P. 1782–1786.
12. Hearle J.W.S., J.J. Thwaites, J. Amirbayat Mechanics of flexible fibre assemblies. NATO advanced study institutes series. Applied sciences. *Sijthoff & Noordhoff*, 1980. P. 293–310.
13. Picu R.C. Mechanics of random fiber networks—a review. *Soft Matter*. 2011. Vol. 7. P. 6768–6785.
14. Gibson L.J., M.F. Ashby, Harley B.A. Cellular Materials in Nature and Medicine. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 309 p.
15. Pai C. L., Boyce M. C., Rutledge G. C. On the importance of fiber curvature to the elastic moduli of electrospun nonwoven fiber meshes. *Polymer*, 2011. Vol. 52(26). P. 6126–6133.
16. Yu B., Zhao X., Zeng Y., Qi D. The influence of process parameters on needle punched nonwovens investigated using image analysis. *RSC Advances*, 2017. Vol. 7(9). P. 5183–5188.
17. Martínez-Hergueta F., Ridruejo A., González C., Llorca J. Deformation and energy dissipation mechanisms of needle-punched nonwoven fabrics: A multiscale experimental analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 2015. Vol. 64. P. 120–131.
18. Hou X., Acar M., Silberschmidt V.V. 2D finite element analysis of thermally bonded nonwoven materials: Continuous and discontinuous models. *Computational Materials Science*, 2009. Vol. 46(3). P. 700–707.
19. Ridruejo A., González C., Llorca J. Micromechanisms of deformation and fracture of polypropylene nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 2011. Vol. 48(1). P.153–162.
20. Tyan Y.C., Liao J.D., Klausner R., Wu I.D., Weng C.C. Assessment and characterization of degradation effect for the varied degrees of ultra-violet radiation onto the collagen-bonded polypropylene nonwoven fabric surfaces. *Biomaterials*, 2002. Vol. 23(1). P. 65–76.
21. Haverhals L.M., Reichert W.M., De Long H.C., Trulove P.C. Natural fiber welding. *Macromolecular Materials and Engineering*, 2010. Vol. 295(5). P. 425–430.
22. Li H., Zhu C., Xue J., Ke Q., Xia Y. Enhancing the Mechanical Properties of Electrospun Nanofiber Mats through Controllable Welding at the Cross Points. *Macromolecular Rapid Communications*, 2017. Vol. 38(9).
23. Gandhi A., Asija N., Gaur K.K., Rizvi S.J.A., Tiwari V., Bhatnagar N. Ultrasound assisted cyclic solid-state foaming for fabricating ultra-low density porous acrylonitrile–butadiene–styrene foams. *Materials Letters*, 2013. Vol. 94. P. 76–78.
24. Murr L.E., Gaytan S.M., Medina F., ..., Bracke J. Next-generation biomedical implants using additive manufacturing of complex, cellular and functional mesh arrays. *Philosophical Transactions of the Royal*

- Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010. Vol. 368(1917). P. 1999–2032.
25. Martínez-Hergueta F., Ridruej, A., González, C., Llorca J. Numerical simulation of the ballistic response of needle-punched nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 2017. Vol. 106. P. 56–67.
 26. Martínez-Hergueta F., Ridruejo A., González C., Llorca J. Ballistic performance of hybrid nonwoven/woven polyethylene fabric shields. *International Journal of Impact Engineering*, 2018. Vol. 111. P. 55–65.
 27. Sun J.Y., Zhao X., Illeperuma W.R., ..., Suo Z. Highly stretchable and tough hydrogels. *Nature*, 2012. Vol. 489(7414). P. 133–136.
 28. Ethiraj G., Miede C. Multiplicative magneto-elasticity of magnetosensitive polymers incorporating micromechanically-based network kernels. *International Journal of Engineering Science*, 2016. Vol. 102. P. 93–119.
 29. Winkler R. Deformation of semiflexible chains. *J. Chem. Phys.* 2003. Vol. 118. P. 2919–2928.
 30. Huisman E., C. Storm, G. Barkema Monte Carlo study of multiply crosslinked semiflexible polymer networks. *Phys. Rev. E*, 2008. Vol. 78. P. 051801(11).
 31. Van Dillen T., Onck P.R., van der Giessen E. Models for stiffening in cross-linked biopolymer networks: A comparative study. *J. Mech. Phys. Solids*. 2008. Vol. 56(6). P. 2240–2264.
 32. Onck P., T. Koeman, T. van Dillen, E. van der Giessen Alternative explanation of stiffening in cross-linked semiflexible networks. *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. P. 178102(4).
 33. Huisman, E., Lubensky T. Internal stresses, normal modes, and nonaffinity in three-dimensional biopolymer networks. *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106(8). P. 088301(4).
 34. Blundell J., Terentjev E. The influence of disorder on deformations in semiflexible networks. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, 2011. Vol. 467. P. 2330–2349.
 35. Kuhn W. Beziehungen zwischen elastischen Konstanten und Dehnungsdoppelbrechung hochelastischer Stoffe / W. Kuhn, F. Gr \ddot{u} n // *Colloid. Polym. Sci.* 1942. Vol. 101(3). P. 248–271.
 36. Cox HL The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British journal of applied physics*. 1952. Vol. 3(3). 72 p.
 37. Storm C., Pastore J.J., MacKintosh F.C., ..., Janmey P.A. Nonlinear elasticity in biological gels. *Nature*. 2005. Vol. 435(7039). P. 191–194.
 38. Blundell J., Terentjev E. Affine model of stress stiffening in semiflexible filament networks. *ArXiv*. 2008. 0808.4088: 1–11.
 39. Arruda E.M., Boyce M.C. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1993. Vol. 41. P. 389–412.
 40. Kuhl E., K. Garikipati E.M. Arruda K. Grosh Remodeling of biological tissue: Mechanically induced reorientation of a transversely isotropic chain network. *J. Mech. Phys. Solids*. 2005. Vol. 53(7). P. 1552–1573.
 41. Kuhl E., Menzel A., Garikipati K. On the convexity of transversely isotropic chain network models. *Philos. Mag.* 2006. Vol. 86(21–22). P. 3241–3258.
 42. Palmer J.S., Boyce M.C. Constitutive modeling of the stress-strain behavior of F-actin filament networks. *Acta Biomater.* 2008. Vol. 4(3). P. 597–612.
 43. Head D., Levine A., MacKintosh F. Deformation of cross-linked semiflexible polymer networks. *Phys. Rev. Lett.* 2003. Vol. 91. P. 108102(4).
 44. Kroon M. A constitutive model for strain-crystallising Rubber-like materials. *Mech. Mater.* 2010. Vol. 42(9). P. 873–885.
 45. Miede C., Göktepe S., Lulei F. A micro-macro approach to rubber-like materials – Part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity. *J. Mech. Phys. Solids*. 2004. Vol. 52. P. 2617–2660.
 46. Bázant Z. P., Oh B.H. Efficient numerical integration on the surface of a sphere. *Z. Angew. Math. Mech.* 1986. Vol. 66. P. 37–49.
 47. Marckmann G., Verron E. Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials. *Rubber Chem. Technol.* 2006. Vol. 79. P. 835–858.
 48. Treloar LRG Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation. *Trans. Faraday Soc.* 1944. Vol. 40. P. 59–70.
 49. Heussinger C., Schaefer B., Frey E. Nonaffine rubber elasticity for stiff polymer networks. *Phys. Rev. E*. 2007. Vol. 76. P. 031906(12).
 50. James Hubert M., Eugene Guth Theory of the elastic properties of rubber. *The Journal of Chemical Physics*. 1943. Vol. 11(10). P. 455–481.
 51. Wang Ming Chen, Eugene Guth Statistical theory of networks of non-Gaussian flexible chains. *The Journal of Chemical Physics*. 1952. Vol. 20(7). P. 1144–1157.
 52. Ehret A.E., Itskov M., Schmid H. Numerical integration on the sphere and its effect on the material symmetry of constitutive equations: a comparative study. *International journal for numerical methods in engineering*. 2010. Vol. 81(2). P. 189–206.
 53. Verron Erwan Questioning numerical integration methods for microsphere (and microplane) constitutive equations. *Mechanics of Materials*. 2015. Vol. 89. P. 216–228.
 54. Deam R.T., Sam F. Edwards The theory of rubber elasticity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1976. Vol. 280(1296). P. 317–353.
 55. Heinrich G., Kaliske M. Theoretical and numerical formulation of a molecular based constitutive tube-model of rubber elasticity. *Computational and Theoretical Polymer Science*. 1997. Vol. 7(3). P. 227–241.
 56. Miede C., Göktepe S. A micro-macro approach to rubber-like materials. Part II: the micro-sphere model of finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53(10). P. 2231–2258.
 57. Göktepe S., Miede C. A micro-macro approach to rubber-like materials. Part III: The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53(10). P. 2259–2283.
 58. Linder C., M. Tkachuk, Miede C. A micromechanically motivated diffusion-based transient network model and its incorporation into finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2011. Vol. 59(10). P. 2134–2156.
 59. Miede C., Joel Méndez Diez, S. Göktepe, Lisa-Marie Schänzel / Coupled thermoviscoplasticity of glassy polymers in the logarithmic strain space based on the free volume theory. *International Journal of Solids and Structures*. 2011. Vol. 48(13). P. 1799–1817
 60. Miede C., S. Göktepe, Méndez Diez J. Finite viscoplasticity of amorphous glassy polymers in the logarithmic strain space. *International Journal of Solids and Structures*. 2009. Vol. 46(1). P. 181–202.
 61. Kuhl E., Menzel A., Garikipati K. On the convexity of transversely isotropic chain network models. *Philosophical Magazine*. 2006. Vol. 86(21–22). P. 3241–3258.
 62. Kuhl E., K. Garikipati, E.M. Arruda, Grosh K. Remodeling of biological tissue: mechanically induced reorientation of a transversely isotropic chain network. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2005. Vol. 53(7). P. 1552–1573.
 63. Alastrué V., M.A. Martínez, M. Doblaré, Menzel A. Anisotropic microsphere-based finite elasticity applied to blood vessel modelling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009. Vol. 57(1). P. 178–203.
 64. Menzel A., Waffenschmidt T. A microsphere-based remodelling formulation for anisotropic biological tissues. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2009. Vol. 367(1902). P. 3499–3523.
 65. Waffenschmidt T. Modelling and simulation of adaptation and degradation in anisotropic biological tissues. Ph.D. Thesis. 2013.
 66. Holzapfel G.A., Unterberger M. J., Ogden R. W. An affine continuum mechanical model for cross-linked F-actin networks with compliant linker proteins. *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*. 2014. Vol. 38. P. 78–90.
 67. Van Oosterwyck H., José F. Rodríguez, M. Doblaré, Aznar José M. García An affine micro-sphere-based constitutive model, accounting for junctional sliding, can capture F-actin network mechanics. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering*. 2013. Vol. 16(9). P. 1002–1012.
 68. Guille Joachim, Thien-Nga Lê, Patrick Le Tallec Microsphere model for strain induced crystallization in rubber. In *Proceedings of the 8th conference on constitutive models in rubbers*, Taylor & Francis. 2013. P. 467–472.
 69. Guille Joachim, Thien-Nga Le, Patrick Le Tallec Micro-sphere model for strain-induced crystallisation and three-dimensional applications. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2015. Vol. 81. P. 58–74.
 70. Le Tallec P. Polymer modelling: from macroscopic hyperelasticity to strain induced crystallisation // 11th. World Congress on Computational Mechanics (WC CM XI) 5th. European Conference on Computational Mechanics (ECCM V) 6th. European Conference on Computational Fluid Dyn amics (ECFD VI) July 20–25, 2014, Barcelona, Spain

71. Mistry Sunny J., Sanjay Govindjee A micro-mechanically based continuum model for strain-induced crystallization in natural rubber. *International Journal of Solids and Structures*. 2014. Vol. 51(2). P. 530–539.
72. Rastak R., Linder C. A non-affine micro-macro approach to strain-crystallizing rubber-like materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2018. Vol. 111. P. 67–99.
73. Thylander S., A. Menzel, Ristinmaa M. A non-affine electroviscoelastic microsphere model for dielectric elastomers: Application to VHB 4910 based actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 2016. P. 1045389X16651157.
74. Rey T., G. Chagnon, D. Favier, Cam J.-B. Le Hyperelasticity with rate-independent microsphere hysteresis model for rubberlike materials. *Computational Materials Science*. 2014. Vol. 90. P. 89–98.
75. Bergström J.S., Boyce M.C. Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1998. Vol. 46(5). P. 931–954.
76. Dal Hüsni, Michael Kaliske Bergström–Boyce model for nonlinear finite rubber viscoelasticity: theoretical aspects and algorithmic treatment for the FE method. *Computational Mechanics*. 2009. Vol. 44(6). P. 809–823.
77. Sáez P., Alastrué V., Peña E., Doblaré M., Martínez M.A. Anisotropic microsphere-based approach to damage in soft fibered tissue. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 2012. Vol. 11(5). P. 595–608.
78. Tkachuk M., Linder C. The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructure. *Philosophical Magazine*. 2012. Vol. 92. P. 2779–2808.
79. Linder C., Miehe C., Tkachuk M. A micromechanically motivated diffusion-based transient network model and its incorporation into finite rubber viscoelasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2011. Vol. 59. Iss. 10. P.2134–2156.
80. Tkachuk M.M. Bazovi pidhodi pri doslidzhenni reaktsiyi volokonnih materialiv na zovnishne navantazhennya. *Visnik natsionalnogo tehničnogo universitetu «Kharkivskiy politehničniy Institut»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2018, no. 7 (1283), pp. 132–141.
81. Tkachuk N.N. Analiz reaktsiyi volokonnih materialov na deystvie nagruzok na osnove mikromekhanicheskikh modeley. *Visnik natsionalnogo tehničnogo universitetu «Kharkivskiy politehničniy Institut»*. Kharkiv, NTU «KhPI», 2018, no. 25 (1301), pp. 149–155.
82. Tkachuk M.M. Metod pruzhnoyi gomogenizatsiyi bimodalnih merezh. *Visnik natsionalnogo tehničnogo universitetu «Kharkivskiy politehničniy Institut»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2019, no. 7 (1332), pp. 107–113
83. Tkachuk M., Linder C. A micromechanically based model for viscoelasticity of rubbery polymers. *10th GAMM Seminar on Microstructures*. TU Darmstadt, Germany. 2011. P. 46.
84. Tkachuk M., Linder C. Microstructural driven Computational Modeling of Polymers. *SimTech 2011. International Conference on Simulation Technology. Book of abstracts: Advanced Mechanics of Multi-Scale and Multi-Field Problems*. 2011. University of Stuttgart . P. 26.
85. Tkachuk M., Linder C. Microstructural driven computational modeling of polymers. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. 2011. Vol. 11. P. 557–558.
86. Tkachuk M., Linder C. The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructures. *11th GAMM seminar on microstructures*. 2012. University of Duisburg-Essen, Germany. P. 46.
87. Tkachuk M., Linder C. The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructures. *GAMM 2012. 83rd annual meeting of the international association of applied mathematics and mechanics*. 2012. TU Darmstadt, Germany. P. 198–199.
88. Tkachuk M., Linder C. Homogenization of random elastic networks with non-affine kinematics. *Proceedings in applied mathematics and mechanics*. 2012. Vol. 12. P. 417–418.
89. Tkachuk M., Linder C. Dynamic relaxation with local artificial modes for the analysis of floppy fiber networks. *PACAM XIII-6172. The pan american congress of applied mathematics*. 2013. Houston, USA. Section 8-4. *Biomembranes and tissues*.
90. Tkachuk M. Numerical model for contact with adhesion based on Kalker's variational principle. *7th GACM Colloquium on Computational Mechanics for Young Scientists from Academia and Industry*, Stuttgart. 2017. P. 190–193.
91. Chen N., M. N. Silberstein Determination of Bond Strengths in Nonwoven Fabrics: a Combined Experimental and Computational Approach. *Experimental Mechanics*. 2018. Vol. 58(2). P. 343–355.
92. Ridruejo A., C. González, J. Llorca A constitutive model for the in-plane mechanical behavior of nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*. 2012. No. 49(17). P. 2215–2229.
93. Ridruejo A., R. Jubera, C. González, J. Llorca Inverse notch sensitivity: Cracks can make nonwoven fabrics stronger. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2015. No. 77. P. 61–69.
94. Martínez-Hergueta F., Ridruejo A., González C., Llorca J. Deformation and energy dissipation mechanisms of needle-punched nonwoven fabrics: A multiscale experimental analysis. *International Journal of Solids and Structures*. 2015. No. 64. P. 120–131.
95. Martínez-Hergueta F., A. Ridruejo, C. González, J. Llorca A multiscale micromechanical model of needlepunched nonwoven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*. 2016. No. 96. P. 81–91.
96. Miehe, C., Schotte, J., & Lambrecht, M. Homogenization of inelastic solid materials at finite strains based on incremental minimization principles. Application to the texture analysis of polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2002. Vol. 50(10), pp. 2123–2167.

Надійшла (received) 08.05.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola) – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.