

*Е. И. ЗИНЧЕНКО, Н. В. ПРОКОПЕНКО, В. Н. КРАСНОКУТСКИЙ, А. В. КРАХМАЛЕВ*

### **ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ БЫСТРОХОДНЫХ КУЛАЧКОВЫХ И КУЛАЧКОВО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ**

Обсуждается вопрос постановки задач оптимизации параметров кулачковых и кулачково-рычажных механизмов в свете системного подхода к проектированию. Анализируется современное состояние оптимизационного синтеза рассматриваемых типов механизмов. Исходными данными при оптимизации параметров являются: перемещения ведомого звена на всех участках интервала движения, соответствующие им фазовые углы поворота кулачка и закон изменения внешней нагрузки. Искомыми являются параметры передаточного механизма, параметры кулачкового механизма (межцентровое расстояние, длина коромысла, радиус ролика, минимальный радиус-вектор профиля кулачка) и параметры законов движения ведомого звена на каждом интервале его перемещения, которые задаются в виде алгебраических многочленов либо сплайнов. Также искомыми могут быть и конструктивные параметры механизма, например, ширина линии контакта пары кулачок – ролик, размеры нижних кинематических пар, жесткость и предварительное сжатие пружины в случае силового замыкания высшей пары. Общее количество искомых параметров зависит от выбранного в процессе реализации алгоритма комплексной оптимизации уровня решения задачи оптимизации рассматриваемого механизма. К числу обязательных ограничений при оптимизации параметров кулачково-рычажных механизмов следует отнести габаритные, которые позволяют разместить механизм в отведенном для него пространстве. Кроме того, могут встречаться специфические ограничения, отражающие особенности выполняемых технологических операций и условий работы механизма. В указанной постановке решены задачи оптимизации параметров ряда тестовых и реальных кулачковых и кулачково-рычажных механизмов полиграфических и текстильных машин.

**Ключевые слова:** кулачковые механизмы; кулачково-рычажные механизмы; оптимизация; целевая функция; профиль кулачка; критерии оптимизации; нормальная реакция; коэффициент контактных напряжений; коэффициент износа

### **О. І. ЗІНЧЕНКО, М. В. ПРОКОПЕНКО, В. М. КРАСНОКУТСЬКИЙ, О. В. КРАХМАЛЬОВ** **ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ШВИДКОХІДНИХ КУЛАЧКОВИХ І КУЛАЧКОВО-ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ**

Обговорюється питання постановки задач оптимізації параметрів кулачкових і кулачково-важільних механізмів у світлі системного підходу до проектування. Анализується сучасний стан оптимізаційного синтезу розглянутих типів механізмів. Вихідними даними при оптимізації параметрів є: переміщення веденої ланки на всіх ділянках інтервалу руху, відповідні їм фазові кути повороту кулачка і закон зміни зовнішнього навантаження. Шуканими є параметри передаточного механізму, параметри кулачкового механізму (міжцентрова відстань, довжина коромисла, радіус ролика, мінімальний радіус-вектор профілю кулачка) і параметри законів руху веденої ланки на кожному інтервалі її переміщення, які задаються у вигляді алгебраїчних многочленів або сплайнів. Також шуканими можуть бути і конструктивні параметри механізму, наприклад, ширина лінії контакту пари кулачок – ролик, розміри нижчих кінематичних пар, жорсткість і попереднє стиснення пружини в разі силового замикання вищої пари. Загальна кількість шуканих параметрів залежить від обраного у процесі реалізації алгоритму комплексної оптимізації рівня розв'язання задачі оптимізації даного механізму. До числа обов'язкових обмежень при оптимізації параметрів кулачково-важільних механізмів слід віднести габаритні, які дозволяють розмістити механізм у відведеному для нього просторі. Крім того, можуть зустрічатися специфічні обмеження, що відображають особливості виконуваних технологічних операцій і умов роботи механізму. У зазначеній постановці розв'язані задачі оптимізації параметрів низки тестових і реальних кулачкових та кулачково-важільних механізмів поліграфічних і текстильних машин.

**Ключові слова:** кулачкові механізми; кулачково-важільні механізми; оптимізація; цільова функція; профіль кулачка; критерії оптимізації; нормальна реакція; коефіцієнт контактного напруження; коефіцієнт зношування

### **O. ZINCHENKO, M. PROKOPENKO, V. KRASNOKYTSKIY, O. KRAKHMALYOV** **PARAMETERS OPTIMIZATION OF FAST TRACK CAM AND CAM-LEVER MECHANISMS**

The problem of optimization task setting for cam and cam-lever mechanisms parameters is discussed in the light of design systematic approach. The current state of optimization synthesis of mechanisms under consideration is analyzed. The initial data for optimization parameters are: the movement of the slave link in all parts of motion range, the corresponding phase angles of cam rotation and the law of change in external loading. The required parameters are: the transmission mechanism, the parameters of the cam mechanism (center-to-center distance, the length of the rocker arm, the roller radius, the minimum radius vector of the cam profile) and the parameters of the laws of motion of the driven member at each interval of its movement, which are specified in the form of algebraic polynomials or splines. Also, the mechanism design parameters can be required parameters, for example, the width of the contact line of a cam-roller pair, the dimensions of the lower kinematic pairs, stiffness and spring pre-compression in the case of the force closure of the higher pair. The total number of required parameters depends on the level of solving optimization problem of the mechanism under consideration chosen during the implementation of the algorithm for complex optimization. The number of mandatory restrictions in parameters optimization of the cam-lever mechanisms should be attributed to the overall dimensions, which allow to place the mechanism in a space allocated for it. In addition, there may be specific limitations reflecting the features of the technological operations performed and the operating conditions of the mechanism. In this formulation, parameters optimization tasks are solved for a number of test and real cam and cam-lever mechanisms of printing and textile machines.

**Keywords:** cam mechanisms; cam-lever mechanisms; optimization; objective function; cam profile; optimization criteria; normal reaction; contact stress ratio; wear coefficient

**Введение.** Наибольшее распространение в сложных цикловых технологических машинах и автоматах нашли кулачковые и кулачково-рычажные механизмы, вопросам проектирования которых посвящено большое количество различных работ. Эти вопросы достаточно разработаны в настоящее время [1–7].

Кулачково-рычажные механизмы получили

широкое распространение в качестве исполнительных механизмов различных многооперационных машин-автоматов. Однако широкие возможности, заключающиеся в применении указанных механизмов, используются

© Е. И. Зинченко, Н. В. Прокопенко,  
В. Н. Краснокутский, А. В. Крахмалев 2019

не полностью из-за отсутствия в литературе достаточно обоснованной и точной методики их синтеза и проектирования.

В данной статье обосновываются основные критерии оптимизации и рациональная постановка задачи оптимизации параметров.

Решены некоторые задачи оптимизации параметров тестовых и реальных кулачковых и кулачково-рычажных механизмов. Проведен анализ полученных результатов и сделаны выводы.

Целью данной статьи является разработка теоретической базы комплексной оптимизации параметров цикловых механизмов технологических машин и автоматов, обеспечивающей их максимальную производительность. Под комплексной подразумевается такая оптимизация параметров механизмов, которая обеспечивает экстремальные показатели работы машины, и прежде всего – максимальную цикловую производительность.

**Анализ литературных источников.** В развитие общей теории проектирования цикловых механизмов большой вклад внесли русские и советские ученые. Это И.И. Артоболевский, Л.В. Ассур, В.Я. Белецкий, Я.Л. Геронимус, А.А. Грунауэр, У.А. Джолдасбеков и другие. В настоящее время существует не столь много публикаций, посвященных этому вопросу [8–10].

Например, монография [9] посвящена синтезу и разработке новых механизмов прерывистого вращательного движения выходного звена, построенных на базе спаренных коромысловых кулачковых механизмов. Различным размещением на входном валу кулачков получались разные модификации этих механизмов. Соответствующим выбором закона движения выходного звена и геометрических параметров звеньев, их расположением получен оптимальный вариант кинематической схемы по разным кинематическим и динамическим характеристикам.

В работе [10] описан способ образования кулачково-цепочных механизмов прерывчатого вращательного движения и методы их кинематического и динамического синтеза. В работе описан способ проведения твердотельного моделирования, который позволяет осуществлять параметрическую оптимизацию системы.

В статье [11] рассмотрена методика синтеза структур кулачковых механизмов. Приведен алгоритм создания структур кулачковых механизмов. Рассмотрены схемы кулачковых механизмов. В рассмотренных публикациях поставленная в данной работе задача не нашла своего полного решения.

**Обоснование выбора критериев оптимизации параметров и ограничений быстроходных кулачковых и кулачково-рычажных механизмов.** При проектировании быстроходных кулачковых и кулачково-рычажных механизмов в качестве целевой функции можно принять критерий

$$F_1(X) = \max_{\varphi \in [0, 2\pi]} \sigma_H(X, \varphi) \quad (1)$$

либо

$$F_2(X) = \max_{\varphi \in [0, 2\pi]} \Delta p(X, \varphi). \quad (2)$$

В работе [12] доказывается, что минимизация целевой функции (1) приводит к уменьшению критерия (2), где (1) – максимальные контактные напряжения в высшей паре, (2) – максимальный нормальный износ.

Однако нормальную реакцию при оптимизации быстроходных механизмов

$$\begin{aligned} N &= (M + Re_1 \operatorname{sign} \psi + Ne_2 \alpha) / l \cos \theta, \\ R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \\ R_x &= N \sin(\psi - \theta) - P_x, \\ R_y &= -N \cos(\psi - \theta) - P_y, \end{aligned} \quad (3)$$

от которой зависит критерий, следует определять с учетом упругих колебаний кулачка и ведомой цепи [13]. При этом существует два подхода к определению нормальной реакции – она либо увеличивается на величину, зависящую от коэффициента динамичности, либо определяется в результате решения системы дифференциальных уравнений, описывающих движение приведенных масс принятых динамических моделей. Первый подход прост в реализации, но дает недостоверные результаты. Вторым подходом более сложен, ибо для определения  $N$  необходимо решить, чаще всего численными методами, систему дифференциальных уравнений, но он позволяет более точно определить нормальную реакцию, если правильно выбраны динамическая схема механизма и ее параметры.

Вопросы выбора критериев, из которых формируются целевая функция и функции ограничений, являются одними из самых сложных при оптимизационном синтезе механизмов. Выбор того или иного критерия зависит от существующих представлений о работоспособности механизма, а также от уровня развития математических методов оптимизации и возможностей современных прикладных пакетов расчета механизмов.

Комплексная оптимизация параметров механизмов с кулачком предполагает решение задачи

$$F_1(X^*) = \min_{X \in \Omega} F(X) \quad (4)$$

где  $\Omega = \{X | f_j(X) \leq 0, j = 1, \dots, m\}$  – допустимая область варьирования параметров;

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ,  $x_i (i = 1, \dots, n)$  – варьируемые параметры механизма;

$f_j(X)$  ( $j=1, \dots, m$ ) – функции ограничений;

$m$  – число ограничений.

При этом целевая функция будет иметь вид (5) или (6):

$$F_i(X) = \Delta\varphi_{ij}(X), \quad (5)$$

где  $\Delta\varphi_{ij}$  – фазы движения, принадлежащие критическому циклу,

$$F(X) = 1/A_i(X), \quad (6)$$

где  $A_i(X)$  – функция работоспособности.

Конкретизацией функции (6) являются функции (1) и (2). Рассмотрим сначала постановку и решение задачи (4) при целевой функции (6), которую будем называть основной. Исходными данными для оптимизации являются: перемещения ведомого звена на всех участках интервала движения ( $\Psi_{1\Sigma i} = \Psi_{1i} - \Psi_{1i_0}$ ,  $i=1, \dots, p$ , где  $\Psi_{1\Sigma i}$  – размах коромысла  $CD$  на  $i$ -м интервале,  $p$  – число интервалов), соответствующие им углы поворота кулачка ( $\Delta\varphi_i = \varphi_{1i} - \varphi_{0i}$ ) и закон изменения внешней нагрузки. Искомыми являются параметры  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  передаточного механизма, параметры кулачкового механизма (межцентровое расстояние  $L$  (рис. 1), длина  $l$  коромысла  $AB$ , радиус ролика  $r$ , угол  $\psi_0$ , определяющий начальное положение коромысла) и профиль кулачка. Искомыми могут являться и конструктивные параметры, например, ширина линии контакта пары кулачок–ролик, материал, размеры и другие характеристики низших кинематических пар, жесткость и предварительное сжатие замыкающей пружины в случае силового замыкания. Если передаточного механизма нет, то в исходных данных вместо размаха звена  $CD$  должен быть задан размах коромысла  $AB$ .

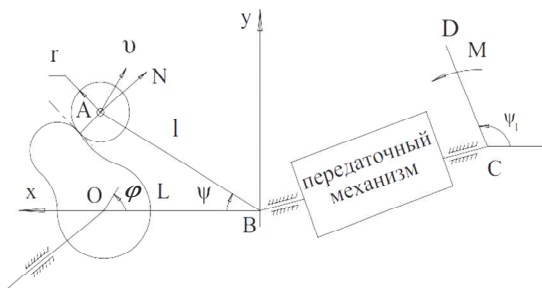


Рисунок 1 – Обобщенная схема механизма с кулачком [11]

В качестве целевой принимается одна из функций (1) или (2), а значение второй может быть ограничено. Следовательно, оптимизация параметров механизма является минимаксной задачей математического программирования. К числу обязательных ограничений, кроме критериальных, следует отнести габаритные, которые позволяют

разместить механизм в отведенном для него пространстве, обеспечивают проворачиваемость кулачка, позволяют разместить в ролике подшипник качения или скольжения [14] и т.п. Кроме того, при проектировании каждого механизма могут встречаться специфические ограничения, отражающие особенности выполняемых технологических операций и условий работы механизма. Например, в ряде случаев необходимо ограничить максимальную скорость коромысла [15], максимальное значение модуля его отрицательного ускорения (для предотвращения отрыва заготовки от ведомого звена за счет сил инерции) и т.д.

В механизмах с кулачком может осуществляться либо силовое, либо кинематическое замыкание высшей пары. В случае кинематического замыкания при вычислении критериев (1) и (2) необходимо предварительно определить, какой профиль взаимодействует с роликом коромысла. Этот профиль легко определяется по знаку реакции  $N$ . При силовом замыкании параметры замыкающей пружины могут быть заданы или являются искомыми. В последнем случае приведенный к оси коромысла момент сил замыкающей пружины определяется по формуле

$$M_{np} = J\omega^2(\alpha + \psi) \max_{\varphi} \left( -\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} / \psi \right), \quad (7)$$

где  $J$  – приведенный к оси коромысла момент инерции ведомых звеньев;

$\omega$  – угловая скорость кулачка,

$\alpha = 0,3 \div 0,5$  – коэффициент, определяющий надежность замыкания высшей пары [16, 2].

Параметры замыкающей пружины зависят от закона движения коромысла, который сам может быть искомым при решении задачи оптимизации параметров механизма.

Особенности решения поставленной задачи рассмотрим на примере оптимизации параметров модельного механизма (рис. 2) при следующих исходных данных:  $L=200$  мм,  $\psi_{\Sigma} = 30^\circ$ ;  $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 90^\circ$  ( $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$  – фазовые углы поворота кулачка, соответствующие интервалам удаления и сближения коромысла). На каждом интервале осуществляется движение типа “выстой – подъем – выстой”.

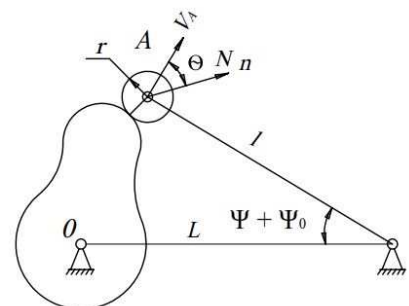


Рисунок 2 – Кинематическая схема плоского кулачкового механизма с роликовым коромыслом

Вместо критериев (1) и (2) введем прямопропорциональные критерии, которые назовем коэффициентом контактных напряжений  $F_{\sigma}$  [17]:

$$F_{\sigma} = N^{0.5} \rho_{np}^{-0.5}, \quad (8)$$

и коэффициентом износа  $F_{\Delta\rho}$  [17]:

$$F_{\Delta\rho} = N^{1.5} \rho_{np}^{-0.5}, \quad (9)$$

где  $\rho_{np}^{-0.5} = 1/r + 1/\rho_k$  ( $\rho_k$  – минимальный радиус кривизны выпуклого участка профиля кулачка).

Исходя из условий выполнения требуемого технологического процесса, при расчетах были приняты следующие габаритные ограничения:

$$\begin{aligned} r_{k1} &\geq 30 \text{ мм}, r_{k2} \leq 140 \text{ мм}, \\ r &\geq 20 \text{ мм}, l \geq 40 \text{ мм}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $r_{k1}$  и  $r_{k2}$  соответственно минимальное и максимальное значения радиус-вектора рабочего профиля кулачка.

В табл. 1 приведены значения критериев, параметры механизмов и максимальные величины угла давления и модуля коэффициента ускорения исходного механизма и механизмов, получившихся в результате оптимизации. При расчетах было принято, что коромысло кулачкового механизма имеет чисто инерционное нагружение, его момент инерции относительно оси вращения равен  $1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , замыкающей вышней пары силовое. Момент замыкающей пружины определялся по формуле (7) при  $\alpha = 0,5$ .

В табл. 1 (здесь  $U$  – интервал удаления коромысла;  $C$  – интервал сближения коромысла) приведены результаты различных вариантов оптимизации модельного механизма при целевых функциях (8) и (9). Первый вариант связан с варьированием только параметров кулачкового механизма ( $l, r, r_{k2}$ ). На интервалах удаления и сближения коромысло движется по закону Шуна. Этот же закон принят и для исходного механизма. Во втором варианте оптимизации, кроме параметров механизма, варьировались параметры закона движения коромысла как на интервале его удаления, так и на интервале сближения. Третий

вариант отличается от второго тем, что при минимизации коэффициента износа введено ограничение на коэффициент контактных напряжений:  $\max_{\varphi} F_{\sigma}(\varphi) \leq 2$ .

Законы движения на каждом интервале движения искались в виде многочленов 9–й степени, удовлетворяющих 6 условиям [18]:

$$\begin{aligned} a(0) = a'(0) = \dots = a^{(m_1)}(0) &= 0, \\ a(1) = a'(1) = \dots = a^{(m_2)}(1) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $m = m_1 + m_2 + 2$  ( $m$  – количество условий),

$a(k)$  – коэффициент пути,

$k \in [0,1]$  – безразмерное время.

Многочлены имеют по 4 коэффициента, свободных для варьирования. Таким образом, общее число варьируемых параметров при реализации 2–го и 3–го вариантов равно 11.

В табл. 2 приведены результаты оптимизации рассмотренного механизма при тех же ограничениях, но в предположении, что на коромысло действует постоянный крутящий момент.

Приведенные в табл. 1 и 2 результаты подтверждают сделанные ранее выводы [12] и позволяют сформулировать ряд новых.

1. Оптимизация параметров приводит к существенному (в примере в – 1,5–2,5 раза) уменьшению износа профиля кулачка.

2. Оптимизация является более эффективной, если варьируются не только параметры механизма, но и параметры законов движения.

3. При минимизации одного из критериев (8) или (9) второй критерий может как уменьшаться, так и увеличиваться. Причем минимизация коэффициента износа приводит к увеличению коэффициента контактных напряжений, а при минимизации последнего оба коэффициента уменьшаются. Кроме того, уменьшения обоих коэффициентов можно добиться, если при минимизации одного критерия ограничить величину другого (3–й вариант оптимизации в табл. 1).

4. При совместной оптимизации параметров механизма и параметров законов движения получаются законы движения с несимметричной тахограммой.

Таблица 1 – Результаты расчетов

	Вариант оптимизации	$l$ , мм	$r$ , мм	$r_{k2}$ , мм	$\max F_{\sigma}$		$\max F_{\Delta\rho}$		$\theta_{\max}$ , град		$\max_k  c(k) $	
					$U$	$C$	$U$	$C$	$U$	$C$	$U$	$C$
Исходный механизм		165	30	130	2,48	2,46	345	410	42,2	46,0	5,77	5,77
Минимизация $F_{\Delta\rho}$	1	187	95	140	1,65	5,76	224	224	49,8	34,8	5,77	5,77
	2	188	118	130	1,44	4,16	160	160	49,0	37,6	6,37	7,34
	3	184	106	137	1,46	2,00	167	160	48,2	36,2	6,20	7,06
Минимизация $F_{\sigma}$	1	161	82,5	140	1,71	1,71	238	237	43,5	30,0	5,77	5,77
	2	160	115	140	1,44	1,44	194	180	46,6	38,3	6,77	6,77

Таблица 2 – Результаты расчетов

	Вариант оптимизации	$l$ , мм	$r$ , мм	$r_{k2}$ , мм	$\max F_{\Delta p}$		$\max F_{\sigma}$		$\theta_{\max}$ , град		$\max c(k)$	
					$Y$	$C$	$Y$	$C$	$Y$	$C$	$Y$	$C$
Исходный механизм		165	30	130	165	159	2,02	1,96	42	46	5,77	5,77
Минимизация $F_{\Delta p}$	1	182	68,9	138	125	125	1,57	2,27	48	29	5,77	5,77
	2	212	91	140	101	101	1,57	2,15	52	36	6,52	7,07

5. Несмотря на отсутствие ограничений на углы давления, их экстремальные значения в оптимальных механизмах оказались в общепринятых пределах, причем максимальные значения углов давления могут быть существенно различными на интервалах удаления и сближения коромысла.

Сделанные выводы подтверждаются и результатами оптимизации параметров реального механизма: кулачково-рычажного механизма подъема корпуса кашировальной колодки блокообработывающего агрегата, кинематическая схема которого показана на рис. 3. Этот механизм применяется в полиграфической промышленности.

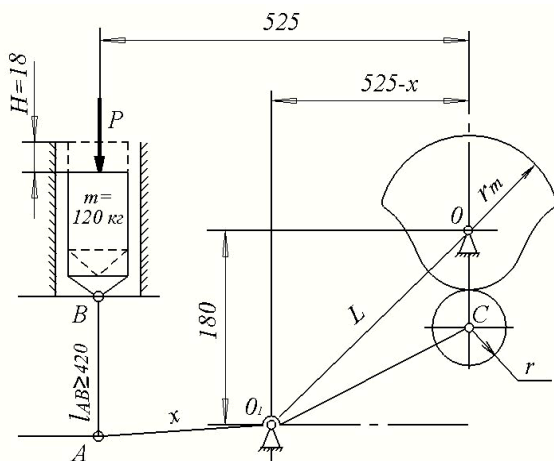


Рис. 3 – Кинематическая схема механизма подъема корпуса кашировальной колодки блокообработывающего агрегата

Ведомый ползун механизма имеет два участка движения типа “выстой – подъем – выстой”, которым соответствуют фазовые углы поворота кулачка  $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 61^\circ$ .

Варьируемыми параметрами при оптимизации являлись: длина коромысла  $l$ , длина  $x$  рычага  $AO_1$ , радиус ролика  $r$ , максимальный радиус-вектор рабочего профиля кулачка  $r_{k2}$  и параметры законов движения на интервалах подъема и опускания ползуна. Законы движения, как и в предыдущей задаче, задавались в виде многочленов 9-й степени, четыре коэффициента которых являлись варьируемыми параметрами.

Так как ход ползуна  $H$  (рис. 4) намного меньше длины рычага  $AB$  и при среднем положении ползуна рычаг  $AO_1$  всегда занимает

горизонтальное положение, приведенная к точке  $O_1$  масса ползуна была принята постоянной. Размах коромысла, межцентровое расстояние  $OO_1 = L$  и приведенный к точке  $O_1$  момент инерции ведомых звеньев механизма зависят от длины  $x$  рычага  $AO_1$  и определяются формулами:  $\psi_{\Sigma} = 2\arcsin(9/x)$ ,  $L = \sqrt{(525-x)^2 + 180^2}$  мм,  $J = 0,015x^2$  кг·м<sup>2</sup>, где  $x$  измеряется в мм.

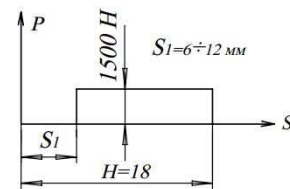


Рис. 4 – Зависимость силы  $P$  (см. рис. 3) от перемещения ползуна

На варьируемые параметры были наложены следующие габаритные ограничения:

$$\begin{aligned} l + r &\leq 400, \quad 200 \leq x \leq 300, \\ r &\leq 50, \quad r_{k1} \geq 60, \quad r_{k2} \leq 110, \end{aligned} \quad (12)$$

где все линейные размеры измеряются в мм.

Замыкание высшей пары рассматриваемого кулачково-рычажного механизма осуществляется силой веса звеньев. Для надежного замыкания высшей пары было принято, что модуль отрицательного момента приведенных к оси коромысла сил инерции не должен превышать 40 % приведенного к этой оси момента сил веса звеньев механизма. Этим требованием обусловлено введение функционального ограничения:

$$\max_{\varphi} \left( -J\omega^2 \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right) - 0,4Gx \leq 0. \quad (13)$$

При оптимизации параметров минимизировалось максимальное значение коэффициента контактных напряжений (8). В результате оптимизации оно уменьшилось с 10,25 до 7,85 (на 23 %), а максимальное значение коэффициента износа (9) автоматически понизилось с 2100 до 1242 (на 40%).

Отметим, что при варьировании только кинематических параметров механизма максимальное значение коэффициента контактных

напряжений уменьшилось с 10,25 до 9,37 (на 8,7 %). Параметры полученного оптимального механизма приведены в табл. 3.

Полученный оптимальный механизм имеет

Таблица 3 – Результаты расчетов

	$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$ , град	$r_{k2}$ , мм	$r$ , мм	$r_{k2}^*$ , мм	$l$ , мм	$L$ , мм	$x$ , мм	$\Delta\psi$ , град	$\psi_0$ , град	$\max F_\sigma$		$\max F_{\Delta\rho}$	
										$Y$	$C$	$Y$	$C$
Исходный механизм	61	94	45	71,5	313,0	328,7	250,0	4,13	20,74	10,11	10,25	2100	1950
Минимизация $F_\sigma$	61	110	50	78,3	355,6	340,4	200,1	5,13	20,23	7,85	7,85	1242	1134
Минимизация $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$	54	120	50	88,7	348,3	371,5	200,0	5,06	21,92	7,85	7,85	1230	1150

Задача минимизации  $\max F_\sigma$  решалась при разных ограничениях на величину  $r_{k2}$ :  $r_{k2} \leq r_{k2}^*$ , где значение  $r_{k2}^*$  изменялось от 94 до 140 мм. Остальные ограничения не изменялись. Во всех случаях максимальный радиус-вектор рабочего профиля принимал максимально возможное значение. Однако скорость уменьшения минимизируемого критерия по мере увеличения  $r_{k2}^*$  резко падала. Так, при значениях  $r_{k2}^*$ , равных 94, 100, 110, 120 и 140 мм, соответствующие значения  $\max F_\sigma$  оказались равными 8,77, 8,36, 7,85, 7,44 и 7,25. При этом получились следующие значения  $\max F_{\Delta\rho}$ : 1370, 1276, 1242, 1210 и 1200. Эти результаты указывают на то, что при постановке задачи оптимизации следует строго обосновывать ограничение на  $r_{k2}$ .

Приведенные результаты подтверждают уже отмеченную выше тенденцию: при минимизации максимальных контактных напряжений одновременно уменьшается и максимальный нормальный износ профиля кулачка. Покажем, что это не случайно. Из (8) и (9) следует, что  $F_{\Delta\rho} = N \cdot F_\sigma$ , или

$$F_{\Delta\rho}(X, \varphi) = N(X, \varphi) \cdot F_\sigma(X, \varphi). \quad (14)$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} \max_{\varphi} F_{\Delta\rho}(X, \varphi) &= \max_{\varphi} [N(X, \varphi) \cdot F_\sigma(X, \varphi)] \leq \\ &\leq \max_{\varphi} N(X, \varphi) \cdot \max_{\varphi} F_\sigma(X, \varphi). \end{aligned} \quad (15)$$

Это следует из соотношений:

$$\max_{\varphi} [N(X, \varphi) \cdot F_\sigma(X, \varphi)] = N(X, \varphi^*) \cdot F_\sigma(X, \varphi^*),$$

$$0 \leq N(X, \varphi^*) \leq \max_{\varphi} N(X, \varphi),$$

$$0 \leq F_\sigma(X, \varphi^*) \leq \max_{\varphi} F_\sigma(X, \varphi).$$

максимально допустимые ограничения (12) на значения радиуса ролика  $r$  и максимального радиус-вектора рабочего профиля кулачка  $r_{k2}$ .

Из (14) вытекает, что, если при минимизации максимального значения коэффициента контактных напряжений не увеличивается максимальное значение нормальной реакции, то максимальное значение коэффициента износа уменьшается. В то же время накопленный опыт свидетельствует о том, что при минимизации максимальных контактных напряжений максимальное значение нормальной реакции уменьшается, поэтому обязательно будет уменьшаться и максимальное значение коэффициента износа. Из всего сказанного следует важный практический вывод: если при проектировании кулачкового механизма не известно, из-за чего раньше произойдет потеря работоспособности (из-за контактного выкрашивания профиля кулачка или из-за его износа), то при оптимизации параметров механизма следует минимизировать максимальные контактные напряжения.

При оптимизации параметров механизмов с кулачком с целью оптимизации циклограммы машины необходимо минимизировать фазовый угол  $\Delta\varphi$ , т.е. найти такой вектор параметров  $X^*$ , при котором

$$\Delta\varphi(X^*) = \min_{x \in \Omega} \Delta\varphi(X). \quad (16)$$

Выясним, как связан критерий (16) с критериями (1) и (2). Критерии (1) и (2) зависят от угла давления  $\theta$  и радиуса кривизны теоретического профиля кулачка  $\rho$ :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{l(\alpha \frac{d\psi}{d\varphi} + 1) - L \cos(\psi + \psi_0)}{L \sin(\psi + \psi_0)}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \rho &= (L^2 \sin^2(\psi + \psi_0) / \cos \theta) / (L \sin(\psi + \psi_0) + \\ &+ l \cos \theta (\frac{d\psi}{d\varphi} (\alpha + \frac{d\psi}{d\varphi}) \sin \theta - \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \cos \theta)), \end{aligned} \quad (18)$$

где  $(\psi + \psi_0)$  – угол, определяющий положение коромысла ( см. рис. 2);

$\psi_0$  – его начальное (минимальное) значение;

$d\psi/d\varphi$  и  $d^2\psi/d\varphi^2$  – соответственно аналоги скорости и ускорения коромысла;

$L$  – межцентровое расстояние;

$l$  – длина коромысла;

$\alpha$  – коэффициент ( $\alpha = 1$ , когда при удалении коромысла кулачок и коромысло вращаются в разные стороны, иначе  $\alpha = -1$  и аналог скорости на интервале удаления коромысла принимается положительным).

Подставив в формулы вместо аналогов скорости и ускорения их значения, выраженные через коэффициенты скорости  $b(k)$  и ускорения  $c(k)$ , получим выражения для  $tg\theta$  и  $\rho$ :

$$tg\theta = \frac{l[\alpha b(k)\psi_{\Sigma}/\Delta\varphi + 1] - L \cos \psi}{L \sin \psi}, \quad (19)$$

$$\rho = (L^2 \sin^2 \psi / \cos \theta) / (L \sin \psi + l\psi_{\Sigma} \cos \theta (\alpha \Delta\varphi + b(k)\psi_{\Sigma}) b(k) \sin \theta - c(k) \cos \theta) / \Delta\varphi^2). \quad (20)$$

Из (19) и (20) видно, что  $\theta$  и  $\rho$ , а следовательно, и критерии (1) и (2), в явном виде зависят от  $\Delta\varphi$ , т.е. от критерия (16). Формул, позволяющих выразить критерий (16) через критерии (1) или (2) либо через другие критерии, учитываемые при проектировании механизмов с кулачком, нет. Нельзя выразить  $\Delta\varphi$  и через искомые параметры механизма. Таким образом, при решении задачи (16) возникает своеобразная ситуация: минимизируемая функция не вычисляется через искомые параметры, а критериальные ограничения зависят от минимизируемой функции. Предлагается следующий итерационный процесс решения этой задачи.

1. Задается фазовый угол  $\Delta\varphi$  и решается задача (4) при целевой функции (1).

2. Если получившееся в результате значение минимизируемого критерия меньше допустимого, то значение  $\Delta\varphi$  уменьшается, и снова выполняется пункт 1. И так до тех пор, пока минимизируемый критерий не станет равным допустимому значению.

Таким образом, решение задачи (16) предполагает многократное решение основной задачи, т.е. задачи (4) при целевой функции (1).

Задача (16) была решена для рассмотренного выше механизма подъема корпуса кашировальной колодки блокообработывающего агрегата (рис. 3). Минимизация фазовых углов движения  $\Delta\varphi_i$  (принималось  $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$ ) производилась при ограничении коэффициента контактных напряжений ( $F_{\sigma} \leq 7.85$ ) и ограничениях (12), (13). Правда, одно из них, а именно (12), было

ослаблено:  $r_{k2} \leq 120$  мм. В результате оптимизации параметров механизма фазовые углы  $\Delta\varphi_i$  уменьшились с  $61^\circ$  до  $54^\circ$ . Параметры полученного оптимального механизма приведены в табл. 3. В результате оптимизации появилась возможность увеличить цикловую производительность блокообработывающего агрегата на 12%.

**Выводы.** Таким образом, системный подход к проектированию требует решения задач оптимизации, на порядок более сложных, чем обычные задачи оптимизации параметров механизмов. В указанной постановке решены задачи оптимизации параметров ряда тестовых и реальных кулачковых и кулачково-рычажных механизмов полиграфических и текстильных машин. Анализ полученных результатов позволил сделать следующие выводы:

1. Оптимизация параметров приводит к существенному (в примере в 1,5–2,5 раза) уменьшению износа профиля кулачка.

2. Оптимизация является более эффективной, если варьируются не только параметры механизма, но и параметры законов движения.

3. При совместной оптимизации параметров механизма и параметров законов движения получаются законы движения с несимметричной тахограммой.

4. Несмотря на отсутствие ограничений на углы давления, их экстремальные значения в оптимальных механизмах лежат в общепринятых пределах, причем имеют разные значения на интервалах удаления и сближения ведомого звена.

Полученные результаты позволили сделать основной вывод: комплексная оптимизация параметров механизмов позволяет без дополнительных капитальных затрат повысить производительность технологического оборудования в среднем на 10–15%.

#### Список литературы

1. Левитский Н. И. *Кулачковые механизмы*. М.: Машиностроение, 1964. 287 с.
2. Ротбарт Г. А. *Кулачковые механизмы*. М.: Судпромгиз, 1960. 336 с.
3. Тир К. В. *Комплексный расчет кулачковых механизмов*. Киев: Mashgiz, 1958. 308 с.
4. Алехина Г. Б., Кузнецов Э. А., Рыбникова Е. В., Рыбников Г. Л., Швецов В. Т. *К синтезу кулачковых механизмов на ЭВМ* / ред. Швецов В. Т. Омск: ОТИИ, 2005. 246 с.
5. Алехина Г. Б., Швецов В. Т. *Критерии синтеза кулачковых механизмов, их согласие и противоречивость*. Деп. в ВИНТИ № 3406–В 99 Деп. Омск, 1999. 19 с.
6. Алехина Г. Б., Швецов В. Т. *Синтез кулачковых механизмов по заданному мгновенному коэффициенту полезного действия*. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1999.
7. Шоев А. Н. Некоторые аспекты повышения долговечности кулачковых механизмов. *Доклады Академии наук Республики Таджикистан*. 2010, том 53, № 11. С 846–850.
8. Кіндрацький Б. І. Структурно-параметричний синтез кулачкової запобіжної муфти. *Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»*. Серія: Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. 2005. № 509. С.76–85.
9. Кіницький Я. Т., Костогриз С. Г., Підгайчук Я. О. *Кулачково-цівкові механізми переривчастого обертового руху вихідної ланки*. Хмельницький: ХНУ, 2010. 194 с.
10. Кіницький Я. Т., Семенюк М. Ф., Мазур М. П., Підгайчук Я. О.

- Моделювання роботи кулачково-цівкових механізмів з переривчастим обертним рухом вихідної ланки. *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2009. № 1. С. 33–38.
11. Дворников Л.Т., Садиева А.Э., Кокколоева У.У., Душенова М.А. Методика синтеза кулачковых механизмов. *Машиноведение*. Бишкек: Институт машиноведения Национальной академии наук Кыргызской Республики. 2018. №1 (7). С. 10–14.
  12. Зинченко Е.И., Назаренко С.А., Марусенко С.И., Храмова И.Я. Оптимизация параметров кулачковых механизмов. *Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. 2019. № 7 (1332). С. 55–59.
  13. Кулик В.К., Стахив Н.Е. О кинематическом синтезе планетарных и коромысловых кулачковых механизмов с учетом погрешностей их изготовления. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1981, вып. 31. С. 23–26.
  14. Тир К.В. *Механика полиграфических автоматов*. М.: Книга, 1965. 496 с.
  15. Кулик В.К., Петраков Ю.В. Расчет на ЭВМ оптимальных параметров механизмов. *Известия вузов. Машиностроение*, 1977. № 5. С. 38–42.
  16. Попов Н.Н. *Расчет и проектирование кулачковых механизмов*. М.: Машиностроение, 1965. 304 с.
  17. Новгородцев В.А. Системный подход к оптимизации параметров механизмов технологических автоматов. *Машиноведение*. 1984. №2. С. 59–64.
  18. Эпштейн Ю.В., Новгородцев В.А. Функции, наименее отклоняющиеся от нуля, в задачах синтеза кулачковых механизмов. В кн.: *Анализ и синтез механизмов*. М.: Наука, 1970. С. 279–287.

## References (transliterated):

1. Levitskij N. I. *Kulachkovye mehanizmy* [Cam mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1964. 287 p.
2. Rotbart G.A. *Kulachkovye mehanizmy* [Cam mechanisms]. Moscow, Sudpromgiz Publ., 1960. 336 p.
3. Tir K. V. *Kompleksnyj raschet kulachkovih mehanizmov* [Complex calculation of cam mechanisms]. Kiev, Mashgiz Publ., 1958. 308 p.
4. Alehina G. B., Kuznecov Je. A., Rybnikova E. V., Rybnikov G. L., Shvecov V. T. *K sintezu kulachkovih mehanizmov na EVM: monografija* [On the synthesis of cam mechanisms on a computer]. OMSK, OTII Publ., 2005. 246 p.
5. Alehina G. B., Shvecov V. T. *Kriterii sinteza kulachkovih mehanizmov, ih soglasie i protivorechivost'* [Criteria for the synthesis of cam mechanisms, their agreement and inconsistency]. Dep. v VINITI № 3406– V 99 Dep. Omsk, 1999. 19 p.
6. Alehina G. B., Shvecov V. T. *Sintez kulachkovih mehanizmov po zadannomu mgnovennomu koeficientu poleznogo dejstva* [Synthesis of cam mechanisms for a given instantaneous efficiency]. Omsk, OMGU Publ., 1999.
7. Shoev A. N. *Nekotorye aspekty povysheniya dolgovechnosti kulachkovih mehanizmov. Doklady akademii nauk respubliki Tadzhiqistan* [Some aspects of improving the durability of cam mechanisms]. Doklady akademii nauk respubliki Tadzhiqistan. 2010, v. 53, no. 11, pp. 846–850.
8. Kindracz'kyj B. I. *Strukturno-parametrychnyj syntez kulachkovoyi zapobizhnoyi mufty* [Structural and parametric synthesis of the cam follower coupling]. *Visnyk Nats. un-tu «Lviv'ska politexnika». Seriya: Dynamika, miznist' ta proektivannya mashyn i pry'ladiv*. 2005, no. 509, pp.76–85.
9. Kiny'cz'kyj Ya. T, Kostogryz S. G., Pidgajchuk Ya. O. *Kulachkovo-civkovi mexanizmy pereryvchastogo obertovogo ruhu vyxidnoyi lanky* [Camshaft mechanisms of intermittent rotary motion of the original link]. *Khmel'ny'cz'kyj*, XNU Publ., 2010, 194 p.
10. Kiny'cz'kyj Ya. T, Cemenyuk M. F., Mazur M. P, Pidgajchuk Ya. O. *Modelyuvannya roboty kulachkovo-civkovy'x mexanizmv z pereryvchasty'm obertovy'm ruhom vyxidnoyi lanky* [Modeling of work of cam-tubular mechanisms with intermittent rotating motion of the initial link.]. *Vymiryval'na ta obchy'slyval'na texnika v texnologichny'x processax*. 2009, no 1, pp. 33–38.
11. Dvornikov L. T., Sadieva A. Je., Kokoloeva U. U., Dushenova M. A. *Metodika sinteza kulachkovyih mehanizmov* [Method of synthesis of cam mechanisms]. *Mashinovedenie*. Bishkek: Institut mashinovedeniya Nacional'noj akademii nauk Kyrgyzskoj Respubliki. 2018, no. 1 (7), pp. 10–14.
12. Zinchenko E. I., Nazarenko S. A., Marusenko S. I., Hramcova I. Ja. *Optimizacija parametrov kulachkovyih mehanizmov* [Parameters optimization of cam mechanisms]. *Visnyk NTU "KhPI"* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2019, no. 7(1332), pp. 55–59.
13. Kulik V. K., Stahniv N. E. *O kinematcheskom sinteze planetarnyih i koromyсловyih kulachkovyih mehanizmov s uchetom pogreshnostej ih izgotovlenija* [On the kinematic synthesis of planetary and rocker cam mechanisms, taking into account the errors of their manufacture]. V kn.: *Teorija mehanizmov i mashin*. Khar'kov, 1981, issue 31, pp. 23–26.
14. Tir K.V. *Mehanika poligraficheskikh avtomatov* [Mechanics of printing machines]. Moscow, Kniga Publ., 1965. 496 p.
15. Kulik V. K., Petrakov Ju. V. *Raschet na EVM optimal'nyh parametrov mehanizmov* [Calculation on a computer of optimal parameters of mechanisms]. *Izvestija vuzov. Mashinostroenie*, 1977, no. 5, pp. 38–42.
16. Popov N. N. *Raschet i proektirovanie kulachkovyih mehanizmov* [Calculation and design of cam mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1965, 304 p.
17. Novgorodcev V. A. *Sistemnyj podhod k optimizacii parametrov mehanizmov tehnologicheskikh avtomatov* [System approach to the optimization of the parameters of the mechanisms of technological machines]. *Mashinovedenie*. 1984, no.2, pp. 59–64.
18. Jepshtejn Ju. V., Novgorodcev V. A. *Funkcii, naimenee otklonjajushiesja ot nulja, v zadachah sinteza kulachkovyih mehanizmov* [Functions, the least deviating from zero, in problems of the synthesis of cam mechanisms]. In.: *Analiz i sintez mehanizmov*. Moscow, Nauka Publ., 1970, pp. 279–287.

Поступила (received) 06.06.2019

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Зинченко Олена Іванівна (Зинченко Елена Ивановна, Zinchenko Olena)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2961-5861>; email: [zinchenko.zinchenko@gmail.com](mailto:zinchenko.zinchenko@gmail.com)

**Прокопенко Микола Вікторович (Прокопенко Николай Викторович, Prokopenko Mykola)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», email: [kola0123@ukr.net](mailto:kola0123@ukr.net)

**Краснокутський Володимир Миколайович (Краснокутский Владимир Николаевич, Krasnokyt'skiy Volodimir)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Автомобіле- і тракторобудування», email: [hvukvn@ukr.net](mailto:hvukvn@ukr.net)

**Крахмальов Олександр Вікторович (Крахмалев Александр Викторович, Krakhmalyov Oleksandr)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Зварювання», ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3338-9724>; e-mail: [krakhmalyov1@gmail.com](mailto:krakhmalyov1@gmail.com)