

*А. П. ПОПОВ, О. И. САВЕНКОВ, Л. А. ПОПОВА*

### РЕШЕНИЯ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К КОСОЗУБЫМ ПЕРЕДАЧАМ

Представлены решения контактных задач зубчатых передач с косыми зубьями без учёта и с учётом нелинейной зависимости между упругими перемещениями зубьев и возникающими в них напряжениями. Показано, что нагрузочная способность передач по контактным напряжениям с учётом нелинейной зависимости между упругими деформациями и напряжениями на 11,4 % выше таковой, имеющей место без учёта указанной нелинейности. Предложенные решения выполнены на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел, разработанной проф. А. П. Поповым.

**Ключевые слова:** зубчатая передача, напряжения, нагрузочная способность, косые зубья.

*О. П. ПОПОВ, О. И. САВЕНКОВ, Л. О. ПОПОВА*

### РІШЕННЯ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ СТОСОВНО ДО КОСОЗУБИХ ПЕРЕДАЧ

Представлено рішення контактних задач зубчастих передач з косими зубами без урахування і з урахуванням нелінійної залежності між пружними переміщеннями зубів і виникаючими в них напруженнями. Показано, що навантажувальна здатність передач по контактним напруженням з урахуванням нелінійної залежності між пружними деформаціями і напруженнями на 11,4 % вище за таку, що має місце без урахування зазначеної нелінійності. Запропоновані рішення виконані на основі нової теорії контактної міцності пружно стислих тіл, розробленої проф. О. П. Поповим.

**Ключові слова:** зубчаста передача, напруження, навантажувальна здатність, косі зуби.

*A. P. POPOV, O. I. SAVENKOV, L. A. POPOVA*

### SOLUTIONS OF CONTACT PROBLEMS WITH HELICAL GEARS

Solutions of the contact problems of tooth gears with oblique teeth are presented without taking into account and taking into account the nonlinear relationship between the elastic displacements of the teeth and the stresses arising in them. Expressions of the maximum contact stress and half-widths of the contacting area are obtained for cases in which the Poisson's coefficients and the elasticity modules of the pinion and gear are not equal to each other. It is shown that the load capacity of the transmissions on contact stresses, taking into account the nonlinear relationship between the elastic deformations and stresses, is 11.4 % higher than that taking place without taking into account this nonlinearity. The proposed solutions are based on the new theory of the contact strength of elastically compressed bodies, developed by prof. A. P. Popov.

**Keywords:** gear transmission, stresses, load capacity, oblique teeth.

**Постановка проблемы.** Роль зубчатых передач исключительно велика в современном редукторостроении. В настоящее время расчёт косозубых зубчатых передач с плоской линейной системой зацепления эвольвентных зубьев осуществляется по общеизвестной формуле Герца. Что касается косозубых передач, то при расчёте на контактную прочность используется указанная формула Герца с учётом введения в нее некоторых поправочных параметров, в том числе угла наклона зубьев  $\beta$ .

Попытки решения контактной задачи применительно к косозубым цилиндрическим передачам предпринимались в разное время исследователями, в том числе известными учёными А. И. Петрусевичем, В. Н. Кудрявцевым, Р. Р. Гальпером, К. И. Заблонским, Л. Д. Часовниковым и другими. Однако исследования данной проблемы не привели к желаемым результатам.

**Анализ последних исследований.** Наиболее полно исследования по данной проблеме изложены в [1, 2]. Указанные исследования базируются на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел, разработанной проф. А.П. Поповым, а также на основе новых технических решений, защищенных патентами на изобретения и на полезную модель [3–10].

**Цель работы.** Разработка практических методов расчёта косозубых передач на контактную прочность с учётом линейного и точечного зацепления зубьев при наличии линейной и нелинейной зависимости между упругими деформациями зубьев и возникающими в них напряжениями.

**Изложение основного материала.** В [2], как и в работах других ранее указанных исследователей зубчатых передач, показано, что при расчётах следует исходить из того, что форму косоугольного зуба можно привести к эквивалентному прямому зубу. В связи со сказанным, расчёт косоугольного зацепления можно свести к расчёту эквивалентного прямого колеса. При этом в качестве расчётных значений выступают радиусы кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$  сопряжённых зубьев шестерни и колеса соответственно  $d_{v1}$  и  $d_{v2}$ , в связи с чем запишем:

$$\rho_1 = d_{v1}/2 = d_1/2\cos^2\beta = mz_1/2\cos^2\beta;$$

$$\rho_2 = d_{v2}/2 = d_2/2\cos^2\beta = mz_2/2\cos^2\beta,$$

где  $d_1, d_2$  – диаметры делительных окружностей прямозубых колёс шестерни и колеса;

$m$  – модуль зацепления;

$z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса;

$\beta$  – угол наклона зубьев.

В соответствии с приведенными выражениями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  приведенный радиус кривизны косых зубьев будет иметь вид

$$\frac{1}{\rho_w} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{2\cos^2\beta}{d_1\sin\alpha_w} + \frac{2\cos^2\beta}{d_2\sin\alpha_w} = \frac{2\cos^2\beta}{d_1\sin\alpha_w} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right),$$

где  $u = d_2/d_1 = d_{w2}/d_{w1}$  – передаточное отношение;

$d_{w1}, d_{w2}$  – диаметры начальных окружностей шестерни и колеса, которые для некорректированных зубьев равны соответственно  $d_1$  и  $d_2$ ;

знак "+" принимается при внешнем зацеплении зубьев, а знак "-" – при внутреннем зацеплении;

© А. П. Попов, О. И. Савенков, Л. А. Попова, 2018

$\alpha_w$  – угол зацепления, принимаемый равным  $20^\circ$ .

Сначала рассмотрим решение контактной задачи с учётом линейного контакта косых зубьев. В процессе выполненных исследований и расчётов различных моделей контакта с начальным линейным касанием тел установлено, что при определении относительной деформации  $\varepsilon$  в качестве условного линейного размера  $L$  следует принимать ширину площадки контакта  $2b_0$  (рис.1). При этом абсолютная величина деформации упруго сжатых цилиндров  $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$ , где  $\Delta L_1, \Delta L_2$  – абсолютные деформации 1 и 2 цилиндров.

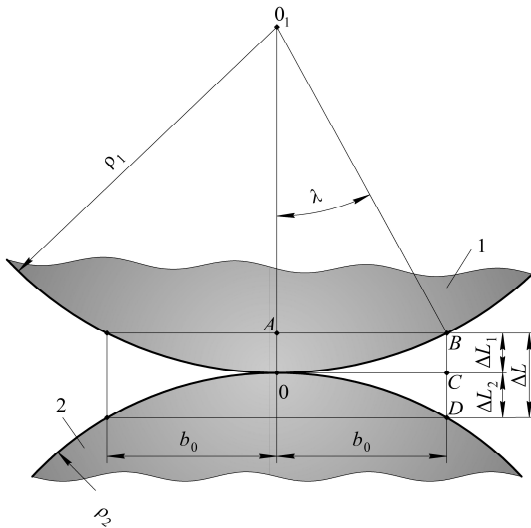


Рис. 1 – Определение упругих деформаций цилиндров

Определим выражение деформации  $\Delta L_1$ , исходя из рис. 1, в соответствии с которым установим

$$\Delta L_1 = \theta_1 \theta - \theta_1 A = \rho_1 - \rho_1 \cos \lambda = \rho_1 (1 - \cos \lambda), \quad (1)$$

где

$$\theta_1 \theta = \rho_1; \quad \theta_1 A = \rho_1 \cos \lambda; \quad \Delta L_1 = \theta A = BC.$$

Затем из прямоугольного треугольника  $\theta_1 AB$  определим

$$\sin \lambda = \frac{AB}{\theta_1 B} = \frac{b_0}{\rho_1}.$$

После подстановки выражения  $\sin \lambda$  в уравнение (1), приняв  $\sin \lambda \approx \lambda$  ввиду малых значений угла  $\lambda$ , получим

$$\Delta L_1 = \rho_1 \left( 1 - \cos \frac{b_0}{\rho_1} \right). \quad (2)$$

Разложим функцию  $\cos(b_0/\rho_1)$  уравнении (2) в ряд, приняв для решения два первых члена, т.е.  $\cos(b_0/\rho_1) = 1 - b_0^2/2\rho_1^2$ , в связи с чем последнее уравнение примет вид

$$\Delta L_1 = b_0^2/2\rho_1. \quad (3)$$

Уравнение  $\Delta L_2$  аналогично зависимости (3) с той лишь разницей, что вместо радиуса  $\rho_1$  оно будет содержать радиус  $\rho_2$ . С учётом выражений  $\Delta L_1$  и  $\Delta L_2$  представим абсолютную величину контактной деформации в следующем виде:

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 = \frac{b_0^2}{2\rho_1} + \frac{b_0^2}{2\rho_2} = \frac{b_0^2}{2\rho_w}. \quad (4)$$

При разработке новой теории контактной прочности проф. А.П. Поповым впервые было установлено, что применительно к двум упруго сжатым цилиндрам, представляющим собой расчётную модель контакта сопряженной пары зубьев, относительная деформация  $\varepsilon$  равна отношению максимальной контактной деформации  $\Delta L$  к ширине площадки контакта  $2b_0$ , т.е.

$$\varepsilon = \Delta L/2b_0. \quad (5)$$

В результате подстановки в выражение (5) правой части зависимости (4) запишем уравнение,

$$\varepsilon = \frac{b_0^2}{2\rho_w \cdot 2b_0} = \frac{b_0}{4\rho_w},$$

исходя из которого общеизвестную формулу для определения максимальных контактных напряжений представим следующим образом:

$$\sigma = \frac{\varepsilon E}{1 - \nu^2} = \frac{E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{b_0}{4\rho_w} = \frac{b_0 \cdot E}{4(1 - \nu^2) \cdot \rho_w}. \quad (6)$$

где  $E$  – модуль упругости материалов.

Для подтверждения достоверности полученного выражения (6) подставим в него вместо полуширины площадки контакта  $b_0$  правую часть зависимости Герца  $b_0 = 1,522\sqrt{\rho_w F_n / b_w E}$ , в результате чего найдём зависимость максимальных контактных напряжений, совпадающую целиком и полностью с формулой Герца

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{E F_n}{b_w \rho_w}}.$$

Если в формулу (6) вместо напряжений  $\sigma$  подставить правую часть напряжений  $\sigma_H$ , приведенных выше, то получим общеизвестную зависимость Герца для определения полуширины площадки контакта  $b_0$ .

В соответствии с  $L = 2b_0$  выражение контактной податливости  $\delta_k$  и коэффициента постели  $A$  при  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$  и  $E_1 = E_2 = E$  будут выглядеть так [1, 2]:

$$\left. \begin{aligned} \delta_k &= \frac{(1 - \nu^2)}{b_w E}; \\ A &= \frac{2(1 - \nu^2)b_0}{b_w E}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Зависимости упругих перемещений первого и второго тел, под которыми подразумеваются упруго сжатые цилиндры, имеет вид [1, 2]:

$$W = W_1 + W_2 = C_{m1} \sigma_1 + C_{m2} \sigma_2, \quad (8)$$

где  $W_1, W_2$  – упругие перемещения первого и второго цилиндров;

$C_{m1}, C_{m2}$  – размерные параметры первого и второго цилиндров;

$\sigma_1, \sigma_2$  – контактные напряжения, соответствующие первому и второму цилиндрам.

Выражения контактных напряжений на каждой из поверхностей соприкасающихся тел в соответствии с законом Гука, исходя из относительной деформации  $\varepsilon = \Delta L/2b_0 = \Delta L/L$ , будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\varepsilon E_1}{1-\nu_1^2} = \frac{E_1}{1-\nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}; \\ \sigma_2 &= \frac{\varepsilon E_2}{1-\nu_2^2} = \frac{E_2}{1-\nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Тогда зависимость (8) с учётом выражений (9) представим в виде двух уравнений применительно к каждому из цилиндров, а именно:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1}\sigma_1 = \frac{2C_{m1}E_1}{1-\nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}; \\ W &= 2C_{m2}\sigma_2 = \frac{2C_{m2}E_2}{1-\nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Исходя из равенства  $W = \Delta L$ , определим из уравнений (10) выражения размерных параметров:

$$\left. \begin{aligned} C_{m1} &= \frac{(1-\nu_1^2) \cdot \Delta L}{2E_1}; \\ C_{m2} &= \frac{(1-\nu_2^2) \cdot \Delta L}{2E_2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

На основании выражений (11), приняв средние напряжения  $\sigma_m = \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = F_n/2b_0b_w$ , найдём уравнения контактной податливости каждого из сопряженных друг с другом зубьев:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\kappa 1} &= \frac{C_{m1}\sigma_{m1}}{F_n} = \frac{(1-\nu_1^2)L}{4b_0b_wE_1}; \\ \delta_{\kappa 2} &= \frac{C_{m2}\sigma_{m2}}{F_n} = \frac{(1-\nu_2^2)L}{4b_0b_wE_2}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Затем, умножив правые части выражений (12) на ширину площадки контакта  $2b_0$ , определим выражения коэффициентов  $A_1$  и  $A_2$  постелей:

$$A_1 = \frac{(1-\nu_1^2)L}{2b_wE_1}; \quad A_2 = \frac{(1-\nu_2^2)L}{2b_wE_2}.$$

С учетом двух последних уравнений суммарный коэффициент постели упруго сжатых цилиндров будет иметь вид:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{L}{2b_w} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right). \quad (13)$$

Исходя из выражения (13), запишем уравнение функции контактных деформаций  $W(x)$  в виде

$$W(x) = A\omega(x) = \frac{L}{2b_w} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \omega(x), \quad (14)$$

где  $\omega(x)$  – функция нагрузки, распределенной по оси  $x$ .

С другой стороны, при эллиптическом законе изменения деформаций в пределах ширины площадки контакта, функция  $W(x)$  примет вид:

$$W(x) = \frac{b_0}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}. \quad (15)$$

В соответствии с выражениями функций (14) и (15) запишем равенство

$$A \int_{-b_0}^{b_0} \omega(x) dx = \frac{b_0^2}{2\rho_w} \int_{-b_0}^{b_0} \sqrt{b_0^2 - x^2} dx = \frac{b_0}{b_w} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) F_n = \frac{\pi b_0^3}{4\rho_w},$$

исходя из которого получим, полагая

$$\rho_w = \frac{d_{w1} \sin \alpha_w}{2 \cos^2 \beta} \left( \frac{u}{u \pm 1} \right),$$

зависимость полуширины площадки контакта

$$b_0 = 0,798 \times \sqrt{\frac{d_{w1} F_n}{E b_w \cos^2 \beta} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \left( \frac{u}{u \pm 1} \right) \sin \alpha_w}. \quad (16)$$

Выражение максимальных контактных напряжений найдем из уравнения [1, 2]

$$\sigma(x) = \frac{b_0 \sqrt{b_0^2 - x^2}}{2\rho_w A b_w},$$

при  $x = 0$  с учетом зависимостей (13), (16) и приведенного радиуса кривизны  $\rho_w$ , а именно:

$$\sigma_H = 0,798 \times \sqrt{\frac{E F_n}{b_w d_{w1} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \left( \frac{u \pm 1}{u} \right) \cos^2 \beta} \sin \alpha_w}, \quad (17)$$

Упростим выражения (16) и (17), приняв коэффициенты Пуассона  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$  и модули упругости  $E_1 = E_2 = E$ , в связи с чем они примут вид:

$$b_0 = 1,0765 \sqrt{\frac{F_n d_{w1} \sin \alpha_w}{b_w E \cos^2 \beta} \left( \frac{u}{u \pm 1} \right)}; \quad (18)$$

$$\sigma_H = 0,592 \sqrt{\frac{E F_n}{b_w d_{w1} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right) \cos^2 \beta} \sin \alpha_w}. \quad (19)$$

Исходя из найденной зависимости (19) выполним расчёт первой ступени косозубой зубчатой передачи на контактную прочность исходя из следующих данных:  $z_1 = 36$ ;  $z_2 = 110$ ;  $m = 6$  мм;  $b_w = 215$  мм;  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $\beta = 14^\circ$ ;  $F_n = 3,93 \cdot 10^4$  Н;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа в связи с чем получим  $\sigma_H = 476,27$  МПа.

Сравнивая величину  $\sigma_H = 476,27$  МПа с величиной  $\sigma_H = 475,2$  МПа, найденной с использованием графоаналитического метода расчета, изложенного в [2], отмечаем, что напряжения  $\sigma_H = 476,27$  МПа превышают величину напряжений  $\sigma_H = 475,2$  МПа в  $476,27/475,2 = 1,00225$  раза, то есть не более чем на 0,225 %. Практическое совпадение найденных величин сравниваемых напряжений указывает на достоверность получаемых решений, выполненных, как уже упоминалось, на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел [1, 2].

Далее, опуская промежуточные выводы, запишем конечное выражение  $\sigma_H$  и  $b_0$ , полученные с учётом нелинейности между контактными деформациями и напряжениями при показателе степени нелинейности  $n = 0,7$  для случая  $\nu_1 \neq \nu_2$  и  $E_1 \neq E_2$ , а именно:

$$\sigma_H = 0,62 \times \sqrt[10]{b_w^2 \left\{ \left[ \frac{(1-\nu_1^2)F_n d_{w1} u \sin \alpha_w}{2b_w E_1 (u \pm 1) \cos^2 \beta} \right]^{0,7} + \left[ \frac{(1-\nu_2^2)F_n d_{w1} u \sin \alpha_w}{2b_w E_2 (u \pm 1) \cos^2 \beta} \right]^{0,7} \right\} \frac{F_n^2}{7}}$$

$$b_0 = 1,025 \times \sqrt[10]{\left\{ \left[ \frac{(1-\nu_1^2)F_n d_{w1} u \sin \alpha_w}{2b_w E_1 (u \pm 1) \cos^2 \beta} \right]^{-0,7} + \left[ \frac{(1-\nu_2^2)F_n d_{w1} u \sin \alpha_w}{2b_w E_2 (u \pm 1) \cos^2 \beta} \right]^{-0,7} \right\} \frac{10}{7}}$$

Если в полученных уравнениях принять  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$  и  $E_1 = E_2 = E$ , что соответствует изготовлению зубьев шестерни и колеса из одинаковых стальных материалов, то данные уравнения примут более упрощенный вид:

$$\sigma_H = 0,56 \sqrt{\frac{E F_n}{b_w d_{w1}} \left( \frac{u \pm 1}{u} \right) \frac{\cos^2 \beta}{\sin \alpha_w}}; \quad b_0 = 1,134 \sqrt{\frac{F_n d_{w1} \sin \alpha_w}{b_w E \cos^2 \beta} \left( \frac{u}{u \pm 1} \right)}$$

Сравнивая между собой числовые коэффициенты при  $\sigma_H$ , отмечаем, что при учёте нелинейности между упругими контактными деформациями и напряжениями величина максимальных контактных напряжений  $\sigma_H$  уменьшается в  $0,592/0,56 = 1,057$  раза. Таким образом, нагрузочная способность косозубого зацепления по контактному напряжению вследствие указанной нелинейности возрастает в  $1,057^2 = 1,114$  раза, то есть примерно на 11 % с лишним.

#### Выводы:

1. Впервые решены контактные задачи применительно к косозубой зубчатой передаче с начальной (до нагружения) плоской линейной системой зацепления косых зубьев, исходя из линейного и нелинейного соотношений между упругими деформациями и напряжениями.

2. В процессе выполненных решений получены выражения максимальных контактных напряжений и полуширины площадки контакта для случаев, когда коэффициенты Пуассона  $\nu_1$  и  $\nu_2$  и модули упругости  $E_1$  и  $E_2$  материалов зубьев шестерни и колеса не равны друг другу, а также при  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$  и  $E_1 = E_2 = E$ .

3. Из анализа полученных решений по определению максимальных величин контактных напряжений в зубьях следует, что при учёте нелинейности между деформациями и напряжениями нагрузочная способность косозубых передач возрастает в 1,114 раза по сравнению с тем, когда указанная нелинейность не учитывается.

#### Список литературы

1. Попов А. П. *Контактная прочность зубчатых механизмов*. Николаев: Изд-во НУК, 2008. 580с.
2. Попов А. П. *Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев*. Николаев: Изд-во Атолл, 2010. 774с.
3. Попов О.П. Пат. 11441, Україна. *Зубчаста передача Попова О.П. з точковою системою зачеплення евольвентних зубів*. 2005.
4. Попов О. П. Пат. 11952, Україна. *Евольвентна зубчаста передача Попова О.П. з точковою системою зачеплення поздовжня модифікованих зубів*. 2006.
5. Попов О. П. Пат. 16280, Україна. *Зубчасте зачеплення Попова О.П. з точковим контактом зубів*. 2006.
6. Попов О. П. Пат. 76881, Україна. *Зубчаста передача з модифікованими ніжками зубів*. 2006.
7. Попов О. П. Пат. 77304, Україна. *Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів*. 2006.
8. Попов О. П. Пат. 77634, Україна. *Зубчасте зачеплення*. 2006.
9. Попов О. П. Пат. 81008, Україна. *Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів*. 2007.
10. Попов О. П. Пат. 84606, Україна. *Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів*. 2008.

#### References (transliterated)

1. Popov A. P. *Kontaktynaya prochnost zubchatykh mekhanizmov* [Contact strength of gears]. Nykolaev, NUK Publ., 2008. 580 p.
2. Popov A. P. *Zubchatye mehanizmy s tochechnym kontaktom zub'ev* [Tooth gears with point contact of teeth]. Nykolaev, Atoll Publ., 2010. 774 p.
3. Popov O. P. Pat. no. 11441, Ukraine. *Zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu systemoyu zacheplennya evolyventnykh zubiv* [Popov O.P. gear with a point system of engagement of involute teeth]. 2005.
4. Popov O. P. Pat. no. 11952, Ukraine. *Evolventna zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu systemoyu zacheplennya pozdovzhno modyfikovanykh zubiv* [Popov O.P. involute gear with a point system of mesh of longitudinally modified teeth]. 2006.
5. Popov O. P. Pat. no. 16280, Ukraine. *Zubchaste zacheplennya Popova O.P. z tochkovym kontaktom zubiv* [Popov O.P. gear meshing with a point contact of the teeth]. 2006.
6. Popov O. P. Pat. no. 76881, Ukraine. *Zubchasta peredacha z modyfikovanymy nizhkami zubiv* [Gear with modified teeth legs]. 2006.
7. Popov O. P. Pat. no. 77304, Ukraine. *Zubchasta peredacha z kryvoliniynymy tvirnymy zubiv* [Gear with curvilinear creature of teeth]. 2006.
8. Popov O. P. Pat. no. 77634, Ukraine. *Zubchaste zacheplennya* [Gear meshing]. 2006.
9. Popov O. P. Pat. no. 81008, Ukraine. *Zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu i dvoparnoyu systemoyu zacheplennya evolyventnykh zubiv* [Popov O.P. gear with a point and two-pair mesh system of involute teeth]. 2007.
10. Popov O. P. Pat. no. 84606, Ukraine. *Zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu i dvoparnoyu systemoyu zacheplennya evolyventnykh zubiv* [Popov O.P. gear with a point and two-pair mesh system of involute teeth]. 2008.

Поступила (received) 14.05.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Author

**Попов Олексій Павлович (Попов Алексей Павлович, Popov Aleksey Pavlovich)** – доктор технічних наук (Dr. habil. of Eng. S.), професор, Заслужений діяч науки і техніки України, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, завідувач кафедри механіки та конструювання машин; м. Миколаїв, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0284-5034>.

**Савенков Олег Ігорович (Савенков Олег Игоревич, Savenkov Oleg Igorevich)** – Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, асистент кафедри механіки та конструювання машин; м. Миколаїв, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7165-3995>; e-mail: [oleg.savenkov@nuos.edu.ua](mailto:oleg.savenkov@nuos.edu.ua)

**Попова Лариса Олексіївна (Попова Лариса Алексеевна, Popova Larisa Alekseevna)** – Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, науковий співробітник; м. Миколаїв, Україна.