

УДК 539.3

*В.Б. ГРИНЬОВ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, М.А. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСЬКИЙ, Ю.Б. ГУСЕВ,  
А.В. НАБЕКОВ, Я.М. ЛІСОВОЛ*

## МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ВАРІЮВАННІ ТОВЩИНИ

У роботі поставлена та розв'язана задача забезпечення конструкційної міцності тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій з урахуванням зміни товщини в процесі експлуатації, зокрема, викликаній впливом корозійного зношування. Запропонований у роботі підхід передбачає обчислення чутливостей компонент напружено-деформованого стану та власних частот форм коливань із використанням скінченно-різницевого співвідношення. При цьому чутливість визначається за допомогою залучення т.з. "реперних" розв'язків, які відповідають гранично допустимим стоншенням окремих елементів конструкції. У результаті лінеаризовані співвідношення для визначення власних частот і форм коливань та компонент напружено-деформованого стану розповсюджуються не тільки на нескінченно малі варіації товщин окремих елементів, але й на малі, але скінченні їх величини.

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, тонкостінні конструкції, корозійне стоншення, чутливість, збурення, метод скінченних елементів.

В работе поставлена и решена задача обеспечения конструкционной прочности тонкостенных элементов машиностроительных конструкций с учетом изменения толщины в процессе эксплуатации, в частности, вызванной воздействием коррозионного износа. В работе предложен подход, предусматривающий вычисления чувствительностей компонент напряженно-деформованного состояния и собственных частот и форм колебаний с использованием конечно-разностных соотношений. При этом чувствительность определяется посредством привлечения т.н. "реперных" решений, которые соответствуют предельно допустимым утонениям отдельных элементов конструкции. В результате линейаризованные соотношения для определения собственных частот и форм колебаний и компонент напряженно-деформованного состояния распространяются не только на бесконечно малые вариации толщин отдельных элементов, но и на малые, но конечные их величины.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, тонкостенные конструкции, коррозионное утоншение, чувствительность, возмущение, метод конечных элементов.

The problem for ensuring the structural strength of thin-walled engineering structures components taking into account thickness change during service was solved. Thickness change could be caused by corrosion, in particular. In the given work approach is proposed for computing sensitivity of the stress-strain state components and natural frequencies using finite-difference relations. With this method sensitivity is determined with the help of the "reference" solutions, which is matched with the maximum allowable (standard setting) thinning of the individual construction elements. As a result, the linearized relations for the determination of the natural frequencies fluctuations and stress-strain state components are applied not only to infinitesimal variations of the thickness of individual elements, but also to small finite magnitudes.

**Keywords:** stress-strain state, thin-walled structures, corrosion thinning, sensitivity, disturbance, finite element method.

### Вступ

Для сучасного машинобудування однією із характерних тенденцій є намагання на етапі проектування та виготовлення забезпечити тривалий термін експлуатації унікальних машин. Подібні машини призначені для виконання своїх функцій у механічно та хімічно агресивних середовищах, при дії атмосферних опадів, вітрових, а також циклічних змінюваних навантаженнях. Структура конструкції багатьох таких машин переважно складається із металевих трубчасто-коробчастих тонкостінних елементів. Прикладами таких машин є крупнотонажні крани, екскаватори, відвалотворювачі, перевантажувачі вугілля, руди та інших матеріалів, тягачі, бронетранспортери, вібраційні машини, вагони, а також багато інших машин. Одна з головних проблем багаторічної безпечної та продуктивної їх експлуатації полягає в деградації властивостей силових елементів внаслідок механічного або хімічного зношування, в першу чергу – в результаті корозійного або механічного пошкодження поверхневих шарів. З огляду на тривалий термін експлуатації металоконструкцій (десятки років) чинник корозійного та іншого впливу враховується на етапі проектування, що дає можливість ефективно їх експлуатувати при стоншенні складових елементів до рівня 0,7 – 0,8 від номінальних товщин, тобто на 20-30%.

Проте, як показав аналіз публікацій, нормативних документів та матеріалів багатьох технічних оглядів, на даний час відсутні методики розрахунків даного типу машин при сукупній дії чинників нерівномірного стоншування та змінюваного напружено-деформованого стану (НДС) (як процесів у часі та просторі) силових елемента

нтів цих машин. У результаті виникає ситуація, коли на етапі проектування структура і параметри елементів створюваної машини визначаються виходячи із розрахунків або для початкового, або для рівномірно стоншеного до кінцевого граничного стану. При цьому ігнорується чинник нерівномірного стоншування протягом довготривалої експлуатації. А це може призвести до вичерпання конструкційної міцності елементів машини у деякому проміжному стані.

Таким чином, удосконалення методів визначення НДС тонкостінних елементів високонавантажених машин із урахуванням нерівномірного стоншування є актуальним і важливим науково-технічним завданням динаміки та міцності машин. Вирішення даної задачі визначило напрямок досліджень, які описані в роботі.

### Мета і завдання роботи

Метою роботи є удосконалення методів аналізу конструкційної міцності тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій (ТЕМК) з урахуванням нерівномірного стоншування внаслідок зношування протягом тривалого терміну експлуатації.

Для досягнення поставленої мети у роботі розв'язані наступні задачі:

– аналіз та узагальнення методів визначення власних частот і форм коливань (ВЧФК) і напружено-деформованого стану машин з урахуванням стоншення

© Гриньов В.Б., Танченко А.Ю., Ткачук М.А.,  
Грабовський А.В., Гусев Ю.Б., Набеков А.В.,  
Лісовол Я.М., 2017

елементів металоконструкцій;

- розробка комплексної математичної моделі напружено-деформованого стану, власних частот і форм коливань тонкостінних елементів машин з урахуванням нерівномірного стоншування;

- розробка спеціалізованого програмно-модельного комплексу (СПМК) для комп'ютерного аналізу НДС та ВЧФК, що реалізує запропоновану математичну модель, та його апробація на тестових задачах;

- розв'язання прикладних задач аналізу конструкційної міцності тонкостінних елементів реальних машинобудівних конструкцій;

- оцінка достовірності отриманих числових результатів шляхом порівняння з даними експериментальних досліджень.

### Аналіз стану питання

Серед робіт, що присвячені аналізу аналітичних та числових методів розрахунку ТЕМК, основою є праці [1–3]. Для визначення НДС складних тонкостінних елементів конструкцій найбільшими можливостями володіє метод скінченних елементів (МСЕ) [4]. Для аналізу чутливості ТЕМК широко використовуються методи теорії збурень. Обґрунтування структури і параметрів конструкцій проводиться на основі методів оптимізації, представлених у працях [5–7] та інших. Аналіз методів розрахунку ТЕМК, умов експлуатації проведено на прикладі кранів-перевантажувачів; широкий огляд таких методів наведено у [2] та інших роботах. Як видно із аналізу, для подібних конструкцій існують нормативні граничні ступені стоншування їх стінок (до 20–25% та більше), проте існуючі методики розрахунку конструкційної міцності не враховують нерівномірного стоншування протягом усього терміну експлуатації. Таким чином, у ході проектних досліджень для забезпечення конструкційної міцності цих машин необхідно багатоваріантне дослідження НДС їхніх силових елементів з урахуванням зазначених вище чинників. Для оцінки довговічності конструкцій застосовуються різні підходи: методи континуальної механіки пошкоджуваності, механіки руйнування, багатоциклової і малоциклової втоми [8–10] та інші. Особливої уваги заслуговують роботи, у яких розглядається взаємозв'язок НДС тонкостінних елементах конструкції з урахуванням стоншування внаслідок корозійних явищ. З цього напрямку можна відзначити роботи [11–16].

У той же час для багатьох відповідальних машинобудівних конструкцій, призначених для роботи протягом тривалого терміну експлуатації в агресивних середовищах і при важких навантаженнях, важливо не тільки і не стільки точно оцінити їхню довговічність, а гарантовано її забезпечити. Таким чином, є необхідність удосконалення підходів, математичних моделей і створення СПМК для розв'язання задач аналізу НДС і спектру власних частот (ВЧ) та форм (ВФ) коливань ТЕМК при зміні їх товщини на всіх етапах життєвого циклу. Приймається, що несуча здатність забезпечує частина перерізу, яка є стоншеною, а матеріал поверхневих шарів розчиняється і видаляється. У такій постановці потрібна розробка методів оцінки впливу кількості матеріалу, що видаляється, на НДС досліджуваної конструкції.

*Математичне моделювання НДС елементів тонкостінних конструкцій з урахуванням стоншування їх*

*стінок.* Пропонується врахувати специфічні властивості досліджуваних пластинчастих, стержневих та оболонкових об'єктів: тонкостінність, малий ступінь стоншення, можливість параметризації величини і положення діючих навантажень. Крім того, вважається справедливою гіпотеза про істотно нижчу швидкість процесу стоншення порівняно зі швидкістю решти процесів, а також про відсутність значних динамічних ефектів. Таким чином, дослідження просторових пластинчасто-оболонково-стержневих конструкцій зі змінюваною у просторі та часі товщиною (перерізом) описується за допомогою ступеня стоншення, що дорівнює відношенню зміни поточного розміру до вихідного.

На прикладі стержнів, оболонок та пластин поставлена у роботі задача зводиться до інтегрування систем рівнянь. Ця система рівнянь еквівалентна проблемі мінімізації квадратичного функціоналу енергії системи [17]

$$\mathcal{E}(u, h) \rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $h(x)$ ,  $h(x, y)$  – розподіл товщини уздовж довжини або площі поперечного перерізу тонкостінного елемента в певний момент часу (рис. 1).

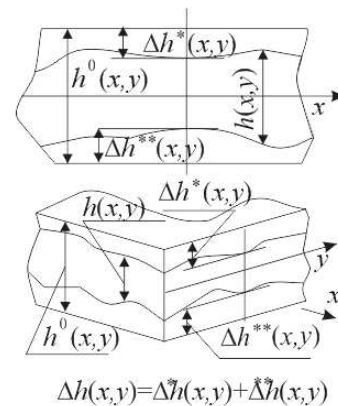


Рисунок 1 – Зміна поточної товщини ТЕМК порівняно з початковою

На основі методу скінченних елементів розглядається запропонований удосконалений загальний підхід до розв'язання поставленої задачі.

Тонкостінна (пластинчаста в даному випадку) конструкція займає в просторі область  $\Omega$  (рис. 2) та подається у вигляді композицій тонкостінних поверхневих ділянок (листів)  $s_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ , на які в напрямку нормалей  $\vec{n}_k$  в одну (або в дві) сторону нарощено матеріал номінальної товщини  $h_k^0$ . Надалі вводиться скінченно-елементна Shell-модель, у якій  $S_k = \text{const}$ ,  $k = 1, \dots, N$ ;  $h_k = h_k(t)$  залежить від часу  $t$ . У результаті отримана система рівнянь відносно вузлових невідомих

$$[K] \cdot \{x\} = \{f\}, \quad (2)$$

де  $K$  – змінювана при стоншуванні матриця жорсткості;  $h(t) = \{h_1(t) \dots h_N(t)\}^T$  – масив поточних товщин (для кожної ділянки  $S_k$ );  $f$  – вектор зовнішніх навантажень, які зводяться до вузлів. При цьому і матриця жорсткості, і масив прямих частин у загальному випадку залежать па-

раметрично від масиву вузлових (або елементних) ступенів стоншування.

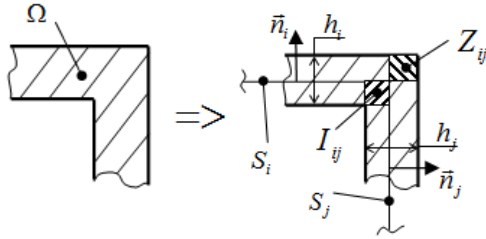


Рисунок 2 – Представлення області  $\Omega$  у вигляді об'єднання підобластей  $S_k \times h_k$

Для розв'язання задачі потрібно: 1) встановити характер зміни елементів матриці жорсткості при малій зміні  $h$ ; 2) визначити розв'язок  $x$  як функцію параметрів  $h$ ; 3) запропонувати алгоритм обчислення компонент НДС конструкції при довільних змінах ступеня стоншування її окремих елементів.

Процес стоншування у часі  $t$  має вигляд

$$h_k = h_k(0) - \Delta h_k(t) = h_k(0)(1 - \alpha_k), \quad (3)$$

де  $\alpha_k = \Delta h_k(t) / h_k(0) \geq 0$  – відносне стоншення листа  $k$ , яке відповідає моменту часу  $t$ .

Тоді масив  $\alpha(t) = \{\alpha_1 \dots \alpha_N\}^T$  задає ступінь стоншення всіх елементів конструкції. Особливістю відповідних тонкостінних конструкцій (типу силових елементів кранів, перевантажувачів, відвалоутворювачів, конвєсів) є встановлювана нормативно гранична величина  $\alpha^*$ , як правило,  $\alpha^* \ll 1$ . У цьому випадку компоненти матриці жорсткості окремих елементів  $k_e$ , що відповідають згінній складовій і плоскому НДС, представимо у вигляді:

$$k_e^{(usz)} = h_e^3 \cdot k_e^{\wedge}, \quad k_e^{(nn)} = h_e \cdot k_e^{\sim}, \quad (4)$$

де  $k_e^{\wedge}, k_e^{\sim}$  – незалежні від  $\alpha_e$  величини.

Утримування тільки лінійних членів у (4) дає:

$$k_e^{(usz)} = k_e^{\wedge} \cdot h_{0e}^3 (1 - 3\alpha), \quad k_e^{(nn)} = k_e^{\sim} \cdot h_{0e} (1 - \alpha). \quad (5)$$

Відповідно, глобальна матриця жорсткості має вигляд:

$$[K] \approx [K_0] - [K'_0(\alpha)], \quad (6)$$

де  $K_0 = K_0(h(0))$  – матриця жорсткості конструкції у початковому стані;  $K'_0$  – матриця жорсткості, складена з комбінацій потроєних компонент "згінних" та одинарних – "плоских" компонент матриці жорсткості  $K_0$ . Таким чином,  $K_0 \neq K_0(\alpha)$ ,  $K'_0 = K'_0(\alpha)$ . При цьому  $K'_0$  – симетрична матриця, елементи якої набагато менші компонент матриці  $K_0$  та є їх лінійною комбінацією з коефіцієнтами  $\alpha_k \ll 1$ .

Розв'язок системи рівнянь (2) з урахуванням варіювання товщини має вигляд [18]

$$\{x\} = [K]^{-1} \cdot \{f\} = ([K_0] - [K'_0])^{-1} \cdot \{f\}. \quad (7)$$

Обернена матриця подається у вигляді суми двох матриць:

$$([K_0] - [K'_0])^{-1} \approx [C] + [D], \quad (8)$$

$$[C] = [K_0]^{-1}; \quad [D] = [K_0]^{-1} \cdot [K'_0] \cdot [K_0]^{-1},$$

де  $C$  не залежить від параметра  $\alpha$ , а  $D$  – залежить. Таким чином, розв'язок (7) може бути поданий у вигляді

$$\{x(\alpha)\} = \{x(0)\} + ([K_0]^{-1} \cdot [K'_0]) \cdot \{x(0)\} =$$

$$= ([E] + [K_0]^{-1} \cdot [K'_0]) \cdot \{x(0)\}. \quad (9)$$

Цей запис аналогічний співвідношенням, одержуваним при розв'язанні задачі чутливості, однак у даному випадку явно визначені вирази для знаходження коефіцієнтів матриці  $K_0^{-1} K'_0$ , компоненти якої лінійно залежать від компонент вектора  $\alpha$ . Таким чином,  $x(\alpha)$  є лінійною формою параметрів  $\alpha$ .

Для організації багатоваріантних досліджень НДС тонкостінних конструкцій з урахуванням стоншування стінок (тобто при різних наборах  $\alpha$ ) можна використовувати розв'язок (10), який є компонентним записом виразу (9):

$$x^{(p)} = x_0^{(p)} + \sum_{k=1}^N \rho_{kp} \alpha_k x_0^{(p)}, \quad \forall p, \quad (10)$$

де  $\rho_{kp} \alpha_k$  – елементи матриці  $K_0^{-1} K'_0$ ,  $p$  – загальна кількість варіантів розрахунків.

Оскільки ці співвідношення виведені із наближених виразів, то їх застосування обмежене малими  $\alpha$ , але з ростом  $\alpha_k$  точність хоч і погіршується, однак загальні тенденції зміни компонент розв'язку  $x(\alpha)$  будуть задовільними. Тому, задавшись гранично допустимими дозволеними  $\alpha^*$  (які встановлюються нормативами на експлуатацію), можна за точними розв'язками при завданні різних комбінацій  $\alpha^{\sim} = \{0, \dots, \alpha^*, \dots, 0\}$  отримати співвідношення для визначення  $\rho_{kp}^{\wedge}$  (або чутливості  $\Delta^{(p)}$ ):

$$\Delta^{(p)} = \{\Delta_1^{(p)}, \Delta_2^{(p)}, \dots, \Delta_N^{(p)}\}^T,$$

$$\sum_{k=1}^N \rho_{kp}^{\wedge} \alpha_k^{\sim} x_0^{(p)} = x_*^{(p)} - x_0^{(p)} = \alpha^* \cdot \Delta^{(p)}, \quad (11)$$

де  $x_* = \{x_*^{(p)}\}$  – точні "реперні" розв'язки (2) при  $\alpha = \alpha^*$ . Таким чином, розв'язки  $x(\alpha)$  визначаються як лінійна комбінація "номінального" та набору "реперних"

$$x_{(\alpha)}^{(i)} = x_0^{(i)} + \sum_k \Delta_k^i \alpha_k. \quad (12)$$

При цьому "реперні" розв'язки знаходяться методом прямого скінченного збурення СЕМ досліджуваної тонкостінної конструкції (тобто маємо точний розв'язок для граничного випадку за кожним із параметрів набору  $\alpha^{\sim} = \{0, \dots, \alpha^*, \dots, 0\}$ ), що є альтернативою методам теорії збурень (ТЗ) з обчисленням відповідних чутливостей за виразом (9).

Також запропонований підхід застосовний і для ви-

значення тенденцій зміни власних частот коливань.

Власні коливання

$$x_i = A_i \sin \omega_i \tag{13}$$

здійснюються за власними формами  $A_i$  та з власними частотами коливань  $\omega_i$ . Вони задовольняють системі рівнянь:

$$(K - \omega_i^2 M)A_i = 0; \quad \text{Det}(K - \omega_i^2 M) = 0. \tag{14}$$

Тут  $K$  – матриця жорсткості;  $M$  – матриця мас досліджуваної конструкції;  $i$  – номери власних форм та власних частот коливань.

Власні частоти  $\omega_i = \omega_i(\alpha)$ , і їхня залежність від параметрів  $\alpha$  в околі нуля можуть бути лінеаризовані. Більш того, власні форми коливань теж можуть бути лінеаризованими в околі номінальних значень:

$$A(\alpha) = A(0) + A'(0) \cdot \alpha; \quad \omega_i(\alpha) = \omega_i(0) + \omega_i'(0) \cdot \alpha. \tag{15}$$

Таким чином, представлені вище співвідношення установлюють тенденції зміни власних частот і форм коливань при варіюванні товщин елементів тонкостінних машинобудівних конструкцій.

**Частинні задачі**

У результаті отримані співвідношення для визначення розв'язку використані для різноманітних розрахунків НДС при різних поєднаннях стоншувань стінок, без необхідності розв'язання кожного разу повної системи рівнянь МСЕ (2) та без обчислення компонент матриці чутливості при використанні теорії збурень (9).

Для демонстрації загальних залежностей ефективним є аналіз частинних випадків. Із застосуванням запропонованого підходу здійснено розв'язання низки тестових задач про зв'язаний НДС та стоншування стінок ТЕМК. Так, прийнявши (без зниження загальності) до розгляду модель Долинського [11, 12]

$$dh / dt = -C_1 - C_2 \cdot \sigma_z(z, t), \tag{16}$$

де  $C_1, C_2$  – деякі фізико-механічні характеристики процесу корозійного стоншення, що визначаються властивостями середовища і матеріалу,  $\sigma = \sigma_z(z, t)$  – згинні напруження на нижній кородованій поверхні стержня, початкові умови:  $h|_{t=0} = h_0$ , для задачі вигину стержня (рис. 3) розподіл згинальних моментів  $M$  вздовж осі задовольняє системі

$$d^2 M / dz^2 = f(z), \quad M|_{z=0} = 0, \quad M|_{z=l} = 0. \tag{17}$$

Максимальні згинні напруження (на поверхні  $S^{\wedge}$ )

$$\sigma(z, t) = M(z, t) / W, \tag{18}$$

де  $W$  – момент опору ( $W = bh^2/6$ ).

Тоді

$$\begin{aligned} dh / dt &= -C_1 - C_2 \cdot [6 \cdot M(z) / (b \cdot h^2)] = \\ &= -C_1 - \hat{C}_2(z) / h^2(t), \\ \hat{C}_2 &= C_2 \cdot 6 \cdot M(z) / b. \end{aligned} \tag{19}$$

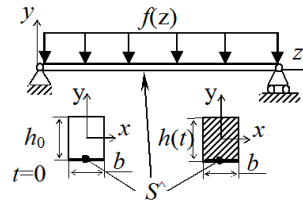


Рисунок 3 – Розрахункова схема стержня під дією розподіленого поперечного навантаження ( $S^{\wedge}$  – поверхня, що піддається корозії)

Для розв'язання (19) аналітично можна записати рівняння в оберненій формі:

$$\begin{aligned} \dot{h} &= 1 / t' \Rightarrow \\ t' &= -1 / (C_1 + C_2 / h^2) = h^2 / (C_1 h^2 + C_2), \end{aligned} \tag{20}$$

а його розв'язок матиме вигляд

$$t(h) = -(h - h_0) / C_1 + 1 / C_1 \sqrt{C_2 / C_1} \cdot (\arctg(\sqrt{C_1 / C_2} \cdot h) - \arctg(\sqrt{C_1 / C_2} \cdot h_0)). \tag{21}$$

Тут  $t(0) = T_{kr}$  характерний критичний час, тобто час повного розчинення (внаслідок зношування в умовах поверхневої корозії) найбільш навантаженої ділянки.

Проаналізовано характерні навантаження стержня. У випадку рівномірно розподіленого навантаження ( $q = const$ )

$$\begin{aligned} d^2 M / dz^2 &= q \Rightarrow \\ M(z) &= q \cdot z(l - z) / 2 \Rightarrow \\ \sigma(z, t) &= (3q \cdot z(l - z)) / (b \cdot h^2(t)). \end{aligned} \tag{22}$$

Тоді з урахуванням (22) закон стоншування можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} dh / dt &= -C_1 - C_2 \cdot 3q \cdot z(l - z) / (b \cdot h^2) = \\ &= -C_1 - \hat{C}_2(z) / h^2(t). \end{aligned} \tag{23}$$

Задаючись конкретними значеннями (для модельної задачі)  $C_1 = 1, C_2 = 1$ , а також  $l = 10, q = 1, b = 1, h_0 = 1$ , отримано залежності напружень на нижній поверхні  $S^{\wedge}$ , що змінюються в часі (рис. 4). На графіках рис. 4 час "t" та просторова координата "z" представлені в інтервалах  $[0..T_{kr}]$  та  $[0..l]$  відповідно (числами позначені номери точок дискретизації по "t" та по "z").

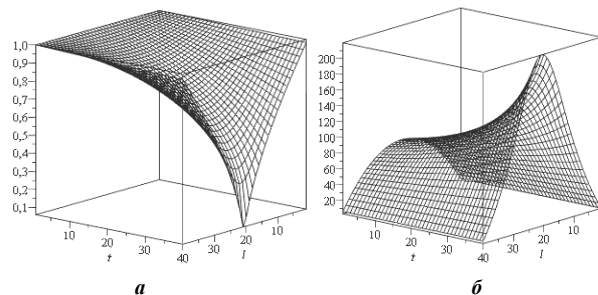


Рисунок 4 – Результати розрахунку товщини і напружень у стержні під дією розподіленого навантаження: а – зміна товщини, б – зміна згинних напружень

Із урахуванням взаємопов'язаності процесів стоншування та НДС на основі розв'язків модельних задач для шарнірно опертого стержня про дію розподіленого рухомого навантаження, синтезу раціонального розподілу матеріалу тощо, показано, що характер зростання напружень і зменшення товщини стержня є процесом, який на початковому етапі є майже лінійним, а далі – різко прогресуючим у часі та локалізованим у зонах високих напружень. Ці особливості враховані при програмно-модельній реалізації запропонованого підходу до аналізу і синтезу складних просторових тонкостінних конструкцій.

**Комп'ютерна реалізація створеного інструменту аналізу НДС та ВЧФК для дослідження тонкостінних машинобудівних конструкцій**

Структура створеного спеціалізованого програмно-модельного комплексу показана на рис. 5. Запропоновано спосіб організації числових досліджень із залученням СПМК, що об'єднують спеціальним чином підготовлені параметричні геометричні та скінченно-елементні моделі досліджуваних об'єктів, спеціалізовані програмні модулі,

що здійснюють варіювання цих моделей, а також універсальні програмні комплекси-розв'язувачі (типу Ansys, Abaqus, Nastran) і додаткові програмні модулі для пост-процесингу одержуваних результатів.

У аналітичній формі розглянуто декілька сценаріїв стоншення шарнірно опертого стержня складного поперечного перерізу (рис. 6-8). Тут і далі вводяться відносні величини  $\lambda_w = w(\alpha) / w(0)$ ;  $\lambda_\omega = \omega(\alpha) / \omega(0)$ ; де  $w, \sigma, \omega$  – прогини, напруження та ВЧ стержня відповідно. Виявлено тенденції зміни НДС та ВЧ і форм коливань для ряду оболонково-стержневих конструкцій. Установлено, що при малому змінюванні товщини ТЕМК відбувається лінійна зміна компонент НДС та ВЧФК коливань.

Процес стоншування описується або відношенням лінійних розмірів  $\alpha$ , або площі  $\delta$ . Видно, що лінеаризовані за теорією збурень – ТЗ (штрихова лінія, рис. 6) залежності дають значну похибку, в той час як апроксимація за запропонованим підходом (ЗП) за січною точкою на кривій, яка відповідає максимально допустимому



Рисунок 5 – Структура СПМК для аналізу НДС та ВЧФК ТЕМК з урахуванням стоншування

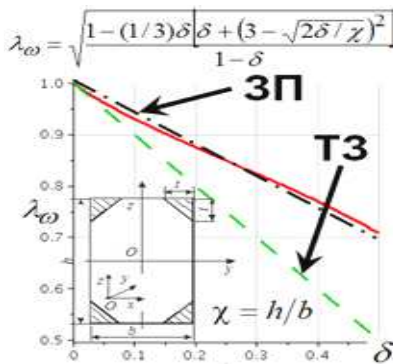


Рисунок 6 – Відносна зміна ВЧ в інтервалі  $\delta \in [0, 0,5]$

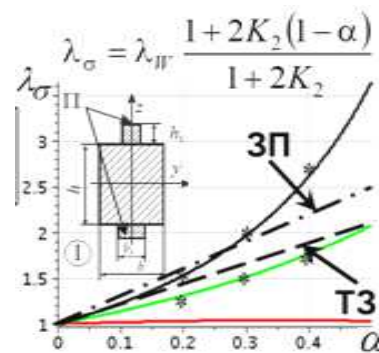


Рисунок 7 – Відносна зміна прогину  $\lambda_w$  (а) та напруження  $\lambda_\sigma$  від параметра стоншування  $\alpha$  при різних параметрах перетину (маркерами позначено розв'язки, отримані за допомогою МСЕ)

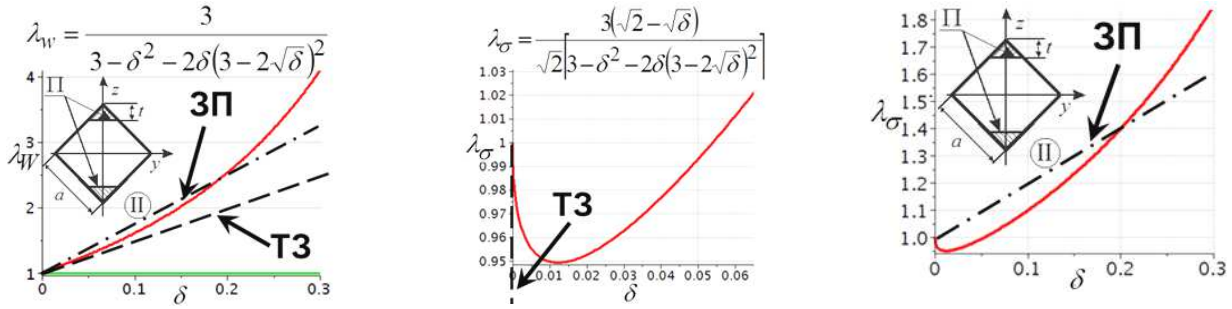


Рисунок 8 – Відносні залежності  $\lambda_w$  та  $\lambda_\sigma$  від параметру стоншування  $\delta$

рівню стоншення (в даному випадку  $\delta = 0,25$ , на рисунку – штрих-пунктир), дає можливість зменшити похибку до 2%, причому вона мінімальна при  $\delta \rightarrow 0$  та  $\delta \rightarrow 0,25$  (тобто для номінального та максимально стоншеного поперечного перерізу).

З рис. 7 видно, що у всіх випадках "січні" (відповідають запропонованому у роботі підходу, на рисунках - штрих-пунктир) набагато ближче до аналітично отриманої кривої, ніж "дотичні" (які відповідають ТЗ, на рис. 7 – штрихова лінія).

Результати розрахунку контрольних величин для шарнірно опертого стержня ромбовидного ( $\alpha = t/a$ ,  $\delta = 2t^2/a^2$ ) поперечного перерізу представлені на рис. 8. За аналогією з наведеними вище співвідношеннями для цього випадку отримано вирази:

$$\lambda_w = 3 / (3 - \delta^2 - 2\delta(3 - 2\sqrt{\delta}))^2; \tag{24}$$

$$\lambda_\sigma = 3(1 - \sqrt{\delta}) / (3 - \delta^2 - 2\delta(3 - 2\sqrt{\delta}))^2.$$

Залежність відносного прогину  $\lambda_w$  (рис. 8, a) схожа з аналогічними залежностями, а от залежність напружень  $\lambda_\sigma$  демонструє специфічну поведінку при малих  $\delta (< 0,05)$ . Ця особливість полягає, по-перше, у наявності спаданої ділянки  $\lambda_\sigma(\delta)$  на інтервалі приблизно до  $\delta \approx 0,012$ , а по-друге, лінеаризована залежність має кореневу особливість похідної при  $\delta \rightarrow 0$ . Таким чином, лінеаризація за ТЗ в околі нуля не є коректною. Це свідчить, що в деяких випадках застосування залежностей, отриманих на основі ТЗ, призводить не тільки до кількісних, але і до якісних невідповідностей одержуваних результатів.

Також досліджено більш складні оболонкові конструкції. На рис. 9 представлені дані для коробчастого шарнірно закріпленого стержня. Характерним є окремий випадок: зміна ВЧ коливань стержня при одночасному стоншенні короба зсередини та зовні. Стоншення задається збільшенням/зменшенням параметрів  $h_1$  та  $h_2$  (рис. 10):

$$h_1 = h_1^0(1 + \psi); h_2 = h_2^0(1 - \varphi) \tag{25}$$

$$h_1^0 / h_2^0 = K \in [0,1].$$

Тоді зміна ВЧ описується виразом:

$$\lambda_w = \sqrt{\frac{(1-K)(1-\varphi)^3 - K^3(1+\psi)^3}{(1-K^3)(1-\varphi - K(1+\psi))}}. \tag{26}$$

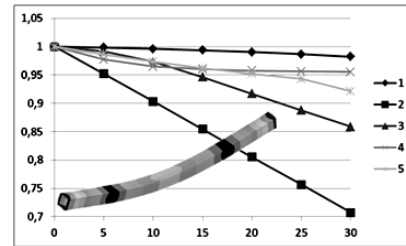


Рисунок 9 – Відносна зміна власних частот №1-5 при стоншенні (%) стінок елементів стержня коробчастого перетину

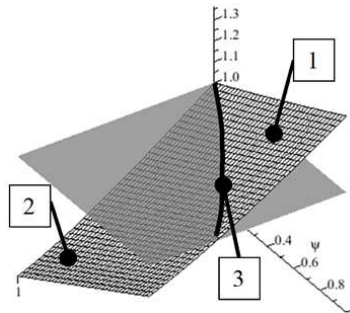


Рисунок 10 – Відносна зміна ВЧ  $\lambda_\omega$  від ступеня стоншення  $\varphi, \psi$

Як видно з рис. 10, в площині  $(\varphi, \psi)$  існують області збільшення параметра  $\lambda_\omega$  (відповідають номеру 1), області зменшення (номер 2), а також "лінія стабільності" 3 на границі областей 1 та 2. Уздовж цієї лінії  $\lambda_\omega = 1$ , тобто при заданні такого спеціального сценарію стоншування, ВЧ залишаються незмінними. Аналіз наведених вище результатів свідчить про можливість реалізації різноспрямованих змін спектру ВЧ коливань за рахунок вибору сценаріїв стоншування (в тому числі – і стабілізації спектра).

Аналіз результатів розв'язання представлених тестових задач підтверджує можливість застосування запропонованого в роботі підходу до лінеаризації розв'язків задач визначення НДС і спектру ВЧ за ступенями стоншення тонкостінних елементів досліджуваних конструкцій. Крім того, продемонстрована у багатьох випадках більша (порівняно із залежностями на основі теорії збурень) точність апроксимації на інтервалі стоншення (до 20–30%). Таким чином, прогнозовані раніше тенденції та особливості отримали підтвердження на низці частинних задач і об'єктів.

**Розв'язання прикладних задач**

Розроблений інструмент числових досліджень застосовано для розв'язання прикладних задач для реаль-

них машинобудівних конструкцій. На прикладі дослідження НДС металокопструкції крана-перевантажувача ПМГ-20 проведено оперативне розв'язання задач визначення раціонального перерозподілу матеріалу між основною балкою перевантажувача ПМГ-20 та його шпренгельною системою (рис. 11), змінено структуру верхньої будови (рис. 12) та визначено її раціональні параметри.

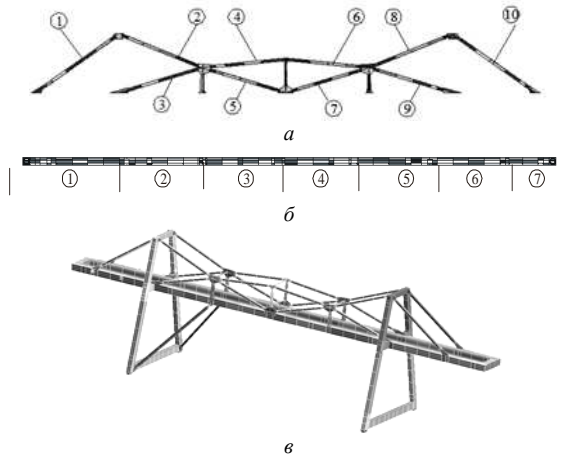


Рисунок 11 – Основні елементи силової структури перевантажувача ПМГ-20 з номерами структурних елементів: а – шпренгельна система (розкоси №1-10), б – головна мостова балка (секції №1-7), в – повна модель перевантажувача

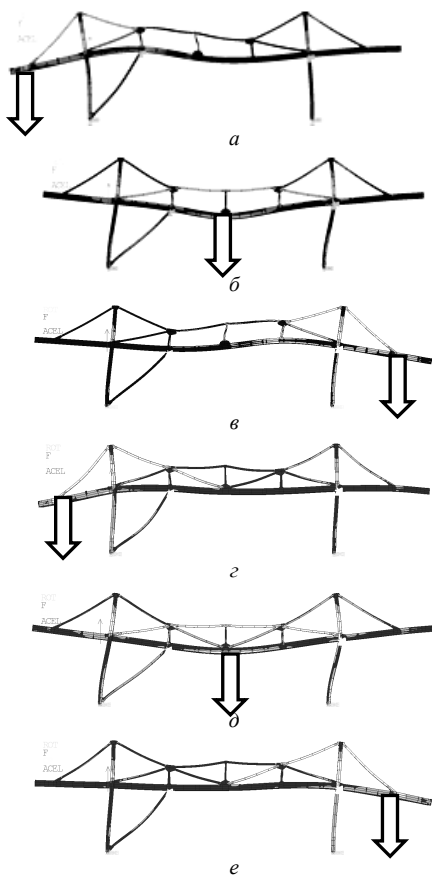


Рисунок 12 – Варіанти конструктивних рішень та відповідний НДС: а, б, в – варіант без серединних опорних розкосів (прототип), з, д, е – посилений варіант

Якщо позначити площу серединних поверхонь балки як  $S_M$ , а шпренгельної системи  $S_{III}$ , то позначаючи через  $\alpha_M, \alpha_{III}$  ступені стоншування цих елементів відповідно, задача формулюється у вигляді мінімізації еквівалентних напружень:

$$\sigma_V^{\text{э}} \rightarrow \min ; \sigma_V^{\text{э}} \leq [\sigma] ; w^{\text{max}} \leq [w], \quad (27)$$

де  $\alpha$  – загальна інтенсивність зменшення товщини усіх стінок металокопструкції,  $[\sigma]$  – допустимі напруження,  $[w]$  – максимально допустимий прогин прольоту основної балки.

Залежності максимальних напружень від ступеня зміни товщини елементів крана-перевантажувача наведені на рис. 13–15. Видно, що ці залежності можна лінеаризувати в околі номінальних товщин. Таким способом вдалося на 10% зменшити масу верхньої будови перевантажувача на етапі проектування.

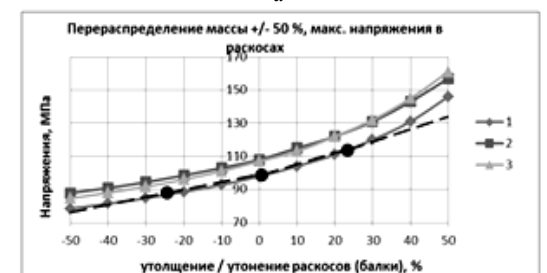


Рисунок 13 – Зміна максимальних напружень при перерозподілі маси між шпренгельною системою та головною балкою для трьох характерних положень грейферного візка (дві консолі та середина прольоту): а – в балці, б – в розкосах

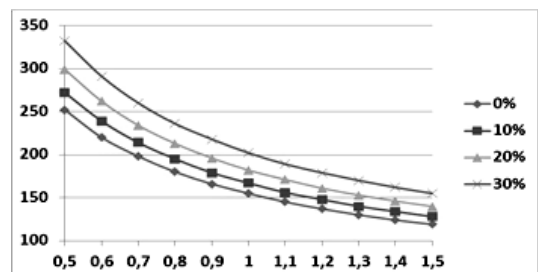


Рисунок 14 – Зміна максимальних напружень (МПа) при зниженні маси мостової балки та шпренгельної системи

Для розв'язання зазначених задач використовувалися лінеаризовані залежності маси, напружень та прогинів від зміни товщини елементів ( $\alpha, \alpha_M, \alpha_{III}$ ). Це значно зекономило час та витрати обчислювальних ресурсів,

оскільки кількість розрахунків зменшується на декілька порядків при використанні лінеаризації "реперними" розв'язками порівняно із багатоваріантними розрахунками. Такий же підхід застосовано при визначенні впливу стоншування як окремих елементів, так і одночасно всієї конструкції (рис. 15) перевантажувача.

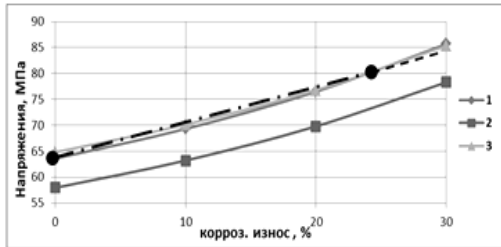


Рисунок 15 – Збільшення максимальних напружень в балці при одночасному стонненні всіх елементів

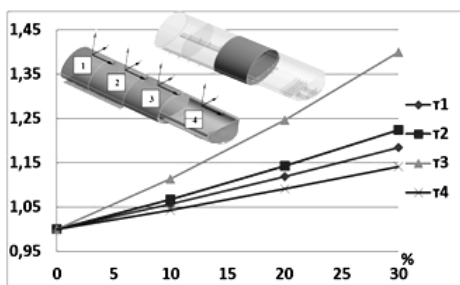


Рисунок 16 – Відносні зміни переміщень у напрямку вертикальної осі для чотирьох контрольних точок при стонненні секції паливної цистерни

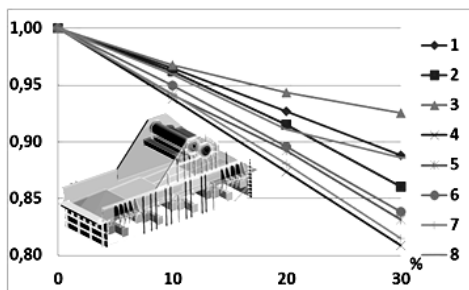


Рисунок 17 – Зміна власних частот (%) при стонненні другої вибівної решітки конструкції вібромашини "грохот"

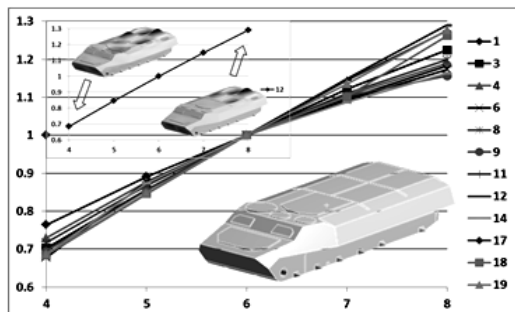


Рисунок 18 – Зміна окремих власних частот (%) корпусу МТ-ЛБ при зміні товщини листів, мм (порівняно із базовим, 6 мм)

Подібні дослідження НДС та ВЧ коливань проведено і продемонстровано можливості лінеаризації результатів для автоцистерни аеродромного паливозаправника (рис. 16), вібромашини "грохот" (рис. 17), багатощи-

льового тягача МТ-ЛБ (рис. 18).

Отримані при розв'язанні прикладних задач результати дають підстави для наступних висновків: запропоновані в роботі моделі продемонстрували свою застосовність, точність і ефективність не тільки для модельних задач, але і для реальних машинобудівних конструкцій.

### Експериментальні дослідження

Для підтвердження тенденцій зміни компонент НДС та власних частот коливань тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій, а також оцінки точності числових досліджень проведено їх порівняння з результатами експериментальних досліджень. Дослідження проведено на двох об'єктах: на макеті секції основної балки перевантажувача до ПМГ-20 (рис. 19), а також в умовах реального виробництва – на перевантажувачах подібної до ПМГ-20 конструкції. У ході проведення розрахунково-експериментальних досліджень виконано співставлення результатів числового моделювання (за допомогою МСЕ) і даних, отриманих експериментальним шляхом.

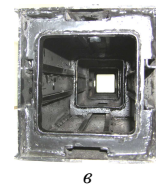
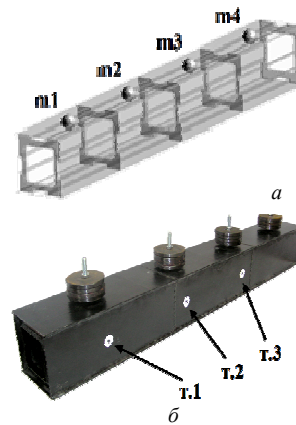


Рисунок 19 – Збурення, що вносяться в конструкцію шляхом розміщення додаткових мас: а – масові елементи в розрахунковій комп'ютерній моделі, б – вантажі, закріплені на макеті секції, в – внутрішня структура секції

При лабораторних дослідженнях на макет здійснювався вплив шляхом закріплення низки точкових мас, якими виступали вантажі з масами кожного 0.5÷2 кг, розташовані у середніх частинах відсіків (рис. 19 а, б). Отримано розподіли амплітуд при частотах, що містяться в Фур'є-сигналі відгуку, який вдалося зареєструвати у результаті ударного збудження. Абсолютна та відносна відмінність результатів розрахунку і експерименту показані на рис. 20. Видно, що результати добре узгоджуються (похибка на рівні 10%).

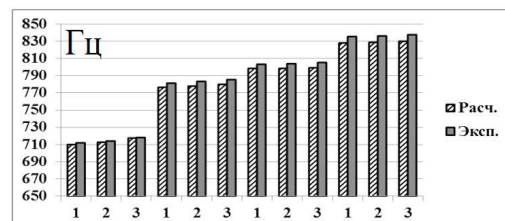


Рисунок 20 – Співставлення результатів числового і натурного експериментів

Проведені лабораторні дослідження демонструють, що, як і прогнозувалося в ході числових досліджень, при малих збуреннях інерційно-жорсткісних властивостей



ТЕМК зміна ВЧ приблизно прямо пропорційна збуренню, що вноситься (рис. 21).

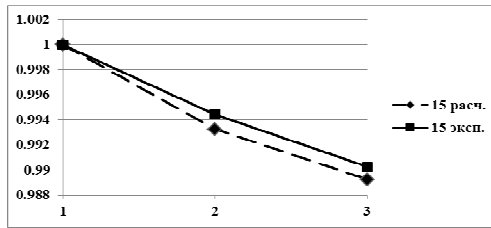


Рисунок 21 – Порівняння розрахункових і експериментальних змін ВЧ

Крім лабораторних вимірювань, також для оцінки точності проведених числових досліджень використано результати технічних обстежень машини-аналога фірми

Рисунок 22 –  
Перевантажувач  
грейферний: розташування  
н'єзоперетворювачів АЕ  
та тензорезисторів  
на мостовій балці:  
1...59 – номери відсотків;  
⊙ – н'єзоперетворювач АЕ;  
∇ – тензорезистори;  
1,2,...,20 – мостові балки  
між вісями;  
I – V – шпренгельні стійки

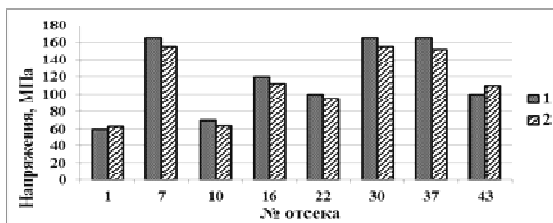
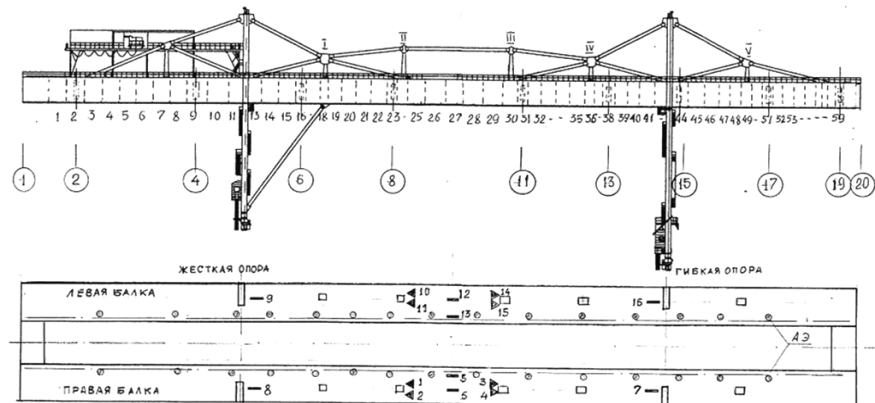


Рисунок 23 – Напруження у досліджуваних відсіках правої основної балки: 1 – дані магнітного контролю, 2 – результати проведеного числового експерименту

Таким чином, узгодженість результатів числового моделювання із низкою експериментальних даних (похибка не перевищує 15%) свідчить про застосовність запропонованого в роботі підходу: відновлення шуканого розв'язку на підставі суперпозиції набору "реперних" розв'язків.

## Висновки

У роботі запропоновано підхід до розв'язання задач аналізу конструкційної міцності тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій шляхом подання компонент напружено-деформованого стану та ВЧФК у вигляді лінеаризованих залежностей, одержуваних на основі прямого збурення їхніх скінченно-елементних моделей. Основні результати роботи полягають в наступному.

1. Аналіз методів визначення чутливості компонент НДС та ВЧФК із застосуванням апарату теорії збурень показав, що їх точність з ростом ступеня стоншування до малих, але скінченних, значень суттєво знижується. Ця обставина висуває до розгляду задачу удосконалення

ТАКРАФ (рис. 22), в яких вимірювалися товщини листів конструкції методом ультразвукової товщинометрії, НДС – методом електротензометрії і структуроскопії.

Отримані дані (карта розподілу товщин) дають можливість для порівняння експериментально вимірних напружень з обчисленими за допомогою скінченно-елементних моделей МСЕ, товщини окремих панелей у якій відповідають дійсним товщинам елементів конструкції реального перевантажувача, зафіксованим при вимірюваннях поточного його стану. Порівняльні результати розрахункового і експериментального дослідження наведені на рис. 23. Ці результати відповідають випадку знаходження грейферного візка посередині прольоту моста.

цих методів, що сформувало задачі досліджень.

2. Для визначення залежностей компонент НДС та ВЧФК від ступенів стоншування ТЕМК пропонується їх лінеаризація за цими ступенями, коефіцієнти якої обчислюються на основі аналізу результатів розрахунків так званих "реперних" варіантів, тобто таких, що відповідають гранично допустимим (нормативно установленим) стоншенням окремого елемента конструкції (або їх групи). Після цього розв'язок при будь-яких сценаріях стоншування отримується лінійною комбінацією "реперних". При цьому забезпечується точність цих виразів, причому при наближенні до граничних стоншень точність збільшується, а не падає, як у традиційних методах аналізу чутливості.

3. На прикладі розв'язання тестових задач про пов'язані процеси стоншування та НДС тонкостінних конструкцій установлено, що вони є взаємоприскорюваними прогресуючими в часі та переважно локалізованими в зонах високих напружень процесами. У той же час на початкових етапах спостерігається приблизно лінійна поведінка, що підтверджує можливість лінеаризації залежностей між компонентами НДС, ВЧФК та ступенями стоншення тонкостінних конструкцій. Ця встановлена та підтверджена особливість була використана в роботі, що відрізняє запропонований підхід від традиційних.

4. Для окремих випадків стержнів, пластин та оболонок встановлено характер зміни компонент НДС та власних частот коливань при розвитку процесу стоншування. Показана можливість реалізації різноспрямованих тенденцій зміни переміщень та напружень, а також власних частот, що відповідають різним формам коливань.

Продемонстрована можливість лінеаризації залежностей компонент НДС від ступеня стоншення аж до 20-30% від розмірів поперечного перерізу з допустимою похибкою на рівні 5%.

5. У ході розв'язання прикладних задач для забезпечення конструкційної міцності перевантажувача ПМГ-20 із застосуванням запропонованого підходу поставлені та розв'язані задачі обґрунтування раціональної структури верхньої будови, а також доцільність перерозподілу матеріалу з основної балки у шпренгельну систему. Обґрунтовано параметри металоконструкції, які забезпечують зниження маси верхньої будови на 10% та забезпечення заданого рівня напружень та переміщень при різних сценаріях стоншення до рівня 20% товщини стінок.

6. Експериментально на макетних та натурних зразках перевантажувачів підтверджена точність проведених числових розрахунків. Відмінність чисельно та експериментально отриманих результатів не перевищує 10-15%.

Розроблені підходи, методи і моделі у подальшому планується застосувати до досліджень широкого класу ТЕМК. При цьому зміну товщини елементів цих конструкцій можуть викликати не тільки експлуатаційні чинники, але й варіювання на етапі проектних досліджень із метою поліпшення технічних характеристик ТЕМК, оскільки природа виникнення зміни товщини ТЕМК не обмежувалася, то відповідні тенденції зміни компонент НДС і ВЧФК залишаються чинними за будь-яких варіантів причин їх виникнення. Це дає змогу варіювати ці параметри відповідно до конкретних умов тих чи інших задач.

#### Список літератури

1. Гольденвейзер А.Л. Теория тонких упругих оболочек / А.Л. Гольденвейзер. – М.: Наука, 1976. – 512 с.
2. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. / В.Л. Бидерман. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
3. Власов В.З. Избранные труды. Общая теория оболочек. Том 1 / В.З. Власов. – М.: Изд-во Академии наук СССР, 1962. – 528 с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. / Перев. с англ. под ред. Б.Е. Победри. / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542.
5. Гринев В.Б. Оптимизация элементов конструкций по механическим характеристикам / В.Б. Гринев, А.П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1975. – 294 с.
6. Гринев В.Б. Оптимизация стержней по спектру собственных значений / В.Б. Гринев, А.П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1979. – 211 с.
7. Гусев Ю.Б. Обоснование параметров высоконагруженных машин на основе моделирования напряженно-деформированного состояния с учетом деградации свойств основных элементов: дис... кандидата техн. наук: 05.02.02 / Гусев Юрий Борисович. – Мариуполь, 2009. – 227 с.
8. Панасюк В. Методи оцінки корозійно-механічної пошкоджуваності та роботоздатності елементів конструкцій теплоенергетичного устаткування / В. Панасюк, І. Дмитрах, А. Сиротюк // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Пр. конф. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2008. – С. 7-8.
9. Панасюк В. Прогнозування довговічності циклічно навантажуваних елементів конструкцій / В. Панасюк, О. Остап, Р. Чепіль // 8-й між нар. симпозиум укр. інж.-механіків у Львові: Тези доп. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2007. – С. 5-6.
10. Бобир М. Прогнозування ресурсу елементів конструкцій для умов малодовговічного навантаження / М. Бобир, В. Коваль // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Пр. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2008. – С. 10-11.
11. Долінський В.М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии / В.М. Долінський // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1967. - №2. - С. 9-10.
12. Долінський В.М. Изгиб труб под действием внешней агрессивной среды / В.М. Долінський, В.А. Сиротенко, В.И. Черемская // В сб.: Расчет элементов конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред. – Саратов, 1985. – С. 26-27.
13. Пронина Ю.Г. Оценка долговечности упругой трубы под действием продольной силы и давления в условиях равномерной поверхностной коррозии / Ю.Г. Пронина // Деформация и разрушение материалов. – 2009. – №2. – С. 41-44.

14. Пронина Ю.Г. Расчет долговечности упругой трубы под действием продольной силы, давления и осесимметричного нагрева в условиях равномерной коррозии / Ю.Г. Пронина // Проблемы прочности и пластичности. – 2009. – Вып. 71. – С. 129-135.
15. Петранов Э.Г. Долговечность упругого полого цилиндра под действием продольной силы в агрессивных средах / Э.Г. Петранов, Ю.Г. Пронина // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Сб. тр. СПбГУ. – СПб: СПбГУ, 2005. – Вып. 9. – С. 233-244.
16. Дворядкина М.В. Равномерный коррозионный износ упругой сферической оболочки под постоянным давлением / М.В. Дворядкина, Ю.Г. Пронина // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Сб. тр. СПбГУ. – СПб: СПбГУ, 2005. – Вып. 9. – С. 245-259.
17. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
18. Тачченко А. Ю. Методы расчета напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций при изменении толщины в процессе эксплуатации: дис... кандидата техн. наук: 05.02.09 / Тачченко Андрей Юрьевич. – Харьков, 2013. – 209 с.

#### References (transliterated)

1. Gol'denvejzer A.L. Teorija tonkih uprugih obolochek / A.L. Gol'denvejzer. – Moscow: Nauka, 1976. – 512 p.
2. Biderman V.L. Mehanika tonkostennykh konstrukcij. Statika. / V.L. Biderman. – Moscow: Mashinostroenie, 1977. – 488 p.
3. Vlasov V.Z. Izbrannye trudy. Obshhaja teorija obolochek. Tom 1 / V.Z. Vlasov. – Moscow: Izd-vo Akademii nauk SSSR, 1962. – 528 p.
4. Zenkevich O. Metod konechnykh jelementov v tehnike. / Perv. s angl. pod red. B.E. Pobedri. / O. Zenkevich. – Moscow: Mir, 1975. – 542 p.
5. Grinev V.B. Optimizacija jelementov konstrukcij po mehani-cheskim harakteristikam / V.B. Grinev, A.P. Filippov. – Kiev: Nauk. dumka, 1975. – 294 p.
6. Grinev V.B. Optimizacija sterzhnej po spektru sobstvennykh znachenij / V.B. Grinev, A.P. Filippov. – Kiev: Nauk. dumka, 1979. – 211 p.
7. Gusev Ju.B. Obosnovanie parametrov vysokonagruzhennykh ma-shin na osnove modelirovanija naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija s uchetoм degradacii svojstv osnovnykh jelementov: dis... kandidata tehн. nauk: 05.02.02 / Gusev Jurij Borisovich. – Mariupol', 2009. – 227 p.
8. Panasyuk V. Metody otsinky korozijno-mekhanichnoy poshkodzhuvanosti ta robotozdatnosti elementiv konstruktsiy teploenergetychnoho usta-tkuvannya / V. Panasyuk, I. Dmytrakh, A. Syrotyuk // Teoriya ta praktyka ratsional'noho proektuvannya, vyhotovlennya i ekspluatatsiyi mashynobudivnykh konstruktsiy: Pr. konf. – L'viv: KINPATRI LTD, 2008. – P. 7-8.
9. Panasyuk V. Prohnozuvannya dovhovichnosti tsyklichno navantazhuvanykh elementiv konstruktsiy / V. Panasyuk, O. Ostash, R. Chepil' // 8-y mizh nar. sympozium ukr. inzh.-mekhanikiv u L'vovi: Tezy dop. – L'viv: KINPATRI LTD. – 2007. – P. 5-6.
10. Bobyr M. Prohnozuvannya resursu elementiv konstruktsiy dlya umov malotsyklovoho navantazhennya / M. Bobyr, V. Koval' // Teoriya ta praktyka ratsional'noho proektuvannya, vyhotovlennya i ekspluatatsiyi mashynobudivnykh konstruktsiy: Pr. – L'viv: KINPATRI LTD, 2008. – P. 10-11.
11. Dolinskij V.M. Raschet nagruzhennykh trub, podverzhennykh korrozii / V.M. Dolinskij // Himicheskoe i nefтяное mashinostroenie. – 1967. – №2. – P. 9-10.
12. Dolinskij V.M. Izgib trub pod dejstviem vneshnej agressivnoj sredy / V.M. Dolinskij, V.A. Sirotenko, V.I. Cheremskaja // V sb.: Raschet jelementov konstrukcij, podvergajushhijhsja vozdejstviyu agressivnykh sred. – Saratov, 1985. – P. 26-27.
13. Pronina Ju.G. Ocenka dolgovechnosti uprugoj truby pod dejstviem prodol'noj sily i davlenija v uslovijah ravnomernoj poverhnostnoj korrozii / Ju.G. Pronina // Deformacija i razrushenie materialov. – 2009. – No 2. – P. 41-44.
14. Pronina Ju.G. Raschet dolgovechnosti uprugoj truby pod dejstviem prodol'noj sily, davlenija i osesimmetrichnogo nagreva v uslovijah ravnomernoj korrozii / Ju.G. Pronina // Problemy prochnosti i plastichnosti. – 2009. – No 71. – P. 129-135.
15. Petranov Je.G. Dolgovechnost' uprugogo pologo cilindra pod dejstviem prodol'noj sily v agressivnykh sredah / Je.G. Petranov, Ju.G. Pronina // Nelinejnye problemy mehaniki i fiziki deformiruемого твердого тела: Sb. tr. SPbGU. – SPb: SPbGU, 2005. – No 9. – P. 233-244.
16. Dvorjadkina M.V. Ravnomyemij korrozionnyj iznos uprugoj sfericheskoj obolochki pod postojannym davleniem / M.V. Dvorjadkina, Ju.G. Pronina // Nelinejnye problemy mehaniki i fiziki deformiruемого твердого тела: Sb. tr. SPbGU. – SPb.: SPbGU, 2005. – No 9. – P. 245-259.
17. Vasidzu K. Variacionnye metody v teorii uprugosti i plastichnosti / K. Vasidzu. – Moscow: Mir, 1987. – 542 p.
18. Tanchenko A. Ju. Metody rascheta naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija tonkostennykh konstrukcij pri

*Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions*

**Методи дослідження напружено-деформованого стану тонкостінних конструкцій при варіюванні товщини / Гриньов В.Б., Танченко А.Ю., Ткачук М.А., Грабовський А.В., Гусев Ю.В., Набоков А.В., Лісовол Я.М.** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 33–43. – Бібліогр.: 18 назв. – ISSN 2079-0775.

**Методы исследования напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций при варьировании толщины / Гринев В.Б., Танченко А.Ю., Ткачук Н.А., Грабовский А.В., Гусев Ю.В., Набоков А.В., Лисовол Я.М.** // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 33–43. – Библиогр.: 18 назв. – ISSN 2079-0775.

**Methods of stress-strain state research for thin-walled structures at thickness varying / Grinev V.B., Tanchenko A.Yu., Tkachuk N.A., Grabovsky A.V., Gusev Yu.V., Nabokov A.V., Lisovol Ya.M.** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – P. 33–43. – Bibliogr.: 18. – ISSN 2079-0775.

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Гриньов Володимир Борисович** – доктор технічних наук, професор, Харківський національний університет будівництва та архітектури, завідувач кафедри будівельної механіки.

**Гринев Владимир Борисович** – доктор технических наук, профессор, Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, заведующий кафедрой строительной механики.

**Grinyov Volodymyr** – doctor of technical sciences, professor, Kharkov National University of Construction and Architecture, Head of the Department of Construction Mechanics.

**Танченко Андрій Юрійович** – кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

**Танченко Андрей Юрьевич** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

**Tanchenko Andrii** – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

**Ткачук Микола Анатолійович** – доктор технічних наук, професор, НТУ "ХПІ", завідувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

**Ткачук Николай Анатольевич** – доктор технических наук, профессор, НТУ "ХПИ", заведующий кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

**Tkachuk Mykola** – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, NTU "KhPI", Chief of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

**Грабовський Андрій Володимирович** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", старший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com.

**Грабовский Андрей Владимирович** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com.

**Grabovskiy Andriy** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Senior Researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

**Гусев Юрій Борисович** – генеральний конструктор КБ важкого машинобудування ТОВ Науково-інженерний центр КК "РейлТрансХолдинг", Маріуполь.

**Гусев Юрий Борисович** – генеральный конструктор КБ тяжелого машиностроения ООО Научно-инженерный центр УК "РэйлТрансХолдинг", Мариуполь

**Gusev Yuriy** – general designer of heavy machinery DB at the JSC "Science Engineering Center UK" RailTransHolding", Mariupol.

**Набоков Анатолій Володимирович** – НТУ "ХПІ", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076901.

**Набоков Анатолий Владимирович** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

**Nabokov Anatoliy** – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 7076901.

**Лісовол Яна Миколаївна** – аспірант, НТУ "ХПІ", кафедра "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01; e-mail: yana.lisowol@yandex.ua.

**Лисовол Яна Николаевна** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: yana.lisowol@yandex.ua.

**Lisovol Yana** – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: +38 (057) 707-69-01; e-mail: yana.lisowol@yandex.ru.