

УДК 621.833.1: 621.753.1

*В.Л. ДОРОФЕЕВ, Д.В.ДОРОФЕЕВ***ОТОБРАЖЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ И КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
В ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ В ПРОГРАММАХ ASGEARS И AEROFLANK**

В работе рассмотрены вопросы отображения погрешностей и контактных напряжений в зубчатых передачах многолиственными функциями в программах ASGEARS и AEROFLANK. Показано, что существующие методы не отражают важную для анализа качества зубчатых передач информацию. Вводится понятие многозначных и многолистных функций, позволяющих каждой фазе зацепления и сечению поставить в соответствие, как значения погрешностей зацепления, так и расчетные значения динамических контактных напряжений.

Ключевые слова: зубчатые передачи, погрешность, контактные напряжения, функциональное представление, многозначные функции, многолистные функции.

The paper deals with errors and display the contact stresses in gears multivalent functions. It is shown that the existing methods do not reflect important to analyze the quality of information transmission gear. The concept of multi-valued and multivalent functions, allowing each to each phase of engagement and section put in line, the values of engagement errors, and the calculated values of the dynamic contact stresses.

Keywords: gears, an error, contact stresses, functional performance, multi-valued function, multivalent functions

В роботі розглянуті питання відображення похибок і контактних напружень в зубчастих передачах багатолістих функціями в програмах ASGEARS і AEROFLANK. Показано, що існуючі методи не відображають важливу для аналізу якості зубчастих передач інформацію. Вводиться поняття багатозначних і багатолістих функцій, що дозволяють кожній фазі зачеплення і перетину поставити в відповідність, як значення похибок зачеплення, так і розрахункові значення динамічних контактних напружень

Ключові слова: зубчасті передачі, похибка, контактні напруги, функціональне уявлення, багатозначні функції, багатолісті функції

Введение. Актуальность задачи

Целью расчета зубчатых передач является обеспечение заданной несущей способности в течение заданного времени. Основным критерием выполнения этого условия является превышение допускаемых напряжений над действующими. Действующие напряжения зависят от точности зубчатых колес и геометрических параметров зацепления. Поэтому расчеты выполняются по стандартам геометрического расчета и по стандартам расчета действующих и допускаемых напряжений. Большое влияние на прочность зубчатых колес и на плавность хода зубчатой передачи оказывают погрешности профиля, шага и радиального биения колес. В соответствии со стандартами [1-4] эти параметры регламентируются своими предельными значениями. Но кроме этого в перечисленных стандартах предлагается и графическое их изображение. Однако стандартные методы отображения погрешностей недостаточно информативны для повышения качества зубчатых передач. Например, невозможно проследить за процессом входа зубьев в зацепление.

Зубчатая передача – это система, в которой фазовые соотношения между погрешностями и изменением жесткости зубьев имеют огромное значение. Чтобы изменить динамическое состояние зубчатой передачи, необходимо строго задавать необходимые фазовые сдвиги между погрешностью и жесткостью зацепления. Если найдены лучшие характеристики погрешности, то такая погрешность становится обязательной и называется модификация профиля или модификация направления зубьев. Но для этого необходимо регистрировать процесс зацепления каждой пары зубьев, однако существующие методы графического отображения погреш-

ностей это не позволяют выполнить.

Точность зубчатой передачи оценивается по многим показателям, но два из них: кинематическая погрешность и погрешность профиля зубьев наиболее полно (но для практического использования недостаточно) определяют качество зубчатой передачи.

Проблема в том, что практически все производители измерительной техники ограничиваются печатью протоколов измерения. Однако на этих протоколах нет ни номеров зубьев, находящихся в текущей фазе зацепления, ни координат точек контакта. Но и стандарты [5-7] не требуют этого. Как следствие, результаты измерений нельзя использовать для расчета контактных и изгибных напряжений в зубчатых передачах.

Для решения проблемы в работе [8] было предложено все динамически изменяемые параметры регистрировать не только функционально, но для каждой пары зубьев отдельно. Это означает, что регистрировать необходимо не только величину погрешности, но и координаты точки, в которой находится эта погрешность.

Математическая постановка задачи

Математическое определение функции такое: это отображение каждого элемента из множества независимых переменных X в множество значений F с помощью некоторого алгоритма или некоторой формулы, называемых функцией Y . Кратко это записывается в виде отображения:

$$Y: X \rightarrow F. \quad (1)$$

© Дорофеев В. Л., Дорофеев Д.В., 2016

Множество независимых переменных X в зубчатой передаче – это фаза зацепления, т.е. угол поворота **ведущего** колеса из некоторого начального положения. Множество значений F – это угол поворота **ведомого** колеса. Но в зубчатой передаче зависимость угла поворота ведомого колеса относительно ведущего зависит и от функции погрешности зубьев ведущего колеса, и от функции погрешности ведомого колеса. Поэтому определение отображения (1) уточним следующим приемом. Для каждой фазы зацепления, т.е. элемента $x \in X$, сначала определим погрешность и профиля, и шага зубьев двух колес, находящихся в зацеплении, при этом важно, чтобы функции погрешности профиля были определены не в одной точке, а по всему профилю. Кратко это запишется в виде:

$$\begin{aligned}
 A : x \in X &\Rightarrow \mathbb{N} \left\{ \begin{array}{l} f_{1i}(v_{1i}) \\ i \in 1, \dots, Z_1 \\ f_{2j}(v_{2j}) \\ j \in 1, \dots, Z_2 \end{array} \right\} \rightarrow \\
 &\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p_k(v_i) \\ k \in 1, \dots, (Z_1 \cdot Z_2) \end{array} \right\} \rightarrow \\
 &\rightarrow \sup \left\{ \begin{array}{l} \cup p_k(x) \\ k \in 1, \dots, (Z_1 \cdot Z_2) \end{array} \right\} \rightarrow F.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Полученная в результате отображения (2) функция $F(x) \in F$ – это функция кинематической погрешности зубчатой передачи. Формируется функция $F(x)$ из множества функций $p_k(x)$. В работе [8] совокупность функций $p_k(x)$ названа термином "многозначная функция кинематической погрешности", а совокупность функции $f_{1i,2j}(x)$, ранее, работе [9] была названа термином "прерывная кинематическая погрешность".

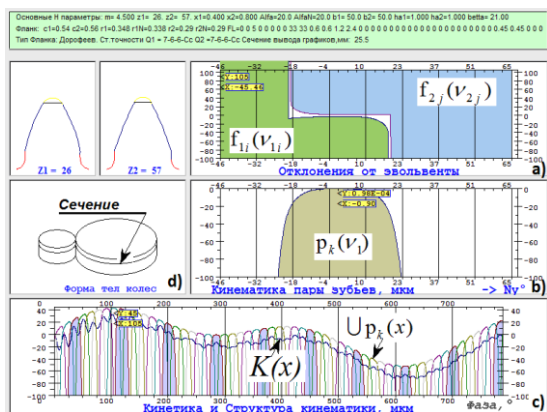


Рис. 1 – Графики функций погрешности, входящих в отображение (2)

На рис. 1 показаны графики функций, входящих в отображение (2). Функция кинематической погрешности $F(x)$ показана на рис. 2. На рис. 1 показано сечение, для которого определены функции $f_{1i,2j}(x)$, $p_k(x)$, $\cup p_k(x)$. В других сечениях перечисленные функции будут иметь другое изображение.

Отображение (2) описывает общую структуру алгоритма расчета. Конкретные формулы приведены авторами в работах [8, 10, 11].

Функциональный подход позволил решить ряд не только метрологических задач, но и задач расчета динамических напряжений и вибраций [10-12]. Причина в том, что отображение (2) привязано к конкретным точкам контакта зубьев, а значит, в этих точках можно определить и контактные напряжения, и толщину слоя смазки, и многие другие характеристики зубчатой передачи, которые также будут рассчитываться и отображаться многозначными функциями (рис. 2). Впоследствии термин "функция кинематической погрешности" стал применяться и другими исследователями зубчатых передач [13, 14], хотя и очень ограниченно.

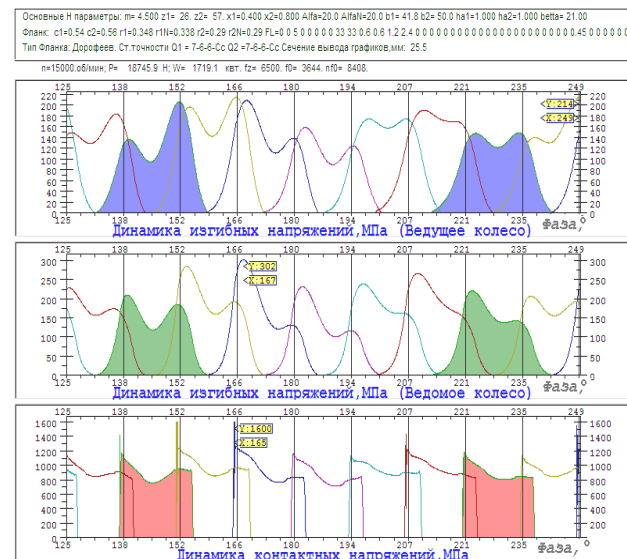


Рис. 2 – Графики многозначных функций изменения изгибных напряжений (для каждого зуба) и контактных напряжений (для каждой пары зубьев), действующих в среднем сечении колес

Решение задачи при помощи многолистных функций

Прежде чем переходить к описанию отображений погрешностей, контактных и изгибных напряжений в зубчатых передачах многолиственными функциями, рассмотрим некоторые терминологические проблемы. На рис. 3, а показаны два графика. Верхний график построен с помощью отображения (2) в российской терминологии – это Total tangential composite deviation (полное тангенциальное суммарное отклонение). По стандарту DIN 3960 это Einflanken-Walzabweichung (Однопрофильное отклонение обката). Но на рис. 3, а показан и второй график, расположенный ниже – эта погрешность образуется не только погрешностями геометрии, но и упругими деформациями зубьев и тел колес.

Как видно из рис. 3, а, характер погрешностей существенно отличается. Чтобы отличить одну функциональную погрешность от использован термин "кинетическая погрешность". На рис. 1, с эта функция обозначена символом $K(x)$. На рис. 3, а кинетическая погрешность – это второй нижний

график. Расстояние между двумя графиками определяет величину прогибы зубьев в зацеплении.

В зарубежной практике [13, 14] часто используется термин *transmission error* (трансмиссионная погрешность), но при использовании такого термина непонятно – это погрешность кинематики или погрешность от деформаций.

Если в эксперименте или расчетом получена

кинетическая погрешность как функция угла поворота ведущего колеса, то легко получить много других полезных показателей качества зубчатой передачи. Так, на рис. 3, б показан график функции мгновенной мощности, затрачиваемой на деформацию элементов зубчатой передачи, а на рис. 3, с показан спектр этой мощности.

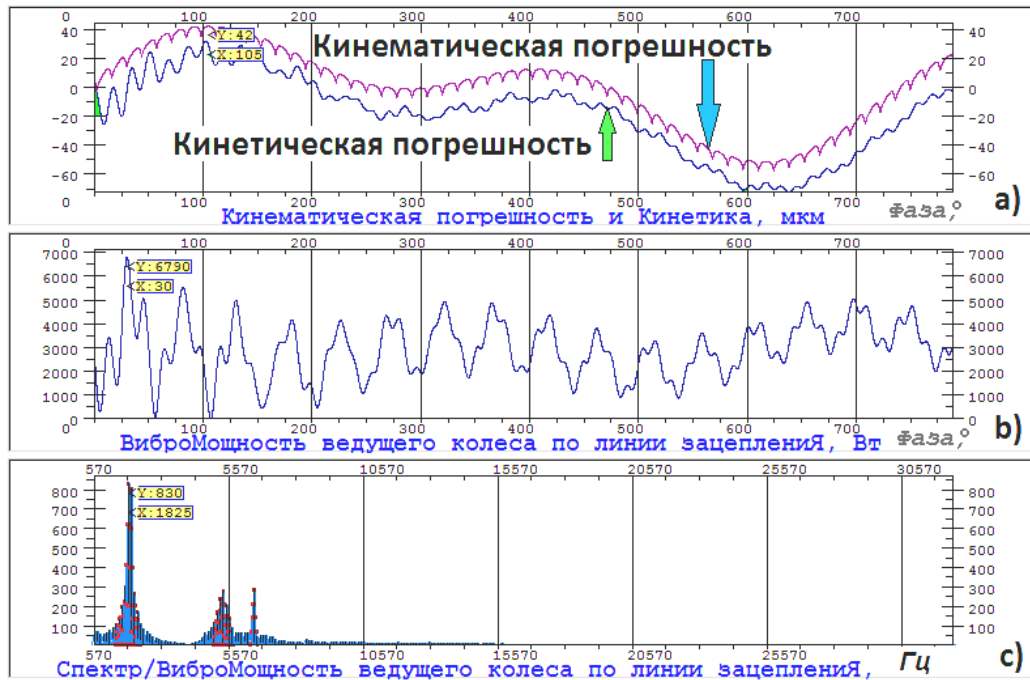


Рис. 3 – Процессы, протекающие в зубчатой передаче

Процесс нагружения зубьев зубчатой передачи часто сопровождается концентрацией напряжений, которые могут быть причиной преждевременного разрушения колес. Некоторые из таких концентраторов контактных напряжений были предсказаны д.т.н, проф. В.Н. Кудрявцевым [15, С. 179-181, 193-194] задолго до того, как появилась возможность их рассчитывать и измерять.

ной программы AEROFLANK концентраторы контактных напряжений В.Н. Кудрявцева могут быть строго рассчитаны; пример такого расчета показан на рис. 4. Если ширина зубьев ведущего и ведомого колес различна, то наблюдается концентрация напряжений у торцов зубьев. В эксперименте этот вид концентраторов хорошо виден на рис. 5.

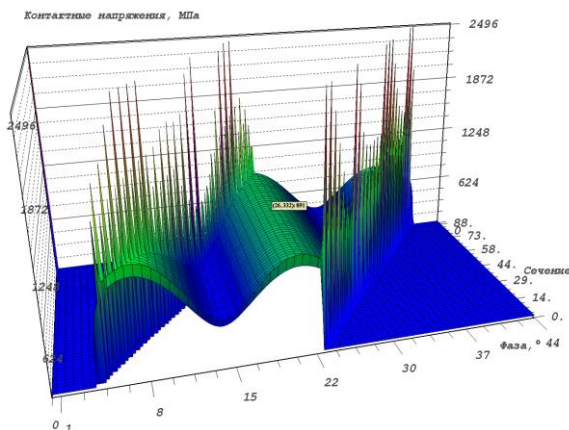


Рис. 4 – Концентраторы контактных напряжений Кудрявцева В.Н. на зубьях косозубой передачи

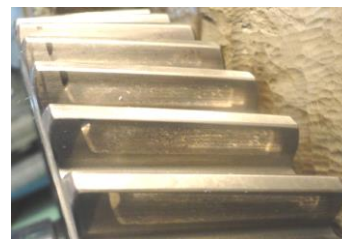


Рис. 5 – Следы концентрации контактных напряжений

Аналогичный результат получается расчетом (рис. 6).

Для получения результатов расчета, показанных на рис. 4 и рис. 6 необходимо увеличить размерность отображения (2). Введем дополнительную переменную – сечение как расстояние вдоль ширины зубьев колес. Тогда отображение (2) примет вид:

В настоящее время с помощью компьютер-

$$\begin{aligned}
 A : x, c \in X &\Rightarrow \mathcal{N} \left\{ \begin{array}{l} f_{1i}(c, v_{1i}) \\ i \in 1, \dots, Z_1 \\ f_{2j}(c, v_{2j}) \\ j \in 1, \dots, Z_2 \end{array} \right\} \rightarrow \\
 &\rightarrow \left\{ p_k(c, v_1) \right\}_{k \in 1, \dots, (Z_1 \cdot Z_2)} \rightarrow \\
 &\rightarrow \sup \left\{ \bigcup_{k \in 1, \dots, (Z_1 \cdot Z_2)} p_k(c, x) \right\} \rightarrow F.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Введение дополнительной размерности приводит к тому, что графические изображения составляющих функций будут выражаться листовыми поверхностями, их будем называть "многолистная функция".

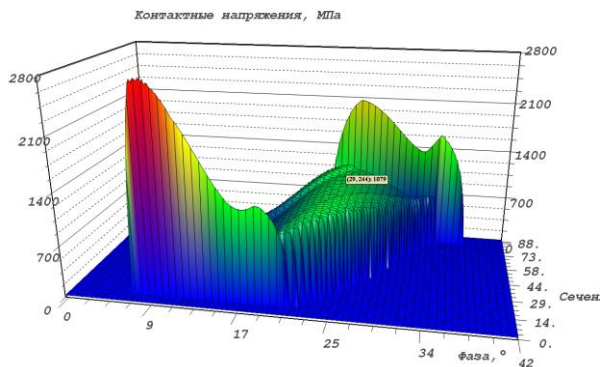


Рис. 6 – Концентрации контактных напряжений на зубьях косозубой передачи

На рис. 7 показан возможный вид многолистной функции погрешности $p_k(c, x)$. Если спроецировать многолистную функцию кинематической погрешности на координатную плоскость и взять верхнюю грань проекции, получим функцию кинематической погрешности $F(x)$ (рис. 7).

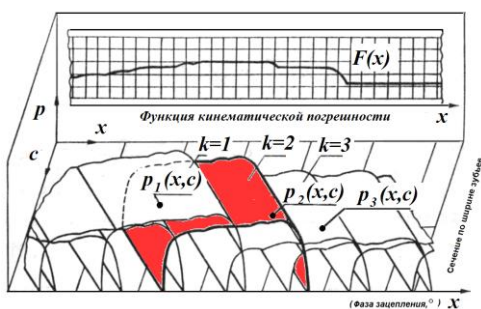


Рис. 7 – Многолистная функция кинематической погрешности

Результаты расчета, показанные на рис. 4, 6, получены как многолистные. Вследствие наложения графиков результаты выводятся отдельно для каждой пары зубьев. На рис. 8 показаны графические изображения результатов расчета мгновенной температуры во всех точках контакта 3-й и 4-ой пар зубьев, находящихся в зацеплении.

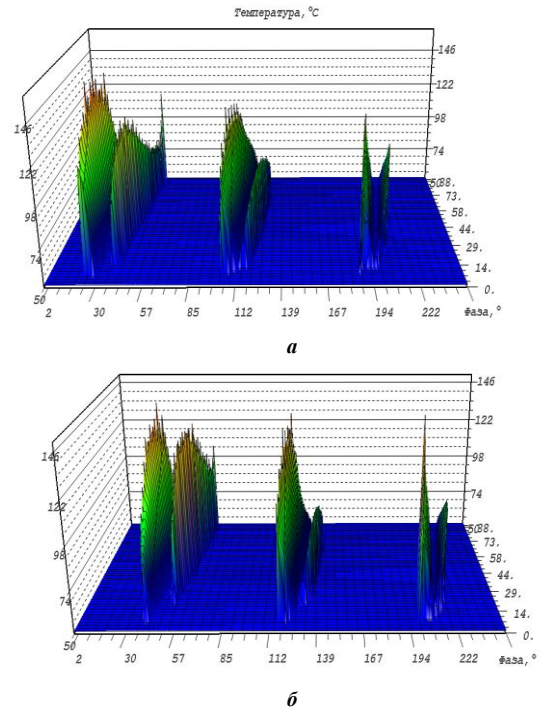


Рис. 8 – Многолистная функция мгновенной температуры в зацеплении: а – 3-ей пары зубьев, б – 4-ой пары зубьев

Выводы

Выполнено моделирование погрешностей и динамических контактных напряжений в зубчатом зацеплении. Задача решалась с применением функций в программах ASGEARS и AEROFLANK. Практическим результатом проведенных исследований является возможность выявить взаимосвязи между погрешностями зацепления и динамическими контактными напряжениями по фазам зацепления и парам зубьев.

Список литературы

1. ISO 6336. Calculation of load capacity of spur and helical gears, International Standardization Organization, 2006
2. DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Teil 1 bis 5, Beuth Verlag, Dezember 1987.
3. GOST 21354-87. Cylindrical involute gears of external gearing. Strength calculation, Russia Standardization Organization, 1987.
4. BDS 17108-89. Cylindrical involute gears of external gearing. Strength calculation, Sofia. Sofia. Committee on quality, 1990.
5. ГОСТ 1643-81. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. – М.: Издательство стандартов, 1981.
6. DIN 3961. Toleranzen für Stirnradverzahnungen, Beuth Verlag GmbH, Berlin und Köln Aug 1978.
7. ISO 1328-1:1995(E). Cylindrical gears — ISO system of accuracy — Part 1: Definitions and allowable values of deviations relevant to corresponding flanks of gear teeth. Genève, 1995.
8. Дорофеев В.Л. Основы расчета нагрузок и напряжений, действующих в зацеплении цилиндрических зубчатых передач / Дорофеев В.Л. // Вестник машиностроения, 1983. – № 3. – С. 14-16.
9. Нежурич И.П. Кинематическая точность зубчатых колес и ее контроль / Нежурич И.П. // Стандарты и качество. – 1963. – № 6. – С. 8-14.
10. Дорофеев В.Л. Учет геометрических отклонений профиля зубьев в расчетах цилиндрических передач / Дорофеев В.Л. // Вестник машиностроения. – 1986. – № 12. – С. 11-12.
11. Дорофеев В.Л. Модификация авиационных зубчатых передач с целью уменьшения износа контактной поверхности / Дорофеев В.Л., Голованов В.В., Гукасян С.Г. // 4-я Межд.

науч.-практ. конф. "Современное машиностроение. Наука и образование". 19-20 июня 2014, Санкт-Петербург, 2014. – С.173–183.

12. **Дорофеев В.Л.** Уточненное определение динамических нагрузок в зубчатых передачах / **Дорофеев В.Л.** // Вестник машиностроения. – 1985. – №8. – С. 45–47.

13. **Litvin F.L.** Development of Gear Technology and Theory of Gearing, NASA / **F.L. Litvin, Gear Geometry and Applied Theo.** – Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997. – 114 p.

14. **Litvin F.L.** Gear Geometry and Applied Theory. Second edition / **F.L. Litvin, A.Fuentes.** – Cambridge University Press. – 2004. – 800 p.

15. **Кудрявцев В.Н.** Зубчатые передачи / **В.Н. Кудрявцев.** – М.-Л.: МАШГИЗ, 1957. – 264 с.

Bibliography (transliterated)

1. **ISO 6336.** Calculation of load capacity of spur and helical gears, International Standardization Organization, 2006.

2. **DIN 3990:** Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Teil 1 bis 5, Beuth Verlag, Dezember 1987.

3. **GOST 21354-87.** Cylindrical involute gears of external gearing. Strength calculation, Russia Standardization Organization, 1987.

4. **BDS 17108-89.** Cylindrical involute gears of external gearing. Strength calculation, Sofia. Sofia. Committee on quality, 1990.

5. **GOST 1643-81.** Peredachi zubchatye cilindricheskie. Dopuski. – М.: Izdatel'stvo standartov, 1981.

6. **DIN 3961.** Toleranzen für Stirnradverzahnungen, Beuth Verlag GmbH, Berlin und Köln Aug 1978.

7. **ISO 1328-1:1995(E).** Cylindrical gears — ISO system of accuracy — Part 1: Definitions and allowable values of deviations

relevant to corresponding flanks of gear teeth. Genève, 1995.

8. **Dorofeev V.L.** Osnovy rascheta nagruzok i naprjazhenij, dejstvujushhij v zaceplenie cilindricheskij zubchaty peredach / **Dorofeev V.L.** // Vestnik mashinostroenija, 1983. – No 3. – P. 14-16.

9. **Nezhurin I.P.** Kinematicheskaja tochnost' zubchaty koles i ee kontrol' / **Nezhurin I.P.** // Standarty i kachestvo. – 1963. – No 6. – P. 8-14.

10. **Dorofeev V.L.** Uchet geometricheskij otklonenij profilja zub'ev v raschetah cilindricheskij peredach / **Dorofeev V.L.** // Vestnik mashinostroenija. – 1986. – No 12. – P. 11-12.

11. **Dorofeev V.L.** Modifikacija aviacionnyh zubchaty peredach s cel'ju umen'shenija iznosa kontaktnoj poverhnosti / **Dorofeev V.L., Golovanov V.V., Gukasjan S.G.** // 4-ja Mezhd. nauch.-prakt. konf. "Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie". 19-20 ijunja 2014 g. Sankt-Peterburg, 2014. – P.173-183.

12. **Dorofeev V.L.** Utochnennoe opredelenie dinamicheskij nagruzok v zubchaty peredachah / **Dorofeev V.L.** // Vestnik mashinostroenija. – 1985. – №8. – S. 45 – 47.

13. **Litvin F.L.** Gear Geometry and Applied Theo. / **F.L. Litvin** // Development of Gear Technology and Theory of Gearing, NASA– Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1997. – 114 p.

14. **Litvin F.L.** Gear Geometry and Applied Theory. Second edition / **F.L. Litvin, A.Fuentes.** – Cambridge University Press. – 2004. – 800 p.

15. **Kudrjavcev V.N.** Zubchatye peredachi / **V.N. Kudrjavcev.** – Moscow-Leningrad: Mashgiz, 1957. – 264 p.

Поступила (received) 17.08.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Відображення похибок і контактних напружень у зубчастій передачі у програмах ASGEARS і AEROFLANK / **Дорофеев В.Л., Дорофеев Д.В.** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2016. – № 39 (1211). – С. 56-60. – Бібліогр. 15 назв. – ISSN 2079-0775.

Отображение погрешностей и контактных напряжений в зубчатых передачах в программах ASGEARS и AEROFLANK / **В.Л. Дорофеев, Д.В. Дорофеев** // Вестник НТУ "ХПІ". Серія: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПІ", 2016. – № 39 (1211). – С. 56-60. – Библиогр. 15 назв. – ISSN 2079-0775.

Display of errors and contact pressure in gearing With Programm ASGEARS and AEROFLANK / **V.L.Dorofeyev, D.V.Dorofeev** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Machines and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016, No 39 (1211). – P. 56–60. – ISSN **2079-0775**.

Відомості про авторів / About the Authors

Дорофеев Владислав Леонидович – доктор технических наук, профессор, ГНЦ ФГУП "Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова", Москва, РФ; тел.: (495)361-19-51, E-mail: vld@ciam.ru

Dorofeyev Vladislav – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Central Institute of Aviation Motors (CIAM), Moscow, Russia: tel.: (495)361-19-51, E-mail: vld@ciam.ru

Дорофеев Дмитрий Владиславович – кандидат технических наук, доцент, Национальный исследовательский университет "МЭИ", Москва, Россия; тел.: (926)492-01-38, E-mail: dl@list.ru

Dorofeev Dmitriy – Ph.D., assistant professor, National Research University "MEI", Moscow, Russia. tel.: (926)492-01-38, E-mail: dl@list.ru

