

О. І. ЗІНЧЕНКО

ІНТЕГРАЦІЯ ПЕРЕДОВИХ МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ У МЕТОДОЛОГІЇ РОЗРАХУНКУ ТОРСІОННИХ ВАЛІВ СИСТЕМ ПІДРЕСОРЮВАННЯ ЛЕГКИХ БРОНЬОВАНИХ МАШИН (ОГЛЯДОВА СТАТТЯ)

На сьогоднішній день існує протиріччя між реальними показниками міцності та довговічності та тими, які слід забезпечити для легких броньованих машин нового покоління, а особливо – майбутніх. Крім того, це протиріччя поглиблюється відсутністю поглиблених наукових методів та моделей напружено-деформованого стану, які б адекватно відобразили процеси і стани у торсіонних валах систем підресорювання легких броньованих машин, а також стали б основою розроблення заходів із підвищення їх міцності та довговічності. Проведений аналіз літературних джерел показав відсутність системного зв'язку конструктивних рішень, технологічних режимів та умов навантаження у розрахунках торсіонних валів систем підресорювання легких броньованих машин. Показана необхідність створення такого системного підходу у розрахунках. Зроблені висновки про необхідність інтеграції передових методів та моделей у єдиній методології розрахунку торсіонних валів систем підресорювання легких броньованих машин. Показана необхідність ув'язки методів напружено-деформованого стану із конструктивними, технологічними та експлуатаційними чинниками та розроблення відповідного спеціалізованого програмно-модульного комплексу для здійснення відповідних досліджень.

Ключові слова: легка броньована машина; тактико-технічні характеристики; торсіонний вал; системи підресорювання; напружено-деформований стан; міцність; довговічність; пружно-пластичне деформування; контактна взаємодія

O. ZINCHENKO

INTEGRATION OF ADVANCED METHODS AND MODELS IN THE METHODOLOGY OF ENGINEERING CALCULATION OF TORSION SHAFTS OF LIGHT ARMORED VEHICLE SUSPENSION SYSTEMS (REVIEW ARTICLE)

The requirements for the tactical and technical characteristics of the suspension systems of light armored vehicles are constantly growing, taking into account the increase in the intensity of their loads. It is necessary to improve the suspension system, in particular the torsion shafts, which are the most responsible and loaded in the suspension system of light armored vehicles. The existing traditional methods of calculating the torsion shafts of the suspension systems of light armored vehicles do not meet modern requirements. Today, there is a contradiction between the real indicators of strength and durability and those that should be provided for light armored vehicles of the new generation, and especially for future ones. In addition, this contradiction is deepened by the lack of in-depth scientific methods and models of the stress-strain state that would adequately reflect the processes and states in the torsion shafts of the suspension systems of light armored vehicles, and would also become the basis for developing measures to increase their strength and durability. The analysis of literature showed the absence of a systematic connection of structural solutions, technological modes and load conditions in the calculations of torsion shafts of suspension systems of light armored vehicles. The necessity of creating such a system approach in calculations is shown. Conclusions were made about the need to integrate advanced methods and models in a single methodology for calculating torsional shafts of suspension systems of light armored vehicles. The necessity of linking stress-strain state methods with constructive, technological, and operational factors and developing a suitable specialized software-module complex for carrying out relevant research is shown.

Keywords: light armored vehicle; performance characteristics; torsion shaft; suspension systems; stress-strain state; strength; durability; elastic-plastic deformation; contact interaction

Вступ. Натепер в Україні розроблені системні підходи до формування тактико-технічних характеристик (ТТХ) до сучасного озброєння та військової техніки (ОВТ). Проте вони не мають достатньої інтеграції у них адекватних моделей та методів досліджень напружено-деформованого стану (НДС) елементів об'єктів в ув'язці із конструктивними, технологічними та експлуатаційними чинниками експлуатації та бойового застосування.

Елементи військових колісних та гусеничних машин (зокрема, торсіонних валів) зазнають значно інтенсивніших навантажень, ніж звичайні цивільні машини. На торсіонні вали при їх експлуатації впливають сукупно декілька чинників, які необхідно розглядати в єдиній ув'язці. Тому неможливо застосовувати відомі моделі та методи, так як вони будуть призводити до неточностей при розрахунках міцності, довговічності та навантажувальної здатності. Тобто, необхідно розробити нові моделі та методи досліджень, які будуть поєднувати всі чинники, які зумовлюють різні нелінійності та узагальнений параметричний опис моделей елементів досліджуваних конструкцій, зокрема торсіонних валів.

Аналіз вимог до загальнометодологічних засад обґрунтування технічних рішень елементів озброєння та військової техніки. Загальні тенденції

розвитку ОВТ представлені в роботі [1] та на рис. 1. Зазначено, що створення нових відносно легких та малогабаритних систем ОВТ є однією із тенденцій розвитку.

У [2] зазначається, що аналіз втрат ОВТ Сухопутних військ Збройних Сил України (ЗСУ) за період проведення антитерористичної операції (АТО) свідчить, що втрати внаслідок бойових пошкоджень складають до 72%, а найбільшу групу за втратами склала автомобільна техніка – до 43% та бронетанкова техніка – до 42%. Серед зразків бронетанкової техніки найбільше було втрачено бойових машин піхоти – до 45%, бронетранспортерів – до 28%, танків – до 20%.

Серед небойових втрат до 19% припадає на порушення правил експлуатації техніки, решта (до 81%) обумовлені технічною несправністю зразків ОВТ, в першу чергу, внаслідок значних термінів експлуатації.

У зв'язку з цим у роботі [2] пропонується при розробці нових зразків ОВТ та при модернізації існуючих основні зусилля щодо підвищення рівня захищеності зразків ОВТ зосередити на таких напрямках:

по-перше, впровадження комбінованих систем

© О. І. Зінченко, 2023

індивідуального захисту зразків ОБТ;

по-друге, розробка та впровадження систем колективного захисту зразків ОБТ у складі тактичного підрозділу (групи, колони);

по-третє, забезпечення мінімального рівня характеристик демаскуючих ознак;

по-четверте, резервування чи дублювання засобів, зокрема, за рахунок встановлення макетів ОБТ.

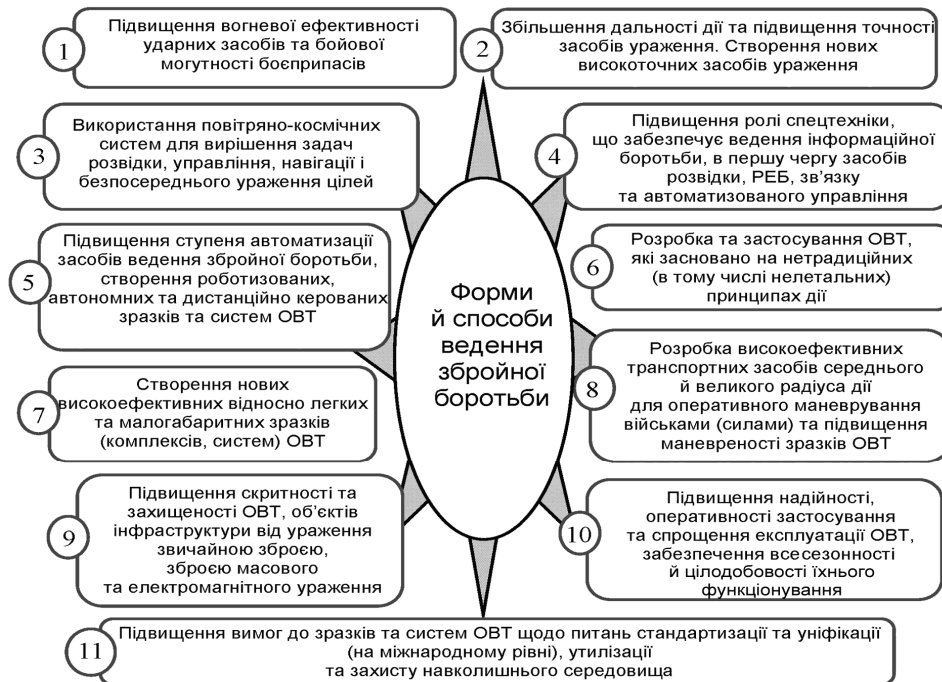


Рисунок 1 – Загальні тенденції розвитку озброєння та військової техніки [1]

В умовах сучасних збройних конфліктів, а також під час проведення антитерористичних (контртерористичних) та міжнародних миротворчих операцій широкое застосування та все більшу значущість отримали легкі броньовані автомобілі (ЛБА). Як правило, вони створюються на шасі легкових автомобілів підвищеної прохідності (колісна формула 4×4, вантажність 0,75–2 т), обладнані протикульовою і протимінною бронєю, що забезпечує захист екіпажу і десанту, основних вузлів і агрегатів машини, озброєння та військово-технічного майна, що перевозиться [3].

У цій же статті наголошено, що для перспективних зразків проведений порівняльний аналіз рівнів технічної досконалості вітчизняних ЛБМ «Дозор-Б» та «Козак» із однотипними закордонними зразками HMMWV M1151A1WB1 (США), LMV (Італія), «Тигр» (Росія) та Auferland A4 AVL (Франція). Значення коефіцієнта градації показує, що жоден із розглянутих зразків ЛБА за рівнем технічної досконалості не відповідає оцінкам «високий» і «відмінний». ЛБА «Тигр» має рівень технічної досконалості «добрий»; LMV, «Козак» і HMMWV – «середній»; «Дозор-Б» – «задовільний» і Auferland – «незадовільний».

При відповідній політиці і належному фінансуванні з боку держави є можливість у стислі терміни при тісній кооперації між вітчизняними підприємствами (за потребою й закордонними), налагодити виробництво модельного ряду уніфікованого сімейства ЛБА для забезпечення потреб як ЗСУ, так і інших силових структур.

Таким чином, розроблені і запропоновані на сьогодні зразки ЛБА для оснащення ЗСУ не повною мірою відповідають оперативно-тактичним (тактико-

технічним) вимогам до потреб сьогодення.

Тому обґрунтування ТТХ для розроблення перспективних зразків та подальшої модернізації вітчизняних легких броньованих машин (ЛБМ) з метою забезпечення потреб підрозділів і частин ЗСУ є актуальним.

Системою ж, яка значною мірою визначає експлуатаційні характеристики колісних транспортних засобів (КТЗ), є система підвіски. Аналіз конструкцій броньованих колісних машин свідчить про значну долю таких, що мають двовісну підвіску, трохи менше – тривісну і ще менше – чотиривісну.

На бронетранспортерах (БТР) використовуються незалежні торсіонні підвіски.

Виробництво радянських БТР було зупинено після виготовлення в достатній кількості бронемашин українського виробництва (це БТР-60 ПБ, БТР-70, БТР-80, БРДМ-2).

Загально відомо, що одним із основних показників броньованої колісної техніки є її собівартість і паливна економічність. А на ці показники суттєво впливає конструкція трансмісії.

Найбільш сучасними є трансмісії БТР-80, БТР-3Е, БТР-4Е.

Натепер основними проблемами українських бронетранспортерів є:

- низькі показники паливної економічності (наприклад, для БТР-4Е витрати палива по бездоріжжю сягають 150 л на 100 км);
- низькі показники плавності ходу (на неї, в основному, впливає конструкція підвіски).

Недоліки торсіонних підвісок обґрунтовано в ро-

боті [4], в котрій також доведено, що бойова колісна машина з гідропневматичною системою підресорювання має переваги над серійними зразками з торсіонною системою підресорювання (СП).

Серед елементів СП ЛБМ найбільш відповідальними і навантаженими є торсіонні вали (ТВ) підвісок.

Розроблення технічних характеристик СП, яка максимально забезпечувала б функціонування інших систем та одночасно створювала належні умови перевезення людей та вантажів, є важливим завданням. Його навіть часткове вирішення дозволить більш ефективно використовувати ресурс КТЗ шляхом зростання швидкостей руху, а, отже, зекономити час на виконання поставленого завдання.

Їх дослідження потребує розгляду якісно нових математичних моделей динаміки [5].

В роботі [6] зроблено огляд літератури стосовно існуючих методів та моделей для досліджень СП ЛБМ. Звернена увага на відсутність відповідної теоретичної бази для розв'язання задач параметричного синтезу СП і на те, що існуючі математичні моделі потребують вдосконалення. Показано, що математичні моделі процесів і станів у багатьох випадках є або неогрунтовано спрощеними, або занадто громіздкими. Важливою обставиною є те, що і задачі аналізу, і задачі синтезу не об'єднані єдиним узагальненим параметричним описом, який би охоплював і технічні рішення елементів СП ЛБМ, і режими руху цих машин, і властивості матеріалів досліджуваних елементів, і вимоги до ТТХ ЛБМ у цілому.

У роботі [7] представлені технічні рішення вузлів підвіски військових гусеничних і колісних машин та наведені методи розрахунку торсіонних і гідропневматичних підвісок. У роботі [8] проаналізовано проектно-технологічні параметри бронекорпусів, які впливають на їх міцність, жорсткість, захищеність та динамічні властивості. За допомогою цілеспрямованого варіювання параметрів досягається потрібний рівень тих чи інших ТТХ бойових броньованих машин (ББМ).

Міцність конструкції ББМ, а також пружно-пластичне деформування зумовлює вплив на протилежну стійкість.

Оскільки технічні та тактико-технічні характеристики елементів ОБТ є результатом сукупних узгоджених технічних рішень на етапах проектування, технологічної підготовки виробництва та виготовлення, то маємо проблему, яку необхідно вирішувати на базі методу узагальненого параметричного моделювання. Створюючи нові зразки ОБТ, необхідно враховувати фізико-механічні процеси і стани, які супроводжують усі етапи їхнього життєвого циклу [9]. Наприклад, стосовно НДС мова йде про геометричну, фізичну та структурну нелінійності. Їх урахування дає змогу більш адекватно враховувати особливості розподілу навантажень, деформування та міцності елементів ББМ. Особливу увагу заслуговують математичні моделі, які одночасно поєднують різні типи нелінійностей. Так, при дослідженні НДС торсіонів підвіски ББМ суттєвим аспектом є врахування контактної взаємодії, пластичних деформацій та великих переміщень.

Таким чином:

- натепер в Україні розроблені системні

підходи до формування тактико-технічних вимог до сучасного ОБТ. Проте вони не мають достатньої інтеграції у них адекватних моделей та методів досліджень НДС елементів ОБТ в ув'язці із конструктивними, технологічними та чинниками експлуатації та бойового застосування;

- за рубежем передові розробки ОБТ здійснюються центрами в області розвитку і інновацій (R@D), проте інформаційні ресурси доступні не повною мірою;

- натепер актуальною проблемою є розроблення терії, моделей, методів та спеціалізованого програмно-модельного комплексу (СПМК), який поєднує аналіз НДС, контактну взаємодію та проектно-технологічні параметри ТВ СП ЛБМ.

Метою роботи є необхідність створення системного підходу, який охоплює усі сторони процесу обґрунтування прогресивних технічних рішень елементів систем підресорювання легких броньованих машин.

Аналіз методів дослідження контактної взаємодії та пружно-пластичного деформування елементів об'єктів військової техніки та торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів. Як вже відзначалося раніше, ТВ є основним пружним елементом СП значної кількості транспортних засобів, зокрема, спеціального призначення.

Контактна взаємодія є змістом досліджень багатьох вітчизняних і зарубіжних вчених: К. В. Аврамова, В. А. Александрова, В. О. Бабешка, М. І. Бобира, І. І. Воровича, Л. О. Галіна, С. М. Гребенюка, О. М. Гузя, Б. П. Зайцева, А. С. Кравчука, В. С. Кирилюка, В. І. Куца, Г. І. Львова, Р. М. Мартиняка, В. В. Михаськіва, В. І. Моссаковського, М. І. Мухелішвілі, В. В. Панасюка, В. З. Партона, А. М. Підгорного, Д. А. Пожарського, В. С. Проценка, А. Ф. Улітки, А. П. Філіппова, І. Я. Шгаєрмана, J. R. Barber, M. Ciavarella, A. C. Fischer-Cripps, J. Ghaednia, A. Greenwood, H. Hertz, K. L. Johnson, J. J. Kalker, T. A. Laursen, L. Pastewka, V. L. Popov, V. I. Wohlmuth, P. Wriggers, G. Zavarise та багатьох інших [10–15]. Оpubліковано низку оглядів із механіки контактної взаємодії, у яких є посилання на множини робіт [16–20].

Для розв'язання задач аналізу НДС широко застосовуються методи теорії варіаційних нерівностей [21], варіаційний принцип Кальєра і метод граничних елементів (МГЕ) [22], мікроструктурні моделі [23–25], метод скінченних елементів (МСЕ) [26, 27]. Усі ці розробки мають значну цінність і широку застосовність, в тому числі – для нелінійних задач.

Один із підходів до створення комплексних моделей навантажених СП базується на використанні нелінійних математичних моделей руху колісної або гусеничної машини дорогами із випадковим рельєфом; інший підхід базується на використанні імітаційних моделей, де об'єктами моделювання є системи абсолютно твердих тіл, пов'язаних за допомогою шарнірів і силових елементів. При цьому використовуються постулати Ньютона-Ейлера; розв'язання диференціально-алгебраїчних рівнянь здійснюється чисельним методом Парку [28].

Задача підвищення характеристик ТВ є однією із головних задач у світлі все більш зростаючих вимог до

військових машин. У роботі [28] проведений детальний аналіз досліджень характеристик ТВ та об'єктивний стан проєктування, технологічної підготовки виробництва та виготовлення ТВ СП ЛБМ.

У роботі [29] після ряду проведених досліджень було зазначено, що орієнтація на відомі традиційні методики, які не враховують реальні умови контактної взаємодії тіл та пружно-пластичного характеру деформування їх матеріалів призводить до грубих похибок при визначенні міцності та довговічності ТВ СП ТЗ. У цій же роботі розроблена модель НДС ТВ. В ній здійснена варіаційна постановка задачі на основі теорії варіаційних нерівностей. Чисельне моделювання проведено із використанням МСЕ. У моделі НДС ТВ інтегровано його узагальнений параметричний опис, який містить такі варійовані чинники: конструктивне виконання головки торсіона, галтельного переходу, діаметр стебла, кути закрутки та властивості матеріалу. Також вироблені рекомендації щодо підвищення характеристик міцності цих валів.

Пружний відгук на дію ваги та інерційних сил створюється за рахунок деформування стебла торсіонного вала – його закручування. Це навантаження необхідно зрівноважити. Шліци головки вала взаємодіють із шліцями втулки, що викликає проблему міцності стебла та головки торсіонного вала (ГТВ). Як вже вказувалося у роботі [30], у літературі значна увага приділяється міцності стебла цього вала із постулюванням низки властивостей стосовно пружно-пластичного деформування матеріалу вала. Ці властивості спрощують визначальні співвідношення, проте привносять певну похибку у результати. Разом із тим значно більша похибка досягається у зоні ГТВ. Це викликано тим, що НДС у цій зоні є, на відміну від стебла торсіонного вала (СТВ), суттєво різнокомпонентним.

Задля раціонального використання пружних властивостей матеріалу ТВ при його виготовленні здійснюється технологічна операція заневолювання, завдяки якій у стеблі виникають пластичні деформації. Завдяки цьому маємо сприйнятливий залишковий НДС. Цей НДС при експлуатаційному навантаженні дає можливість реалізувати більш рівномірне навантаження СТВ.

Відповідно, виникає актуальна задача розроблення удосконалених підходів, моделей та методів дослідження НДС торсіонного вала із урахуванням пружно-пластичного характеру деформування у всьому тілі вала, у т.ч. – у його головці, а також – із урахуванням контактної взаємодії у шліцевому з'єднанні. У цій роботі розроблені моделі та методи досліджень, які дають можливість розробляти рекомендації стосовно проєктних рішень при проєктуванні СП транспортних засобів (ТЗ). Показано, що значна увага повинна приділятися міцності ГТВ. Це той чинник, який є визначальним при обґрунтуванні проєктних параметрів ТВ.

Таким чином, за результатами низки попередніх досліджень можна зробити висновок, що проблемними зонами, крім СТВ, у багатьох випадках є галтельний перехід (ГП) та ГТВ. Оскільки ці частини підлягають дії контактної навантаження від спряжених деталей (шліцеві муфти), то розподіл контактних сил чинить суттєвий вплив на НДС ГТВ та ГП, а, відповідно, і на міцність ТВ у цілому. Разом із тим, цей вплив є взаємопов'язаним: пластичні деформації, що виникають у валі, впливають на його контактну взаємодію із спря-

женою деталлю, і – навпаки. Отже, отримуємо зв'язану задачу про пружно-пластичне деформування ТВ із урахуванням та локалізацією цих суттєво нелінійних явищ у зоні ГТВ та ГП. Це створює проблемну ситуацію із міцністю елементів СП ТЗ, що слугує обмежувально-критеріальним чинником на етапі проєктування та модернізації елементів цих систем.

У роботі [31] узагальнені деякі підходи і методи, які використовуються для розв'язку задач контактної механіки. Вони включають аналітичні рішення, засновані на моделях Greenwood-Williamson, Archard, фрактальних теорій Persson тощо, а також чисельні методи: МГЕ [32], МСЕ [27], рухливих клітинних автоматів, методи молекулярної динаміки тощо.

Сучасні методи, розроблені для опису шорсткості поверхні, засновані на спектральному аналізі і імітують оцифровані шорсткі поверхні без яких-небудь припущень про розподіл нерівностей. Для зниження часу розрахунків використовуються автокореляційні функції, перетворення Фур'є, різні гібридні методи тощо. Щоб урахувати вплив на знос нерівностей різного порядку, інтенсивно розвиваються багаторівневі моделі для прогнозування зносу.

При терті на контактуючих поверхнях, як правило, реалізуються одночасно декілька механізмів зносу. Класифікація видів зносу досить різноманітна [33]. При цьому адгезійний, абразивний, корозійний, деформаційний і втомний типи зносу зазвичай характеризуються як незалежні. Проте моделей, які могли б враховувати одночасно усі види зносу, що реалізуються, у літературі не представлено.

Нині доступні обчислювальні засоби, засновані на змішаних аналітичних та чисельних підходах, спрямованих на вирішення трибологічних проблем: контактне моделювання шорстких поверхонь, у тому числі за наявності мастила (гідродинамічне моделювання); моделювання міжмолекулярної взаємодії; розрахунки тиску, підповерхневого напруження, прогинів; розрахунок коефіцієнта тертя в умовах змащування (моделювання кривої Stribeck); розрахунок контактних температур у твердих тілах; моделювання часток зносу, плівки перенесення і еволюції шорсткості поверхні. Проблеми, які можуть бути вирішені за допомогою комп'ютерних програм, нестримно розширюються, але не дозволяють охопити одночасно увесь комплекс проблем механіки контактних взаємодій без істотних спрощень.

У роботі [34] розглядається підхід до моделювання процесу тертя і зносу композиційних матеріалів в умовах трибоспряження. Враховується фізично нелінійний характер деформації композиційних матеріалів. Підхід дозволяє розраховувати температуру на контактних поверхнях за умови перетворення роботи сил тертя і енергії пластичної деформації у теплову енергію поверхневих шарів тіл, що труться. На основі розв'язання нестационарної задачі теплопровідності методом скінченних елементів моделюється процес поширення тепла у контактуючих тілах і втрати тепла за рахунок конвекції. З урахуванням отриманого розподілу температури у скінченних елементах змінюються деформаційно-міцнісні властивості композиційного матеріалу при нагріві (модуль пружності, теплоємність, межа текучості, межа

міцності). Процес зносу реалізується видаленням скінчених елементів з розрахунку при виконанні критеріїв руйнування. Отримані параметри НДС і температури апроксимуються на нову сітку скінчених елементів для нової розрахункової області, отриманої у результаті видалення елементів.

У роботах [35, 36] досліджені нелінійні контактні задачі для тонкостінних конструкцій з болтовим кріпленням з'єднання і проміжком. При цьому збірні з'єднання значно збільшують і ускладнюють статичну і динамічну поведінку конструкцій із-за нелінійностей внутрішнього контактного тертя (наприклад, зміна стійкості, явище стрибка і локалізація енергії).

Для конструкцій з болтовими з'єднаннями явище контактного тертя може призвести до зниження загальної жорсткості із-за ковзання по поверхні контакту. Динамічну поведінку таких конструкцій необхідно розраховувати точно і ефективно. Проте МСЕ для аналізу таких зчленованих структур часто ускладнений із-за великих обчислювальних витрат. Це, в основному, пов'язано з внутрішніми нелінійностями жорсткості і демпфування у з'єднаннях, залежними від амплітуди, а також із-за розміру систем рівнянь, які зазвичай включають сотні тисяч і навіть мільйони ступенів свободи [37].

Для розв'язку таких нелінійних систем традиційно використовується метод ітерації за часом, наприклад, з використанням класичного методу Runge – Kutta або неявних методів, таких як метод Newmark. Загалом, ці методи можуть дати точні результати для перехідних процесів, але вони не підходять з обчислювальної точки зору для динамічного аналізу великих скінченно-елементних структур, тому що для реєстрації високочастотної динаміки на границі контактного тертя завжди потрібно невеликі часові кроки [37].

Реакції у режимі, що встановився, при періодичному навантаженні нелінійної системи можна альтернативно отримати, використовуючи підхід мультигармонійного балансу (МНВ). Метод МНВ показав свою високу ефективність для аналізу нелінійного вимушеного відгуку зчленованих конструкцій з локальними контактними нелінійностями [37].

Одним з ефективних підходів до включення цих нелінійностей у велику збірку є зменшення розміру моделі на декілька порядків з використанням методів моделювання зниженого порядку (ROM) [37]. Методи синтезу компонентних режимів (CMS) широко використовуються для зниження порядку моделі у лінійному і нелінійному динамічному моделюванні великомасштабної збірки. Ці методи зберігають ступінь свободи фізичного інтерфейсу між компонентами заздалегідь навантажених болтових конструкцій, що підходить для застосування моделі нелінійного контактного тертя [38].

Інший поширений підхід – метод Craig–Bampton, який використовує режими фіксованого інтерфейсу [37]. Обидва методи добре підходять для зчленованих конструкцій із злокалізованими нелінійностями. Принцип таких підходів CMS полягає в уявленні лінійної системи з використанням лінійних нормальних режимів і статичних імпульсних режимів, пов'язаних зі

збереженими інтерфейсними вузлами. Потім через ці утримувані вузли інтегруються нелінійні контактні елементи. Головний недолік цих підходів полягає в тому, що розмір моделі буде пропорційний кількості ступенів свободи, які беруть участь у нелінійностях.

Розмір нелінійних ступенів свободи може бути дуже значним для моделі з більш великим розміром областей контакту. Це також може бути збільшено тим фактом, що дрібна сітка, як правило, використовується в області границь розділу для точної роздільної здатності поля контактного напруження [39]. Очевидно, що збільшення розміру моделі уповільнить швидкість збіжності. З іншого боку, значна нелінійна складова сили вплине на точність методів ROM на основі CMS. Без достатньої кількості форм коливань вони можуть бути нездатні уловлювати локальні пружні деформації у зчленуванні [38].

Цей недолік здається більш очевидним у методі Craig–Bampton, тому що режими фіксованого інтерфейсу не включають інформацію про деформацію на інтерфейсі [39]. Методи на основі вільних інтерфейсів зазвичай краще описують локальну поведінку контактних інтерфейсів, але деякі дослідження показують, що вони можуть бути чисельно нестабільними [40].

Метою статті [41] являлася оцінка класичних і сучасних методів ROM для підвищення обчислювальної ефективності динамічного аналізу зчленованих конструкцій з локальними контактними нелінійностями. Ці методи ROM включають класичні методи вільного інтерфейсу (метод Rubin, метод MacNeal), метод фіксованого інтерфейсу (Craig–Bampton), метод подвійного інтерфейсу Craig–Bampton (DCB), а також нещодавно розроблені підходи у режимі спільного інтерфейсу (JIM) і пробної векторної похідної (TVD).

Модель балки із з'єднанням скінчених елементів розглядається як тестовий приклад з урахуванням двох різних схем: одна з лінеаризованим пружинним з'єднанням, а інша з нелінійним контактним фрикційним з'єднанням з макропрослизанням. Використовуючи методи ROM, точність динамічної поведінки і обчислювальні витрати порівнювалися окремо [41]. Yuan J. et al. також вивчили вплив рівнів збудження, розміру спільної області і кількості мод на продуктивність методів ROM.

Для урахування контактної взаємодії тіл часто використовують метод множників Лагранжа або метод штрафних функцій [42]. Альтернативою можуть виступати різні варіанти методу декомпозиції області (МДО) [43]. У рівняннях цих методів є присутніми ітераційні параметри, які сильно впливають як на сам факт збіжності методу, так і на швидкість збіжності.

Локальні контактні задачі є нелінійними, для них проводиться свій ітераційний процес (відповідні ітерації називаються внутрішніми). Метод Неймана–Діріхле полягає у тому, що на кожній ітерації спочатку розв'язуються задачі для однієї групи тіл, для яких на контактних поверхнях задані умови Неймана, а потім розв'язуються задачі для другої групи тіл, для яких на контактних поверхнях задані умови Діріхле. У кінці внутрішньої ітерації відбувається обчислення нових наближень для контактної тиску із використанням

власних ітераційних параметрів для кожної контактної пари [44].

У роботі [45] розроблено нелінійні математичні моделі деформування контактуючих тіл із урахуванням властивостей поверхневих або проміжних шарів, які побудовані на основі поєднання моделей контактування мікронері-вностей і умов взаємонепроникнення тіл. Ці моделі більш адекватно відображають механізм контактної взаємодії тіл, та, на відміну від традиційних лінійних умов кінематичного контакту, призводять до більш складних, проте більш точних, нелінійних математичних моделей. Це створює нові можливості аналізу контактної взаємодії елементів реальних конструкцій. Також у цій роботі отримав подальший розвиток МГЕ у напрямку розв'язання структурно-фізично нелінійних задач контактної взаємодії, які містять нелінійні, а не лінійні, як у традиційних підходах, члени в умовах сумісності переміщень на границях контактуючих тіл. Розроблено модифікацію варіаційного принципу Калькера на випадок фізично нелінійних проміжних шарів. Різко знижується розмірність дискретної моделі порівняно, наприклад, із застосуванням МСЕ. При цьому досягається значне підвищення оперативності розв'язання задач аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл зі збереженням точності. Створено підхід до формування системи розв'язувальних співвідношень на основі поетапного поповнення множини чинників, які ураховуються при аналізі контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій. Він відрізняється від традиційних тим, що при додаванні нових чинників у модель контактної взаємодії пружних тіл модифікований функціонал додаткової енергії, визначений на розподілі контактного тиску, поповнюється відповідними додатковими доданками.

Попри значні теоретичні розробки, із точки зору застосування у тій чи іншій предметній області, аналіз пружно-пластичного деформування матеріалів високонавантажених конструкцій потребує розвитку та адаптації відповідних моделей, удосконалення методів та створення засобів досліджень.

Застосування пластичної деформації дає можливість ефективно впливати на експлуатаційну надійність та довговічність широкої номенклатури деталей машин. Основні проблеми, які виникають при здійсненні операцій пластичної деформації, відносяться, в основному, до області технології, тобто до пошуку більш раціональних способів деформації деталей [46–50]. Методи експериментальних досліджень параметрів опору деформації і руйнуванню матеріалів при статичному навантаженні регламентовані міжнародним стандартом [51].

Найбільш сучасним методом розрахунку НДС елементів конструкції є МСЕ. Він дозволяє виконувати математичне моделювання конструкції при дії різноманітних статичних і динамічних навантажень, яких зазнають ТВ.

Наведені у літературі теоретичні залежності ґрунтуються на теорії пружності або пластичності зі значними спрощеннями і допущеннями [52–54].

Тобто, традиційні методи розрахунку пружно-пластичного НДС елементів конструкцій – не інкрементального типу, а поставлену задачу необхідно

розв'язувати методами інкрементального типу. Загальні рівняння інкрементальних теорій пластичності описані в праці [55].

Таким чином бачимо, що для чисельного і аналітичного розв'язання поставлених задач застосовуються різні методи (МГЕ, МСЕ, теорія варіаційних нерівностей, варіаційний принцип Калькера тощо), але вони не дають ефективного розв'язання задач контактної взаємодії складно-профільних тіл, оскільки не ураховують різних чинників і історію навантаження; вони – не інкрементального типу. Таким чином, склалися деякі протиріччя між потребами практики і відомими методами і моделями. Однак, підходи, описані в роботах [9, 29, 30, 35, 36, 45] дають змогу сказати, що є прогрес у напрямку розвитку моделей та методів, які в подальшому можуть вирішити всі поставлені в цій статті задачі щодо розрахунків ТВ СП ЛБМ.

Виходячи з вищесказаного, можна констатувати наступне.

1. Необхідно вдосконалювати систему підвіски, зокрема торсіонні вали як такі, що є найбільш відповідальнішими і навантаженими в СП ЛБМ, оскільки ТВ: мають прості конструкції; легко адаптуються до зміни конструктиву ЛБМ (маса, компоновка, режими та умови руху); забезпечують широкий діапазон жорсткісних характеристик СП ЛБМ; при цьому мають так звані «вузькі місця» – це міцність і довговічність; їх конструктивні рішення – традиційні – вичерпали свої можливості.

2. Стосовно методів і підходів: традиційні методи мають той принциповий недолік, що приймають до уваги СТВ; традиційні методи не враховують пластики належним чином; традиційні методи мають завищені прогностичні характеристики довговічності; МСЕ теж має обмеження при застосуванні, оскільки не враховується контакт. Потрібно враховувати: 1) сумісно контакт плюс пластичність; 2) сумісно НДС головки торсіонного валу, галтельного переходу, стебла торсіонного валу; традиційні підходи непридатні для тіл складної форми, зокрема для ТВ; найбільш придатною для цього є теорія варіаційних нерівностей та варіаційні принципи Калькера; методи скінченних елементів, методи граничних елементів не мають спеціалізованих моделей розрахунку ТВ СП; необхідні власні розробки, які поєднують пластичність, контакт та спрямованість на ТВ СП як окремий клас об'єктів досліджень.

Висновки.

1. Вимоги до тактико-технічних характеристик СП легких броньованих машин постійно зростають, зважаючи на підвищення інтенсивності їх навантажень.

2. Натепер існуючі традиційні методи розрахунку ТВ систем підресорювання ЛБМ не задовольняють сучасним вимогам.

3. Існуючі чисельні методи досліджень НДС торсіонних валів СП легких броньованих машин мають принципові недоліки, які полягають у недостатній увазі до напружено-деформованого стану галтельного переходу і головки торсіонного валу.

4. Сучасні методи досліджень НДС елементів конструкцій, зокрема, ТВ систем підресорювання ЛБМ, не враховують історію навантаження та контактну взаємодію.

5. Відсутній системний зв'язок конструктивних рішень, технологічних режимів та умов навантаження задля наукового обґрунтування параметрів елементів СП бронемашин легкої категорії за масою.

6. Важливим є інтеграція передових методів в єдиний методології розрахунку ТВ систем підресорювання ЛБМ.

7. Необхідне розроблення відповідного СПМК та здійснення досліджень задля обґрунтування параметрів елементів СП бронемашин легкої категорії за масою.

Список літератури

- Чепков І.Б., Нор П.І. Загальні тенденції розвитку озброєння та військової техніки. *Озброєння та військова техніка*. 2014. № 1. С. 4–13.
- Попков Б.О. Шляхи підвищення захищеності зразків ОБТ сухопутних військ Збройних Сил України за досвідом проведення АТО. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ. Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції. (14-15 травня, 2015 р., Львів)*. Львів, 2015. С.10.
- Будяну Р.Г., Калінін О.М., Русіло П.О. Обґрунтування тактико-технічних вимог для розробки перспективних зразків і подальшої модернізації вітчизняних легких броньованих автомобілів. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ. Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції (14-15 травня, 2015 р., Львів)*. Львів, 2015. С.19.
- Пісарев В. П., Горбунов А.П. Визначення впливу конструкції і характеристик пружних елементів підвіски на властивості бойової колісної машини. *Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України*. Харків: Акад. внутрішніх військ МВС України, 2009. Вип. 2, № 14. С. 104.
- Грубель М.Г., Сокол М.Б., Нанівський Р.А. Вплив динамічних характеристик пружної підвіски на стійкість руху колісних транспортних засобів. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ. Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції. (14-15 травня, 2015 р., Львів)*. Львів, 2015. С. 25-26.
- Зінченко О.І. Аналітичний огляд із проблем досліджень та розробок елементів систем підресорювання бронемашин легкої категорії за масою. *Машинознавство та САПР*. 2021. № 2. С.39–43.
- Дущенко В.В. Системи підресорювання військових гусеничних і колісних машин: розрахунок та синтез: навч. посібник. Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". Харків: Панов А. М., 2018. 336 с.
- Грабовський А.В., Ткачук М.А., Мерецька К.О., Ткачук М.М., Васильєв А.Ю., Бондаренко М.О., Скрипченко Н.Б. Вплив варіюваних параметрів на власні коливання бронекорпусів легкоброньованих машин. *Механіка та машинобудування: наук.-техн. журнал*. 2018. № 1. С. 65–74.
- Грабовський А. В., Ткачук М.М., Васильєв А.Ю., Куценко С.В., Сопрунов І.А. Моделювання процесів і станів як основа підвищення технічних і тактико-технічних характеристик елементів бойових броньованих машин. *Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ. Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції (17-18 травня 2018 р., Львів)*. Львів, 2018. С.25.
- Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 518 p. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0
- Laursen T. A. *Computational contact and impact mechanics: fundamentals of modeling interfacial phenomena in nonlinear finite element analysis*. Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong: Springer, 2002. 454 p.
- Johnson K.L. *Contact mechanics*. Cambridge: Cambridge university press, 1985. 462 p. doi:10.1017/cbo9781139171731
- Barber J. R. *Contact mechanics*. Springer, 2018. 212 p.
- Колесников Ю. В., Морозов Е. М., Суслев А. Г. *Механика контактного взаимодействия*. Киев: Наукова думка, 1989. 224 с.
- Fischer-Cripps A. C. *Introduction to Contact Mechanics*. Springer Science & Business Media, 2007. 202 p.
- Raous M. Art of Modeling in Contact Mechanics. *The Art of Modeling Mechanical Systems*. Springer, Cham. 2017. P. 203-276.
- Muser M.H., Dapp W.B., Bugnicourt R. Meeting the Contact-Mechanics Challenge. *Tribology Letters*. 2017. Vol. 65, № 4. P. 1-18. doi 10.1007/s11249-017-0900-2
- Ghaednia H. et al. A Review of Elastic-Plastic Contact Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*. 2017. Vol. 69, № 6 (060804). P. 29.
- Barber J. R., Ciavarella M. Contact mechanics. *International Journal of Solids and Structures*. 2000. Vol. 37, № 1-2. P. 29–43.
- Popov V. L. *Contact mechanics and friction*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2010. 367 p.
- Прокопишин І. Алгоритми декомпозиції області для задач про термомеханічний контакт багатьох пружних тіл. *Фіз.-мат. моделювання та IT*. 2017. Вип. 26. С. 63–82.
- Zhao J., Vollebregt E., Oosterlee C. Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2016. Vol. 2, № 1. P. 119–141.
- Pastewka L., Robbins Mark O. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016. Vol. 108. № 22 (221601).
- Cinat P., Paggi M., Gnecco G. Identification of Roughness with Optimal Contact Response with respect to Real Contact Area and Normal Stiffness. *Mathematical Problems in Engineering*. 2019. Vol. 2019. C. 1–11. <https://doi.org/10.1155/2019/7051512>
- Li Q., Popov V. Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*. 2019. Vol. 230. № 7. С. 2447–2453.
- Rao S.S. *The Finite Element Method in Engineering*. Butterworth-Heinemann, 2017. 782 p.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p.
- Ткачук М.М., Заворотній А.В., Зінченко О.І., Грабовський А.В., Ткачук М.А., Пінчук Н.В., Шевченко А.В., Цендра Г.В. Розвиток підходів, моделей та методів дослідження міцності та довговічності торсіонних валів систем підресорювання легких броньованих машин. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ», серія: Машинознавство та САПР*. 2022. №2. С. 80–93.
- Ткачук М.М., Грабовський А.В., Заворотній А.В., Куценко С.В., Саверська М.С., Клочков І.С., Зінченко О.І., Ткачук М.А., Назаренко С.О., Пінчук Н.В., Марусенко С.І. Чисельне моделювання пружно-пластичного деформування торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів із урахуванням контактної взаємодії. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ», серія: Машинознавство та САПР*. 2022. №1. С. 91–114.
- Грабовський А. В., Ткачук М. М., Заворотній А. В., Куценко С. В., Саверська М. С., Клочков І. С., Ткачук М. А., Зінченко О. І., Дерев'янкін Р. П. Контактна взаємодія торсіонного вала із шліцевою втулкою при пружно-пластичних деформаціях. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ», серія: Машинознавство та САПР*. 2021. №1. С. 34–46.
- Stephan E. P., Tran T. FEM–BEM Coupling. *Schwarz Methods and Multilevel Preconditioners for Boundary Element Methods*. Springer, Cham, 2021. P. 331-366.
- Akchurin A., Bosman R., Lugt P.M. A stress-criterion based model for the prediction of the size of wear particles in boundary lubricated. *Tribology Letters*. 2016. Vol. 64. P. 35. doi 10.1007/s11249-016-0772-x
- Kato K. Classification of wear mechanisms/models. *J. Eng. Tribol.* 2002. Vol. 216. P. 349–355.
- Бочкарева С. А. и др. Моделирование фрикционного износа полимерных композиционных материалов с учетом температуры контакта. *Физическая мезомеханика*. 2019. Т. 22, № 1. С. 54–68.
- Atroshenko O., Tkachuk M.A., Martynenko O., Tkachuk M.M., Saverska M., Hrechka I., Khovanskyi S. The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 1, № 7 (97). P. 15–25.
- Atroshenko O., Bondarenko O., Ustinenko O., Tkachuk M., Diomina N. A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. Vol. 1. № 7 (79). P. 24–29.
- Brake M.R.W., Groß J., Lacayo R.M., Salles L., Schwingshackl C.W., Reuß P., Armand J. Reduced Order Modeling of Nonlinear Structures with Frictional Interfaces. *The Mechanics of Jointed Structures: Recent Research and Open Challenges for Developing Predictive Models for Structural Dynamics*. Springer International Publishing, 2018. P. 427-450. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56818-8_24
- Pichler F., Witteveen W., Fischer P. Reduced-Order Modeling of Preloaded Bolted Structures in Multibody Systems by the Use of Trial

- Vector Derivatives. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. 2017. № 12 (051032).
<http://doi.org/10.1115/1.4036989>
39. Krack M., Salles L., F. Thouverez F. Vibration Prediction of Bladed Disks Coupled by Friction Joints. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2017. № 24. P. 589–636. <https://doi.org/10.1007/s11831-016-9183-2>
 40. Gruber F., Rixen D. Evaluation of substructure reduction techniques with fixed and free interfaces. *Strojnicki vestnik-Journal of Mechanical Engineering*. 2016. № 62. P. 452–462. <http://dx.doi.org/10.5545/sv-jme.2016.3735>
 41. Yuan J. et al. Numerical assessment of reduced order modeling techniques for dynamic analysis of jointed structures with contact nonlinearities. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 2019. Vol. 141, № 3.
 42. Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 518 p. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0
 43. Toselli A., Widlund O. *Domain Decomposition methods – Algorithms and Theory*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. 450 p.
 44. Галанин М.П., Родин А.С. Моделирование контактного взаимодействия элементов электромагнитного ускорителя с помощью метода декомпозиции области. *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2020. № 82. 20 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2020-82>
 45. Ткачук М.М. Мікромеханічні моделі та методи осереднення властивостей матеріалів мережевої структури та проміжних шарів контактуючих тіл: дис... д-ра технічних наук: 05.03.20. Харків, 2020. 464 с.
 46. Segal V. Review: Modes and Processes of Severe Plastic Deformation (SPD). *Materials*. 2018. Vol. 11, № 7 (1175).
 47. Pippan R., Hohenwarten A., Rosochowski, A. High pressure torsion. *Severe Plastic Deformation Technology*. Whittles Publishing: Dunbeath, UK, 2017. P. 135–165.
 48. Ivanisenko J., Kulagin R., Fedorov V., Mazilkin A., Schere T., Baretzky B., Hahn H. High-pressure torsion-extrusion as a new severe plastic deformation process. *Mater. Sci. Eng. A*. 2016. 664, P. 247–256.
 49. Segal, V.M. Equal channel angular extrusion (ECAE). In *Severe Plastic Deformation Technology*; Rosochowski, A., Ed.; Whittles Publishing: Dunbeath, UK, 2017, P. 1–40.
 50. Segal V.M., Young P.J., Kecskes L.J. *Fabrication of High-Strength Lightweight Metals for Armor and Structural Applications: Large-Scale Equal Channel Angular Processing of Aluminum 5083, Alloy*. U.S. Army Research Laboratory: Adelphi, MD, USA, June 2017. P. 46.
 51. *ASTM Standard E1820-17. Standard test method for measurement of fracture toughness* / ASTM International. West Conshohocken, 2017. 53 p.
 52. Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. *Математическая теория пластичности*. Москва: Физматлит, 2001. 704 с.
 53. Chakrabarty J. *Theory of Plasticity*. Burlington: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2006. 882 p.
 54. Jones R. M. *Deformation Theory of Plasticity*. Blacksburg: Bull Ridge Publ., 2009. 615 p.
 55. Рудаков К.М. *Числові і аналітичні методи аналізу динаміки і міцності машин та стійкості руху: посібник*. Київ: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022. 120 с.
- References (transliterated)**
1. Chepkov, I., Nor, P. (2014). Zahalni tendentsii rozvytku ozbroiennia ta viiskovoi tekhniki. *Ozbroiennia ta viiskova tekhnika*, 1, 4–13.
 2. Popkov, B.O. (2015). Shliakhy pidvyshchennia zakhyschenosti zrazkiv OVT sukhoputnykh viisk Zbroinykh Syl Ukrainy za dosvidom provedennia ATO. *Perspektyvy rozvytku ozbroiennia ta viiskovoi tekhniki sukhoputnykh viisk*. Zbirnyk tez dopovidei Mizhnarodnoi naukovo-tekhnicnoi konferentsii, Lviv. 10.
 3. Budianu, R.H., Kalinin O.M., Rusilo P.O. (2015). Obhruntuvannia taktiko-tekhnicnykh vymoht dla rozrobky perspektyvnykh zrazkiv i podalshoi modernizatsii vitchyzniannykh lehkykh bronovanykh avtomobiliv. *Perspektyvy rozvytku ozbroiennia ta viiskovoi tekhniki sukhoputnykh viisk*. Zbirnyk tez dopovidei Mizhnarodnoi naukovo-tekhnicnoi konferentsii, Lviv. 19.
 4. Pisariev, V. Horbunov, A. (2009). Vyznachennia vplyvu konstrukttsii i kharakterystyk pruzhnykh elementiv pidvisky na vlastyvoosti boiovoi kolisnoi mashyny. *Zbirnyk naukovykh prats Akademii vnutrishnikh viisk MVS Ukrainy*, Kharkiv: Acad. internal troops of the Ministry of Internal Affairs of Ukraine, 2 (14), 104.
 5. Hrubel, M. H., Sokil, M.B., Nanivskyi R.A. (2015). Vplyv dynamichnykh kharakterystyk pruzhnoi pidvisky na stiikest rukhu kolisnykh transportnykh zasobiv. *Perspektyvy rozvytku ozbroiennia ta viiskovoi tekhniki sukhoputnykh viisk*. Zbirnyk tez dopovidei Mizhnarodnoi naukovo-tekhnicnoi konferentsii, Lviv. 25–26.
 6. Zinchenko, O. I. (2021). Analitichnyi ohliad iz problem doslidzhen ta rozrobok elementiv system pidresoriuvannia bronemashyn lehkoj katehorii za masoiu. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR, 2, 39–43.
 7. Dushchenko, V. (2018). Systemy pidresoriuvannia viiskovykh husenychnykh i kolisnykh mashyn: rozrakhunok ta syntez: navch. posibnyk. Nats. tekhn. un-t «Kharkiv.politekh.in-t». Kharkiv: PANOVA A. M., 336.
 8. Hrabovskiy, A., Tkachuk, M. A., Meretska, K., Tkachuk M.M., Vasyliiev, A., Bondarenko, M., Skrypchenko, N. Vplyv variiovanykh parametriv na vlasni kolyvannia brone korpusiv lehkobronovanykh mashyn. *Mekhanika ta mashynobuduvannia*. Kharkiv: NTU «KhPI». № 1, 65–74.
 9. Hrabovskiy, A., Tkachuk, M.M., Vasyliiev, A., Kutsenko, S., Soprunov, I. (2018). Modeliuvannia protsesiv i staniv yak osnova pidvyshchennia tekhnichnykh i taktiko-tekhnicnykh kharakterystyk elementiv boiovykh bronovanykh mashyn. *Perspektyvy rozvytku ozbroiennia ta viiskovoi tekhniki sukhoputnykh viisk*. Zbirnyk tez dopovidei Mizhnarodnoi naukovo-tekhnicnoi konferentsii, Lviv. 25.
 10. Wriggers, P. (2006). *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: SPRINGER-VERLAG, 518. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0
 11. Laursen, T. (2002). *Computational contact and impact mechanics: fundamentals of modeling interfacial phenomena in nonlinear finite element analysis*. Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong: SPRINGER, 454.
 12. Johnson, K. (1985). *Contact mechanics*. Cambridge university press, 462. doi:10.1017/cbo9781139171731
 13. Barber, J. R. (2018). *Contact mechanics*. SPRINGER, 212.
 14. Kolesnykov, Yu., Morozov, E., Suslov, A. (1989). *Mekhanika kontaktnoho vyzymodeistvyia*. Kyev: Naukova dumka, 224.
 15. Fischer-Cripps, A. (2007). *Introduction to Contact Mechanics*. Springer science & business media, 202.
 16. Raous, M. (2017). *Art of Modeling in Contact Mechanics. The Art of Modeling Mechanical Systems*. Springer, Cham, 203-276.
 17. Muser, M.H., Dapp, W.B., Bugnicourt, R. (2017). Meeting the Contact-Mechanics Challenge. *Tribology Letters*, 65(4), 1-18. doi 10.1007/s11249-017-0900-2
 18. Ghaednia, H. et al. (2017). A Review of Elastic-Plastic Contact Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*. 69(6(060804)), 29.
 19. Barber, J., Ciavarella, M. (2000). Contact mechanics. *International Journal of solids and structures*, 37 (1-2), 29-43.
 20. Popov, V. L. (2010). *Contact mechanics and friction*. Berlin: Springer berlin heidelberg, 367.
 21. Prokopyszyn, I. (2017). Alhorytmy dekompozitsii oblasti dlia zadach pro termomekhanichniy kontakt bahatokh pruzhnykh til. *Fiz.-mat.modeliuvannia ta IT*, 26, 63–82.
 22. Zhao, J., E. Vollebregt, C. (2016). Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Mathematical Modelling and Analysis*, 21 (1), 119–141.
 23. Pastewka, L., Mark O. Robbins, Mark O. (2016). Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*, 108(22(221601))
 24. Cinat, P., Paggi, M., Gnecco, G. (2019). Identification of Roughness with Optimal Contact Response with respect to Real Contact Area and Normal Stiffness. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 1–11. <https://doi.org/10.1155/2019/7051512>
 25. Li, Q., Popov, V. (2019). Adhesive contact between a rigid body of arbitrary shape and a thin elastic coating. *Acta Mechanica*, 230(7), 2447-2453.
 26. Rao, S.S. (2017). *The Finite Element Method in Engineering*. Butterworth-heinemann, 782.
 27. Zienkiewicz, O., Taylor, R., Zhu, J. (2013). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: butterworth-heinemann, 756.
 28. Tkachuk, M.M., Zavorotnii, A., Zinchenko, O., Hrabovskiy, A., Tkachuk, M.A., Pinchuk, N., Shevchenko, A., Tsendra, H. (2022). Rozvytok pidkhodiv, modelei ta metodiv doslidzhenia mitsnosti ta dovhovichnosti torsionnykh valiv system pidresoriuvannia lehkykh bronovanykh mashyn. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Mashynoznavstvo ta SAPR, 2, 80-93.
 29. Tkachuk, M.M., Hrabovskiy, A., Zavorotnii, A., Kutsenko, S., Saverska, M., Klochkov, I., Zinchenko, O., Tkachuk, M.A., Nazarenko, S., Pinchuk, N., Marusenko, S. (2022). Chyselne modeliuvannia pruzhno-plastychnoho deformuvannia torsionnykh valiv system pidresoriuvannia transportnykh zasobiv iz

- urakhuvanniam kontaktnoi vzaïemodii. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. *Mashynoznavstvo ta SAPR*, 1, 91–114.
30. Hrabovskiy, A., Tkachuk, M. M., Zavorotnyi, A., Kutsenko, S., Saverska, M., Klochkov, I., Tkachuk, M. A., Zinchenko, O., Dereviankin, R. (2021). Kontaktna vzaïemodiia torsionnoho vala iz shlitssevoi vtlkoiu pry pruzhno-plastychnykh deformatsiïakh. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. *Mashynoznavstvo ta SAPR*, 1, 34–46.
 31. Stephan, E., Tran, T. (2021). *FEM–BEM Coupling*. Schwarz Methods and Multilevel Preconditioners for Boundary Element Methods. Springer, Cham, 331–366.
 32. Akchurin, A., Bosman, R., Lugt, P. (2016). A stress-criterion based model for the prediction of the size of wear particles in boundary lubricated. *Tribology Letters*, 64(35). doi: 10.1007/s11249-016-0772-x
 33. Kato, K. (2002). Classification of wear mechanisms/models. *J. Eng. Tribol*, 216, 349–355.
 34. Bochkareva, S. A. et. al. (2019). Modelyrovanye fryktsyonnoho yznosa polytetykhy kompozitsyonnykh materialov s uchedom temperatury kontakta. *Fyzycheskaïa mezomekhanika*, 22(1), 54–68.
 35. Atroshenko, O., Tkachuk, M. A., Martynenko, O., Tkachuk, M.M., Saverska, M., Hrechka, I., Khovanskyi, S. (2019). The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1(7(97)), 15–25.
 36. Atroshenko, O., Bondarenko, O., Ustinenko, O., Tkachuk, M., Diomina, N. (2016). A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1(7(79)), 24–29.
 37. Brake, M., Groß, J., Lacayo, R., Salles, L., Schwingshackl, C., Reuß, P., Armand, J. (2018). Reduced Order Modeling of Nonlinear Structures with Frictional Interfaces. *The Mechanics of Jointed Structures: Recent Research and Open Challenges for Developing Predictive Models for Structural Dynamics*. Springer International Publishing, 427–450. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56818-8_24
 38. Pichler, F., Witteveen, W., P. Fischer, P. (2017). Reduced-Order Modeling of Preloaded Bolted Structures in Multibody Systems by the Use of Trial Vector Derivatives. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 12(051032). <http://doi.org/10.1115/1.4036989>
 39. M. Krack, M., Salles, L., Thouverez, F. (2017). Vibration Prediction of Bladed Disks Coupled by Friction Joints, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 24, 589–636. <https://doi.org/10.1007/s11831-016-9183-2>
 40. Gruber, F., Rixen, D. (2016). Evaluation of substructure reduction techniques with fixed and free interfaces. *Strojníski vestník-Journal of Mechanical Engineering*, 62, 452–462. <http://dx.doi.org/10.5545/sv-jme.2016.3735>
 41. Yuan, J. et al. (2019). Numerical assessment of reduced order modeling techniques for dynamic analysis of jointed structures with contact nonlinearities. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 141(3).
 42. Wriggers, P. (2006). *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: SPRINGER–VERLAG, 518. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0
 43. Toselli, A., Widlund, O. (2005). *Domain Decomposition methods – Algorithms and Theory*. Berlin-Heidelberg: Springer-verlag, 450.
 44. Halanyn, M., Rodyn, A. (2020). Modelyrovanye kontaktnoho vzyamodeïstvyia elementov elektromahytnoho uskoryteliya s pomoshchiu metoda dekompozitsyy oblasti. *Prepryntu YPM ym. M.V.Keldysha*, no 82, 20. <https://doi.org/10.20948/prepr-2020-82>
 45. Tkachuk, M.M. (2020). *Mikromekhanichni modeli ta metody oserednennia vlastyvostei materialiv merezhevoi struktury ta promizhnykh shariv kontaktuiuchykh til*. Kharkiv: NTU “KhPI”, 464.
 46. Segal, V. M. (2018). Review: Modes and Processes of Severe Plastic Deformation (SPD). *Materials*, 11(7(1175)).
 47. Pippan, R., Hohenwarten, A. (2017). High pressure torsion. Severe Plastic Deformation Technology. Rosochowski, A. Ed.; Whittles Publishing: Dunbeath, UK, 135–165.
 48. Ivanisenko, J., Kulagin, R., Fedorov, V., Mazilkin, A., Schere, T., Baretzky, B., Hahn, H. (2016). High-pressure torsion-extrusion as a new severe plastic deformation process. *Mater. Sci. Eng.: A*, 664, 247–256.
 49. Segal V.M. (2017). Equal channel angular extrusion (ECAE). Severe Plastic Deformation Technology. Rosochowski, A., Ed.; Whittles Publishing: Dunbeath, UK, 1–40.
 50. Segal, V., Young, P., Kecskes, L. (2017). *Fabrication of High-Strength Lightweight Metals for Armor and Structural Applications: Large-Scale Equal Channel Angular Processing of Aluminum 5083, Alloy*. U.S. Army Research Laboratory: Adelphi, MD, USA, June, 46.
 51. ASTM Standard E1820-17. *Standard test method for measurement of fracture toughness*. ASTM International. West Conshohocken. (2017). 53.
 52. Yshlynskyi, A., Yvlev, D. (2001). *Matematycheskaïa teoriya plastychnosti*. Moscva: FYZMATLYT, 704.
 53. Chakrabarty, J. (2006). *Theory of Plasticity*. Burlington: Elsevier butterworth-heinemann, 882.
 54. Jones, R. M. (2009). *Deformation Theory of Plasticity*. Blacksburg: Bull ridge publ., 615.
 55. Rudakov, K.M. (2022). *Chyslovi i analitychni metody analizu dynamiky i mitsnosti mashyn ta stiikosti rukhu*. Posibnyk. Kyiv: NTUU «KPI im. Ihoria Sikorskoho», 120.

Поступила (received) 01.02.2023

Відомості про авторів / About the Authors

Зінченко Олена Іванівна (Zinchenko Olena) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, докторант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2961-5861>; e-mail: zinchenko.zinchenko@gmail.com